

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

上海市教学优秀成果奖

上海市普通高校优秀教材奖



经济学系列

经济博弈论（第三版）

谢识予 ■ 编著

復旦大學出版社

复旦博学 · 经济学系列

复旦博学 · 经济学系列

VISIT...

LANZAROTE Caliente.com

图书在版编目（CIP）数据

经济博弈论/谢识予编著.—3版.—上海：复旦大学出版社，2002.1

（2007.1重印）

ISBN 978-7-309-03055-6

I.经…　II.谢…　III.对策论-应用-经济学-高等学校-教材　IV.F224.32

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第094158号

经济博弈论（第三版）

谢识予　编著

出品人/贺圣遂　责任编辑/李　华

复旦大学出版社有限公司出版发行

上海市国权路579号　邮编：200433

网址：fupnet@fudanpress.com　http://www.fudanpress.com

门市零售：86-21-65642857　　团体订购：86-21-65118853

外埠邮购：86-21-65109143

宁波大港印务有限公司

开本787×960　1/16　印张24.75　字数380千

2010年8月第3版第16次印刷

印数84501—90500

ISBN 978-7-309-03055-6/F·687

定价：38.00元

如有印装质量问题，请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。

版权所有　侵权必究

复旦博学·经济学系列

（可供书目）

经济学基础教程

　　　　　伍柏麟　尹伯成　主编

高级政治经济学

　——社会主义总论

　　　　　蒋学模　张晖明　著

高级政治经济学

　——社会主义本体论

　　　　　蒋学模　主编

国际经济学

　　　　　华　民　著

世界经济新论

　　　　　庄起善　主编

世界经济新论习题指南

　　　　　庄起善　潘　烜　编著

国际贸易教程（第二版）

　　　　　尹翔硕　编著

国际贸易教程习题指南

尹翔硕　编著

统计学原理（第三版）

李洁明　祁新娥　著

中国古近代金融史

叶世昌　著

经济博弈论（第三版）

谢识予　编著

经济博弈论习题指南

谢识予　主编

经济思想史教程

马　涛　编著

劳动经济学

——当代经济体制的视角

陆　铭　著

古代中国经济思想史

叶世昌　著

新编公共财政学（第二版）

——理论与实践

唐朱昌　主编

社会主义市场经济论

顾钰民　著

经济法原理

胡志民　施延亮　龚建荣　编著

“博学而笃志，切问而近思。”

（《论语》）

博晓古今，可立一家之说；

学贯中西，或成经国之才。

复旦博学·复旦博学·复旦博学·复旦博学·复旦博学·复旦博学

作者简介

谢识予，男，1962年生。东南大学理学学士，复旦大学经济学硕士、博士。现为复旦大学世界经济系教授、博士生导师，全国博弈论与实验经济学研究会副理事长。主要教学和研究领域包括博弈论、计量经济学和经济数学方法等。获得上海市哲学社会科学优秀成果奖、上海市优秀教材奖、上海市优秀教学成果奖、安子介国际贸易研究奖、全国普通高校优秀教材奖、复旦大学本科教学名师和复旦大学优秀研究生导师称号等。



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
上海市教学优秀成果奖
上海市普通高校优秀教材奖



经济学系列

经济博弈论（第三版）

谢识予 ■ 编著

復旦大學出版社

复旦博学 · 经济学系列　复旦博学 · 经济学系列

内容提要

本书是“复旦博学·经济学系列”之一。

本书是介绍现代博弈论的基础教程。全书共分十章。第一章导论介绍博弈论的内容和理论结构等；第二到第四章是非合作博弈的基础理论，分别介绍理想信息状态和完全理性假设下的静态、动态和重复博弈理论；第五章介绍有限理性假设下的进化博弈理论；第六到第八章分别介绍非理想信息状态下的静态和动态博弈论；第九章对合作博弈理论作初步介绍；第十章则对博弈论的历史和发展作简要的介绍和评述。

本书行文深入浅出，尽可能用通俗易懂的语言和简单直观的例子等，介绍博弈论的概念、原理和分析方法。本书能够帮助读者尽快掌握现代博弈论的基本理论和应用能力，是学习博弈论比较理想的入门教材。本书适合作为经济、管理类专业大学生、研究生博弈论及相关课程的教材和教学参考书，也可供经济理论工作者、经济管理人员参考，法律、政治等专业的理论和实践工作者阅读本书也会很有收获。

第三版修订说明

本书前两版出版都很受读者欢迎，被国内许多高校的博弈论和相关课程采用作为主要教材，对我国博弈论教学和研究的发展起了一定的推动作用。为此本书多次获得复旦大学和上海市的教材和教学成果奖励。根据使用本书前两版的许多师生和读者的意见和建议，也是为了进一步完善本书，以适应广大师生读者教学和研究博弈论的需要，作者决定在第二版的基础上修订本版。本版的修订工作入选了“普通高等教育‘十一五’国家级教材规划”，对本版修订顺利完成起了重要的推动作用。

出于控制篇幅的考虑，也考虑到使用本教材的不少教师的建议，本版新增的专题只有第九章“合作博弈理论初步”，并对第二版的内容作了一定的调整。具体调整包括第二版的第一章第4节改写成本版的第十章，去掉了第一章的第5节，第二版第二章的第6节改写成本版的三小节，去掉了第七章的第4、第5节和第八章的第4节，并对第一章的第1节、第三章的第6节等多处内容和结构表述等作了一定的改写等。这些调整的目的都是使本书的结构更加合理，方便读者对博弈论的理解掌握等。此外，本版对第二版存在的一些错漏之处也作了改正。

限于作者的水平，本版内容仍然难免会有错漏不当之处。希望广大师生读者继续不吝赐教，多提批评意见，以利进一步改进。对一直关心支持和使用本书的广大师生和读者朋友，作者再一次表示衷心的感

谢。

作　者

2006年9月于复旦

目　录

作者简介

内容提要

第三版修订说明

第一章　导　论

1.1　什么是博弈论

1.1.1　从游戏到博弈

1.1.2　一个非技术性的定义

1.2　几类经典博弈模型

1.2.1　囚徒的困境

1.2.2　赌胜博弈

1.2.3　产量决策的古诺模型

1.3　博弈结构和博弈的分类

1.3.1　博弈中的博弈方

1.3.2　博弈中的策略

1.3.3　博弈中的得益

1.3.4　博弈的过程

1.3.5　博弈的信息结构

1.3.6　博弈方的能力和理性

1.3.7　博弈的分类和博弈理论的结构

本章内容提要

本章基本概念

本章思考题

第二章　完全信息静态博弈

2.1　基本分析思路和方法

2.1.1　上策均衡

2.1.2　严格下策反复消去法

2.1.3　划线法

2.1.4　箭头法

2.2　纳　什　均　衡

2.2.1　纳什均衡的定义

2.2.2　纳什均衡的一致预测性质

2.2.3　纳什均衡与严格下策反复消去法

2.3　无限策略博弈分析和反应函数

2.3.1　古诺的寡头模型

2.3.2　反应函数

2.3.3　伯特兰德寡头模型

2.3.4　公共资源问题

2.3.5　反应函数的问题和局限性

2.4　混合策略和混合策略纳什均衡

2.4.1　严格竞争博弈和混合策略的引进

2.4.2　多重均衡博弈和混合策略

2.4.3　混合策略和严格下策反复消去法

2.4.4　混合策略反应函数

2.5　纳什均衡的存在性

2.5.1　纳什定理

2.5.2　纳什定理的意义和扩展

2.6　纳什均衡的选择和分析方法扩展

2.6.1　帕累托和风险上策均衡

2.6.2　聚点和相关均衡

2.6.3　共谋和防共谋均衡

本章内容提要

本章基本概念

本章思考题

第三章　完全且完美信息动态博弈

3.1　动态博弈的表示法和特点

3.1.1　阶段和扩展形表示

3.1.2　动态博弈的基本特点

3.2　可信性和纳什均衡的问题

3.2.1　相机选择和策略中的可信性问题

3.2.2　纳什均衡的问题

3.2.3　逆推归纳法

3.3　子博弈和子博弈完美纳什均衡
3.3.1　子博弈
3.3.2　子博弈完美纳什均衡
3.4　几个经典动态博弈模型
3.4.1　寡占的斯塔克博格模型
3.4.2　劳资博弈
3.4.3　讨价还价博弈
3.4.4　委托人—代理人理论
3.5　有同时选择的动态博弈模型
3.5.1　标准模型
3.5.2　间接融资和挤兑风险
3.5.3　国际竞争和最优关税
3.5.4　工资奖金制度
3.6　动态博弈分析的问题和扩展讨论
3.6.1　逆推归纳法的问题
3.6.2　颤抖手均衡和顺推归纳法
3.6.3　蜈蚣博弈问题
本章内容提要
本章基本概念
本章思考题
第四章　重　复　博　弈
4.1　重复博弈引论

4.1.1　为什么研究重复博弈

4.1.2　基本概念

4.2　有限次重复博弈

4.2.1　两人零和博弈的有限次重复博弈

4.2.2　惟一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈

4.2.3　多个纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈

4.2.4　有限次重复博弈的民间定理

4.3　无限次重复博弈

4.3.1　两人零和博弈的无限次重复博弈

4.3.2　惟一纯策略纳什均衡博弈的无限次重复博弈

4.3.3　无限次重复古诺模型

4.3.4　有效工资率

本章内容提要

本章基本概念

本章思考题

第五章　有限理性和进化博弈

5.1　有限理性博弈及其分析框架

5.1.1　有限理性及其对博弈的影响

5.1.2　有限理性博弈分析框架

5.2　最优反应动态

5.2.1　协调博弈的有限博弈方快速学习模型

5.2.2　古诺调整过程

5.3　复制动态和进化稳定性：两人对称博弈
5.3.1　签协议博弈的复制动态和进化稳定策略
5.3.2　一般两人对称博弈的复制动态和进化稳定策略
5.3.3　协调博弈的复制动态和进化稳定策略
5.3.4　鹰鸽博弈的复制动态和进化稳定策略
5.3.5　蛙鸣博弈的复制动态和进化稳定策略
5.4　复制动态和进化稳定性：两人非对称博弈
5.4.1　市场阻入博弈的复制动态和进化稳定策略
5.4.2　非对称鹰鸽博弈的进化博弈分析
本章内容提要
本章基本概念
本章思考题
第六章　完全但不完美信息动态博弈
6.1　不完美信息动态博弈
6.1.1　概念和例子
6.1.2　不完美信息动态博弈的表示
6.1.3　不完美信息动态博弈的子博弈
6.2　完美贝叶斯均衡
6.2.1　完美贝叶斯均衡的定义
6.2.2　均衡要求的初步解释
6.2.3　关于判断形成的进一步解释
6.3　单一价格二手车模型

6.3.1　单一价格二手车交易博弈模型
6.3.2　均衡的类型
6.3.3　模型的纯策略完美贝叶斯均衡
6.3.4　模型的混合策略完美贝叶斯均衡
6.4　双价二手车交易
6.4.1　双价二手车交易博弈模型
6.4.2　模型的均衡
6.5　有退款保证的双价二手车交易
本章内容提要
本章基本概念
本章思考题
第七章　不完全信息静态博弈
7.1　静态贝叶斯博弈和贝叶斯纳什均衡
7.1.1　静态贝叶斯博弈的例子
7.1.2　静态贝叶斯博弈的一般表示
7.1.3　海萨尼转换
7.1.4　贝叶斯纳什均衡
7.2　暗　标　拍　卖
7.3　双方报价拍卖
本章内容提要
本章基本概念
本章思考题

第八章　不完全信息动态博弈
8.1　不完全信息动态博弈及其转换
8.1.1　不完全信息动态博弈问题
8.1.2　类型和海萨尼转换
8.2　声　明　博　弈
8.2.1　声明的信息传递作用
8.2.2　连续型声明博弈
8.3　信　号　博　弈
8.3.1　行为传递的信息和信号机制
8.3.2　信号博弈模型和完美贝叶斯均衡
8.3.3　股权换投资
8.3.4　劳动市场信号博弈
8.4　不完全信息的工会和厂商谈判
本章内容提要
本章基本概念
本章思考题
第九章　合作博弈理论初步
9.1　合作博弈引论
9.1.1　为什么需要合作博弈理论
9.1.2　合作博弈理论的特征和结构
9.2　两人讨价还价问题
9.2.1　两人讨价还价问题及其表示

9.2.2　两人讨价还价问题分析——纳什解导出

9.2.3　两人讨价还价问题分析扩展——K-S解法等

9.3　联　盟　博　弈

9.3.1　多人合作博弈的联盟和联盟博弈

9.3.2　联盟博弈的表示方法和主要概念

9.3.3　优超和核

9.3.4　稳定集

9.3.5　夏普里值

本章内容提要

本章基本概念

本章思考题

第十章　博弈论的历史和发展简介

10.1　博弈论的起源和形成

10.2　博弈论的成长和发展

10.3　博弈论的进一步发展

本章内容提要

本章基本概念

本章思考题

主要参考文献和建议阅读书目

第一章　导　论

本章首先对博弈论的一些基本概念，包括什么是博弈论等作初步介绍。然后给出一些经典的博弈例子，使读者对博弈论的内容和博弈模型有更直观的概念和印象。最后对博弈的分类和博弈理论的结构作一些讨论。本章的目标是让读者对博弈论的基本内容，以及博弈分析的基本思想方法等形成初步的认识，为后面各章展开详细分析作好铺垫和准备。

1.1 什么是博弈论

1.1.1 从游戏到博弈

“博弈论”译自英文“Game Theory”。“Game”的基本意义是游戏，因此“Game Theory”直译应该是“游戏理论”。

说起游戏，人们一般想到的是小朋友玩的躲猫猫、比大小，围棋等棋类比赛，桥牌拱猪等扑克游戏，以及田径、球类等各种体育比赛。但实际上博弈论研究的主要不是这些真正的游戏，而是与这些游戏有共同本质特征的决策或者说策略问题。

其实如果我们认真观察、思考一下就能发现，很多游戏都有一个共同的特点，那就是策略，或者说计谋，在其中有举足轻重的作用。虽然在不少游戏种类，如扑克游戏和体育竞技中，运气或身体素质的作用很大，但一旦这些因素既定以后，策略选择的好坏也是左右这些游戏结果的关键因素，而在游戏参加者的初始条件基本相同的游戏中，如棋类比赛等，策略选择的好坏更是决定游戏结果的惟一因素。因为身体素质等固有条件早已存在或不可改变，运气游戏者又无法控制，因此游戏参加者可以掌握运用的就只有对策略的选择。所以游戏中真正值得研究的是其中的策略问题，而不是游戏者的固有条件或运气问题。

进一步分析还可以发现许多游戏都有下列特征：（1）都有一定的规则，规定游戏的参加者（可以是个人，也可以是队组）可以做什么，不可以做什么，应该按怎样的次序做，什么时候结束游戏和一旦参加者犯规将受怎样的处罚等等。（2）都有一个结果，如一方赢一方输、平局或参加者各有所得等，而且结果常能用正或负的数值表示，或能按照一定的规则折算成数值。（3）策略至关重要，游戏者不同的策略选择常会带来不同的游戏结果。（4）策略和利益有相互依存

性，即每一个游戏者所得结果的好坏，不仅取决于自身的策略选择，也取决于其他参加者的策略选择。有时一个差的策略选择也许会带来并不差的结果，原因是其他游戏者选择了更差的策略。因此在有策略依存性的游戏中，策略本身常常没有绝对的好坏之分，只有相对于他方策略的相对好坏。上述几点正是许多游戏共有的本质特征。但是，具有这样特征的却并不只是日常生活中的一般游戏，许多重要得多的人类活动，包括经济活动中的经营决策、市场竞争，政治、军事活动中的竞选、谈判、联合和战争等斗智斗勇的较量等，也都有类似的特征。其实这一点也不奇怪，因为这些人类活动与娱乐游戏一样，常常也是在一定规则之下各参加方之间的策略较量，参与者可以控制运用的关键因素也是策略选择，并且相关各方的策略和利益也存在相互依存和制约关系。

以寡头市场中厂商的产量决策为例。寡头市场中一个厂商的利润和发展，与它的产量决策有不可分割的联系，但通常又不仅取决于自己的产量决策，也取决于其他厂商的产量决策。若其他厂商的产量较大，则所考察厂商的利润就会下降，或者最佳产量较低，因为这时候市场比较拥挤，卖出商品更加困难或价格会较低。反过来若其他厂商的产量较低，那么所考察厂商的利润和最佳产量都会较高。因此寡头市场的厂商之间在产量决策上具有明显的相互依存和制约关系。

另一个例子是在市场开发竞争中的策略较量和策略依存性。当一个厂商先开发或占领某个市场后，其他厂商看到有利可图常常会进来竞争。面临竞争威胁的“先来者”既可以“宽容”地接受“后到者”，也可以设法（通过恶性价格竞争等）阻止“后到者”进入市场。但“先来者”阻入策略的效果很大程度上取决于“后到者”对阻入的反应。如果“后到者”知难而退，阻入策略就成功了，因为“先来者”以较小代价成功地阻止了竞争者的进入，可以独享市场。但如果“后到者”知难而上，就很可能两败俱伤，对“先来者”来说此时容忍“后到者”进入可能更合算。因此，市场阻入问题也是具有策略较量和策略依存特征的典型例子。

竞争者之间的策略依存性更加直接明显的是投标拍卖问题。假设你参加某个招标项目的投标，当然既希望中标，又希望中标价较低。若竞争者的竞争不激烈，那么你确实可能以较低的价格中标，但当竞争很激烈时，你出较低的价格就很难中标，要中标就必须出较高的价格。因此你的报价与竞争者的报价之间是直接的决策较量，并有很强的策略依存性。

上述这些例子充分说明，经济活动中具有策略依存性的策略选择问题是普遍存在的。在政治、军事和社会等方面也有许许多多类似的例子，读者不妨自己观察分析一下。当然，经济、政治、军事等方面的

决策较量，不会像日常生活中的小游戏那么轻松愉快，但它们与后者的原理实际上是相同的，并没有本质区别，我们完全可以按照游戏的规律来研究它们。换句话说，从研究游戏规律得出的结论，可用来指导经济、政治等活动中所遇到的重要决策问题。这正是为什么虽然我们一般不会把关系到个人、企业，甚至国家前途命运的经济、政治决策活动称为游戏（对博弈论专家、经济学家来说不成立），但却用“游戏理论”，即“Game Theory”，称呼本书将要介绍的这种研究经济、政治等方面决策活动规律的理论的原因。

把“Game”和“Game Theory”译成“博弈”和“博弈论”，显得学术味浓一些。因为虽然“博弈”的通俗意思不过是弈棋、赌胜，但它毕竟是一个不常用的文言味的词，因此就有较强的理论色彩，甚至有点高深莫测的感觉。这可能会使得一些读者不敢去碰博弈论的书。不过，对更多的具有钻研精神的读者来说，用“博弈”和“博弈论”这种学术味较浓的名称，而不是“游戏”和“游戏理论”等容易让人觉得浅薄的称呼，更可能会让他们觉得值得一读而拿来翻翻看看，不至于错过了解它的机会。事实上，博弈论对于一切对策略问题严肃认真的读者，对于所有想要经商、从政、从事法律工作，或想要兴邦定国的人，也包括那些想在比赛竞技中成功取胜的人，都是非常有价值的工具，以及开拓思路和提高决策理论水平的思想宝库，错过了解它的机会是非常遗憾的。

由于博弈论研究的问题大多是在各博弈方之间的策略对抗、竞争，或面对一种局面时的对策选择，因此博弈论在我国也被称为“对策论”，具体的博弈问题则被称为“对策问题”。其实，用“对策”和“对策论”称呼博弈和博弈论并不是很恰当，因为“对策”在实际中常被用来表示具体的应对方案，而博弈论所研究的决策问题却是有开始、有结束、有结果的整个过程，在这种过程中常常包含多个面对一定局面的对策选择，而问题的解则常常是由一组对策构成的一个完整的行动计划。进一步，我们对这些决策问题的研究，也不仅仅局限于站在某个决策方的立场上找针对其他方的对策，更重要的是分析在这些决策过程中各决策方相互制约、相互作用的规律，导出合理的结果并用以说明相应的实际问题，不仅为了指导各决策方的合理决策，也为了指导具有组织和管理职能的政府及其机构制定合理的政策和规则。因此作者认为，用较能表达是一个完整过程意思的“博弈”，而不是用常表示具体的针对性反应的“对策”，称呼我们所研究的决策问题，更能反映这门学科的实质。

1.1.2　一个非技术性的定义

现在，我们给博弈下一个直白的、非技术性的定义：博弈即一些个人、队组或其他组织，面对一定的环境条件，在一定的规则下，同时或先后，一次或多次，从各自允许选择的行为或策略中进行选择并加以实施，各自取得相应结果的过程。

从上述定义中可以看出，规定或定义一个博弈需要设定下列四个方面。

1.博弈的参加者（Players）。即在所定义的博弈中究竟有哪几个独立决策、独立承担结果的个人或组织。对我们来说，只要在一个博弈中统一决策、统一行动、统一承担结果，不管一个组织有多大，哪怕是一个国家，甚至是由许多国家组成的联合国，都可以作为博弈中的一个参加方。并且，在博弈的规则确定之后，各参加方都是平等的，大家都必须严格按照规则办事。为统一起见，本书今后将博弈中的每个独立参加方都称为一个“博弈方”。

2.各博弈方各自可选择的全部策略（Strategies）或行为（Actions）的集合。即规定每个博弈方在进行决策时，可以选择的方法、做法或经济活动的水平、量值等。在不同博弈中可供博弈方选择的策略或行为的数量很不相同，在同一个博弈中，不同博弈方的可选策略或行为的内容和数量也常不同，有时只有有限的几种，甚至只有一种，而有时又可能有许多种，甚至无限多种可选策略或行为。

3.进行博弈的次序（Orders）。在现实的各种决策活动中，当存在多个独立决策方进行决策时，有时候需要这些博弈方同时作出选择，因为这样能保证公平合理，而很多时候各博弈方的决策又有先后之分，并且有时一个博弈方还要作不止一次的决策选择。这就免不了有一个次序问题。因此规定一个博弈必须规定其中的次序，次序不同一般就是不同的博弈，即使博弈的其他方面都相同。

4.博弈方的得益（Payoffs）。对应于各博弈方的每一组可能的决策选择，都应有一个结果表示该策略组合下各博弈方的所得或所失。由于我们对博弈的分析主要是通过数量关系的比较进行的，因此我们研究的绝大多数博弈，本身都有数量的结果或可以量化为数量的结果，例如收入、利润、损失、个人效用和社会效用、经济福利等(1)。博弈中的这些可能结果的量化数值，称为各博弈方在相应情况下的“得益”。规定一个博弈必须对得益作出规定，得益可以是正值，也可以是负值，它们是分析博弈模型的标准和基础。值得注意的是，虽然各博弈方在各种情况下的得益应该是客观存在，但这并不意味着各博弈方都了解各方的得益情况，对此我们会作进一步的讨论。

以上四个方面是定义一个博弈时必须首先设定的，确定了上述四个方面就确定了一个博弈 (2) 。博弈论就是系统研究可以用上述方法定义的各种博弈问题，寻求在各博弈方具有充分或者有限理性（Full or Bounded Rationality）、能力的条件下，合理的策略选择和合理选择策略时博弈的结果，并分析这些结果的经济意义、效率意义的理论和方法。

1.2　几类经典博弈模型

根据前面提出的博弈定义，小到下棋打牌，大到企业之间的竞争和合作，国家之间的倾销反倾销、制裁和报复等，都可以归结为博弈问题。为了让读者进一步增加对博弈问题的理解和认识，并掌握从社会事物中抽象博弈模型的方法，本节介绍一些经典博弈模型，并对它们作一些初步分析。本节的简单分析并不一定完全解决这些博弈问题，完全解决它们必须等后面发展了相关的分析概念和方法才能做到。

1.2.1　囚徒的困境

介绍的第一个博弈模型是“囚徒的困境”博弈。这个博弈是1950年图克（Tucker）提出的，它虽然非常简单，但却很好地反映了博弈问题的根本特征，而且这个博弈模型正是解释众多经济现象，研究经济效率问题的，非常有效的基本模型和范式。这个博弈模型提出后曾引发了大量的相关研究，对博弈论的发展起了不小的推动作用。这是每本博弈论教材都必讲的，特别经典的博弈模型。

一、基本模型

囚徒的困境博弈的基本模型是这样的：警察抓住了两个合伙犯罪的罪犯，但却缺乏足够的证据指证他们所犯的罪行。如果其中至少有一人供认犯罪，就能确认罪名成立。为了得到所需的口供，警察将这两名罪犯分别关押以防止他们串供或结成攻守同盟，并给他们同样的选择机会：如果他们两人都拒不认罪，则他们会被以较轻的妨碍公务罪各判1年徒刑；如果两人中有一人坦白认罪，则坦白者从轻处理，立即释放，而另一人则将重判8年徒刑；如果两人同时坦白认罪，则他们将被各判5年监禁。

如果分别用 - 1、 - 5和 - 8表示罪犯被判刑1年、5年和8年的得益，

用0表示罪犯被立即释放的得益，则我们可以用一个特殊的矩阵将这个博弈表示出来（如图1.1）。这种矩阵是表示博弈问题的一种常用方法，我们称这种矩阵为一个博弈的“得益矩阵”（Payoff Matrix）。

图1.1中“囚徒1”、“囚徒2”代表本博弈中的两个博弈方，也就是两个罪犯；他们各自都有“不坦白”和“坦白”两种可选择的策略；因为这两个囚徒被隔离开，其中任何一人在选择策略时都不可能知道另一人的选择是什么，因此不管他们决策的时间是否真正相同，我们都可以把他们的决策看作是同时作出的；矩阵中的每个元素都是由两个数字组成的数组，表示所处行、列代表的两博弈方所选策略的组合下双方的得益，其中第一个数字为选择行策略的囚徒1的得益，第二个数字为选择列策略的囚徒2的得益。这是一个两博弈方同有两种相同的可选策略，策略和得益都对称的两博弈方之间的博弈。

		囚徒 2	
		坦　白	不坦白
囚徒1	坦　白	−5,−5	0,−8
	不坦白	−8,0	−1,−1

图1.1　囚徒的困境

我们现在对该博弈进行一些直接分析。对该博弈中的两个博弈方来讲，各自都有两种可选择的策略，因此该博弈共有四种可能的结果。在这些结果中，每个博弈方可能取得的最好得益是0，最坏得益是-8。根据我们在第一节说明的个体理性行为准则，两个博弈方的目标都是要实现自身的最大利益。那么他们该怎样选择策略？博弈的结果又会如何呢？

首先可以肯定的是，在这个博弈中，两博弈方各自的利益不仅取决于他们自己的策略选择，而且也取决于对方的策略选择，确实是有策略和利益依存关系的典型博弈问题。因此每个博弈方选择自己的策略时，即使无法知道另一方的实际选择，也不能忽视另一方的选择对他自己得益的影响，他必须在考虑到另一方有两种可能的选择，而且不同的选择对自己的利益影响不同的情况下，作出自己的最佳策略选择。

例如对囚徒1来说，囚徒2有“坦白”和“不坦白”两种可能的选择，假设囚徒2选择的是“不坦白”，则对囚徒1来说，“不坦白”得益为-1，“坦

白”得益为0，他应该选择“坦白”（注意根据个体理性的原则，囚徒1只是根据自身利益最大的原则行事，不会关心此时另一方会被重判8年的问题）；假设囚徒2选择的是“坦白”，则囚徒1“不坦白”得益为－8，“坦白”得益为－5，他还是应该选择“坦白”。因此在本博弈中，无论囚徒2采用何种策略，只考虑自身利益的囚徒2的选择是惟一的，那就是“坦白”，因为在另一方的两种可能选择的情况下，“坦白”给他自己带来的得益都是最大的。我们可以说“坦白”是囚徒1的一个“上策”（Dominant Strategy）。

同样的，因为囚徒2与囚徒1的情况完全相同，因此囚徒2的决策思路和选择也与囚徒1完全相同，囚徒2在这个博弈中惟一合理的选择也是“坦白”，或者说“坦白”也是囚徒2的“上策”。所以该博弈的最终结果必然是两博弈方同选择“坦白”策略，同获得益－5，即都被判5年徒刑。

值得注意的是，在这个博弈中，无论是对这两个囚徒的总体来讲，还是对他们各自来讲，最佳的结果都不是同时“坦白”各得到－5，因为都“不坦白”各得－1显然比都“坦白”各得－5好得多。但是，由于这两个囚徒之间不能串通，并且各人都追求自己的最大利益而不会顾及同伙的利益，双方又都不敢相信或者说指望对方有合作精神，因此只能实现对他们都不理想的结果。由于这种结果具有必然性，很难摆脱，因此这个博弈被称为“囚徒的困境”。当然，囚徒的困境对社会利益来说是非常理想的结果，因为罪犯都受到了应有的惩罚。但从博弈中两个决策者的立场上说则是很不理想的结局，因为两决策者从各自的最大利益出发选择行为，结果是既没有实现两人总体的最大利益，也没有真正实现自身的个体最大利益。该博弈既揭示了个体理性与团体理性之间的矛盾——从个体利益出发的行为往往不能实现团体的最大利益，同时也揭示了个体理性本身的内在矛盾——从个体利益出发的行为最终也不一定能真正实现个体的最大利益，甚至会得到相当差的结果。

囚徒的困境博弈的重要意义，在于类似的情况在社会经济活动中具有很大的普遍性，在市场竞争的各个领域和方面，在资源利用和环境保护，以及政治、军事和法律等各种领域的问题中，都存在类似囚徒的困境的现象。例如下面这个双寡头削价竞争模型，就是一个典型的囚徒的困境类型的博弈。

二、双寡头削价竞争

在市场竞争方面典型的囚徒的困境现象之一是寡头之间的价格战。通过降价争夺市场是市场竞争中十分普遍的行为，但削价竞争并不一定

是成功的策略，因为一个厂商的削价竞争往往会引起竞争对手的报复，此时降价不仅不一定能扩大销量，而且很可能会白白降低利润率。这里用一个简单的两个寡头共同垄断一个市场的，双寡头两种价格的价格竞争模型来说明这个问题。

设寡头1和寡头2是双寡头市场上的两个寡头，它们原来用同一种较高的价格（我们称它为“高价”）销售相同的产品。如果这两个寡头不满足它们各自原来的市场份额和利润，就都有可能想通过降价争夺更大的市场份额和更多利润。但需要注意的是，当自己的降价引起对手的报复时，这种目的就不一定达得到。假设两寡头在原来的“高价”策略下各可以获得100万元的利润；如果某个寡头单独降价，即单独采用“低价”，那么它可以获得150万元利润，此时另一寡头因为市场份额被对手抢去，利润将下降到20万元；如果另一寡头也降价，则两寡头都将只能得到70万元利润。这个博弈问题可以表示为图1.2中的得益矩阵。

		寡头2 高价	寡头2 低价
寡头1	高价	100，100	20，150
寡头1	低价	150，20	70，70

图1.2　两寡头削价竞争

根据上述得益矩阵容易看出，双寡头削价竞争确实与囚徒的困境博弈完全相似。假设寡头2采用“高价”策略，那么寡头1采用“高价”得100万元，采用“低价”得150万元，150大于100，寡头1应该采用“低价”。假设寡头2采用“低价”策略，那么寡头1采用“高价”策略得益为20万元，采用“低价”策略得益70万元，70万当然大于20万，因此寡头1也应该采用“低价”。用同样的方法分析寡头2的情况，也可知道不管寡头1的策略是什么，寡头2都应该选择“低价”策略。因此，这个博弈的最终结果一定是两寡头都采用“低价”策略，各得到70万元的利润。

由于本博弈是一个非合作博弈问题，且两博弈方都肯定对方会按照个体行为理性原则决策，因此虽然双方采用“低价”策略的均衡对两个博弈方来说都不是理想的结果，但因为两博弈方都无法信任对方，都必须防备对方利用自己的信任（如果有的话）谋取利益，所以双方都会坚持采用“低价”，各自得到70万元的利润，各得100万元利润的结果

是无法实现的。即使两寡头都完全清楚上述利害关系和相应的效率意义，也无法改变这种结局。因此这确实也是一种囚徒的困境式的博弈关系。

事实上，囚徒的困境式的博弈问题非常多。面临竞争和选择的个人、企业或各种社会组织和机构等，都可能遇到类似囚徒困境的问题。如在广告投资、采用新技术等方面，厂商之间就常常进行耗资巨大，但并不一定有利可图的争夺战，对公共资源的掠夺式使用也是这种困境所导致的结果。囚徒的困境式矛盾的存在，在一定程度上否定了传统经济理论关于市场经济中有一只“看不见的手”，总会把个人的利己行为变为对集体、社会有利行为的论断，也说明了政府在社会经济活动中的组织协调工作常常是必需的，放任自流并不是导致全社会最大福利的有效政策。我们研究囚徒的困境类型问题的目的，有时是利用这种困境达到有益于社会的目的，如在打击犯罪方面，有时则是要设法避免这种困境，如在环境保护和公共资源开发利用等方面。

1.2.2 赌胜博弈

我们再介绍一类很有特点的博弈，称为“赌胜博弈”。其实博弈本身就包含了赌胜的意思，只是这里的赌胜博弈是狭义的而不是广义的概念。根据后面将要介绍的博弈分类，赌胜博弈属于“零和博弈”的范畴，是具有某种对称性的零和博弈。赌胜博弈大多来源于游戏，但在社会经济中也有许多相似的问题。这里以“齐威王田忌赛马”、“猜硬币”和“石头·剪子·布”几个经典博弈为例作一些介绍和分析。

一、齐威王田忌赛马

在我国古代有一个运用计谋的非常有名的故事，讲的是齐威王怎样与大将田忌赛马，或者更准确地说是田忌的谋士孙膑，如何运用计谋帮助田忌以弱胜强的事情。从这个故事中我们可以引出一个很好的赌胜博弈问题。

故事中说齐威王经常要大将田忌与他赛马，赛马的规则是这样的：每次双方各出三匹马，一对一比赛三场，每一场的输方要赔一千斤铜给赢方。齐威王的三匹马和田忌的三匹马都可以按实力分为上、中、下三等，但齐威王的上、中、下三匹马分别比田忌的上、中、下三匹马略胜一筹，因为总是同等次的马进行比赛，因此田忌每次都是连输三场，连输三千斤铜。实际上，田忌的上马虽然不如齐威王的上马，却比齐威王的中马和下马都要好，而田忌的中马比齐威王的下马要好一

些，因此田忌每次都连输三场是有些冤枉的。

后来田忌的谋士孙膑给田忌出了个主意，改变了这种局面。孙膑让田忌不要用自己的上马去对抗齐威王的上马，而是用自己的下马去对抗齐威王的上马，上马则去对抗齐威王的中马，中马对抗齐威王的下马。这样，虽然第一场田忌必输无疑，但后两场却都能获胜，二胜一负，田忌反而能赢齐威王一千斤铜。这个著名的故事生动地告诉我们，巧用策略是多么重要，在实力、条件一定的情况下，对己方力量和有利条件的巧妙调度和运用，常常会起到意想不到的效果。

但是，如果这个故事到这里结束，它还只是一个单方面运用策略的较为简单的问题。因为在赛马的齐威王和田忌两方面中，只有田忌一方意识到策略的重要性，在安排马的出场次序方面运用策略，而齐威王一方却没有作出相应的反应，没有同样运用策略与田忌的策略相对抗。实际上，一旦齐威王发觉田忌在使用计谋，明白了自己为什么输钱时，他必然也会改变自己三匹马出场的次序，以免再落入田忌的圈套，从而使齐威王和田忌之间的赛马，变成一个具有策略依存特性的决策较量，构成典型的博弈问题。

这时问题变成这样：齐威王和田忌双方都清楚各自马的实力，即齐威王的三匹马分别比田忌的三匹马略强一些和一旦改变出场次序，输赢的结果就可能会改变，也都明白输赢的关键，或主要关键之一是双方马的出场次序比较有利于哪一方。对齐威王来说，最理想的出场次序是各场比赛己方出场马的等级与田忌方出场马的等级相同，即不管出场的先后次序究竟如何，反正只要以自己的上马对田忌的上马，以自己的中马对田忌的中马，以自己的下马对田忌的下马，这样就肯定能连赢三场；次佳是三场中有一场是同等级的马比赛，或者自己的下马、上马和中马分别对上田忌的上马、中马和下马，这两种情况都能实现两胜一负，总体上齐威王还能赢一千斤铜；最坏的情况就是田忌最希望的那种情况，即齐威王的上、中、下马分别遇到田忌的下、上、中马，这样一胜二负，反而要输一千斤铜。

因为齐威王的赢就是田忌的输，因此对齐威王最好的情况就是对田忌最坏的情况，而对齐威王最坏的情况是对田忌最好的情况，双方的愿望是格格不入的。这也意味着必须规定双方在决定各自每场比赛出场马的等级时，不能预先知道对方出场马的等级，并且一旦决定就谁也不准反悔，因为不这样就会造成双方都想等对方决定之后再决定，或见到对阵形势不利就想换马，比赛也就无法进行了。当然，也可以硬性规定必须相同等级的马进行比赛，也就是说总让齐威王赢。但这时就不再存在策略较量问题，不再是一个博弈问题了。

这个引申出来的齐威王与田忌赛马表达成一个博弈问题如下：（1）该博弈中有两个博弈方，即齐威王和田忌；（2）两博弈方可选择的策略是己方马的出场次序，因为三匹马的排列次序共有3！＝3×2＝6种，因此双方各有6种可选择的策略（如图1.3）；（3）根据前面的讨论，知道双方在决策之前都不能预先知道对方的决策，因此可以看做是同时选择策略的，决策没有先后次序关系；（4）如果把赢一千斤铜记成得益1，输一千斤铜记成得益－1，则两博弈方在双方各种策略的组合下的得益，如图1.3得益矩阵中数组的元素所示，每个数组表示两博弈方在对应行列代表的双方策略组合下各自的得益，其中前一个数字表示齐威王的得益，后一个数字表示田忌的得益。

齐威王 \ 田忌	上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
上中下	3，−3	1，−1	1，−1	1，−1	−1，1	1，−1
上下中	1，−1	3，−3	1，−1	1，−1	1，−1	−1，1
中上下	1，−1	−1，1	3，−3	1，−1	1，−1	1，−1
中下上	−1，1	1，−1	1，−1	3，−3	1，−1	1，−1
下上中	1，−1	1，−1	1，−1	−1，1	3，−3	1，−1
下中上	1，−1	1，−1	−1，1	1，−1	1，−1	3，−3

图1.3　齐威王田忌赛马

我们已经把齐威王和田忌两个博弈方的博弈关系表达清楚了。那么在这个博弈中齐威王和田忌会怎样选择自己的策略，最终的结果又应该是什么呢？为了回答这些问题，我们首先来考察一下这个博弈有什么特点。

首先，在本博弈中，各博弈方千万不能让对方知道或猜中自己的策略，因为一旦自己的策略被对方猜中，则对方就可以针对性地选择策略，从而己方必输无疑。这也意味着任何一方的策略选择不能一成不变，甚至变动还不能有规律性，即必须以随机的方式选择策略。

其次，无论对齐威王还是田忌，六种可选择的策略本身相互之间并没有优劣之分。如对齐威王来说，每一种策略都可能有六种不同的结果，包括一种得益为3、四种得益为1、一种得益为－1，究竟最终得哪种结果，主要看对方策略与己方策略的对应情况，而不是己方的策略本身。同样的，对田忌来讲六种策略本身也无好坏之分，不过是每

种策略的六个结果中只有一种得1，其余四种得 - 1，一种得 - 3。因此，两博弈方在决策时对己方的可选策略并无偏爱，应以相同的概率选用。实际上，偏爱某种特定策略的结果往往只是不利于自己，因为一旦对方得知你的偏爱就可以作针对性的选择，从而会有较多的机会赢你。对此下一章将有进一步的说明。

根据以上讨论，实际上我们已经可以看出，这种博弈如果只进行一次，双方的策略选择和最终的博弈结果是无法确定的，输赢主要取决于机会和运气。当然，由于齐威王三匹马的总体实力强于田忌的马，因此他仍然占有优势，赢的机会（赢三千斤铜或一千斤铜）比田忌要大得多。但如果这样的博弈进行不止一次，而是许多次，则上面的讨论给我们指出了各博弈方决策的原则，而且进一步的讨论还能告诉我们多次博弈以后的平均结果。对这种博弈的详细讨论将在第二章中进行。

二、猜硬币博弈

与上述赛马博弈相似的问题很多，下面的猜硬币游戏就是一个更简单的类似例子。

猜硬币游戏本身非常简单。两人通过猜硬币的正反面赌输赢，其中一人用手盖住一枚硬币，由另一方猜是正面朝上还是反面朝上，若猜对，则猜者赢1元，盖硬币者输1元；否则，猜者输1元，盖硬币者赢1元。如果赢1元得益为1，输1元得益为 - 1，则我们可用图1.4中得益矩阵表示这个猜硬币博弈问题。

		猜硬币方	
		正面	反面
盖硬币方	正面	−1, 1	1, −1
	反面	1, −1	−1, 1

图1.4　猜硬币博弈

图1.4中“盖硬币方”和“猜硬币方”为本博弈的两个博弈方；他们各有“正面”和“反面”两种可选择的策略；由于每一方都不会让对方在选择之前知道自己的选择，因此可看作两博弈方同时作决策的；矩阵中数组元素表示所处行列对应的两博弈方的策略组合下双方各自的得益，其中前一个数字表示盖硬币方的得益，后一个数字表示猜硬币方的得益。

与齐威王田忌赛马博弈相比，猜硬币博弈的两博弈方各只有两种可选策略（这种博弈有时称为“2×2博弈”），因此只有四种可能的结果，是更简单的博弈。但这个博弈与齐威王田忌赛马的本质特征是相似的，即双方的利益是严格对立的，取胜的关键都是不能让另一方猜到自己的策略而同时自己又要尽可能猜出对方的策略，在一次性博弈中结果取决于机会，在多次重复中，如果双方的决策方式都正确，则我们可求得平均的双方得益。因此该博弈的分析和求解思路也与齐威王和田忌赛马博弈相同。在第二章中我们会经常用该博弈作为解释性的例子。

三、石头·剪子·布

与齐威王田忌赛马和猜硬币博弈异曲同工的，还有广泛流传于全世界的“石头·剪子·布”猜胜游戏。“石头·剪子·布”也是人们常用来赌胜负争先机的一种简单游戏。该游戏是用不同手势分别代表石头、剪子或布，要求两个游戏方同时各出一种手势，手势相同为和，手势不同时，石头胜剪子、剪子胜布、布胜石头。这游戏虽小，却包含有相生相克、以柔克刚等相当深刻的哲理。如果以得益0表示没有输赢，用得益1表示赢，用得益－1表示输，则该博弈可以用得益矩阵图1.5表示。该博弈的性质和齐威王田忌赛马，以及猜硬币博弈等都是相似的。

		博弈方2		
		石头	剪子	布
博弈方1	石头	0，0	1，−1	−1，1
	剪子	−1，1	0，0	1，−1
	布	1，−1	−1，1	0，0

图1.5　石头·剪子·布博弈

1.2.3　产量决策的古诺模型

前面介绍的博弈模型在分析经济领域的问题时有许多应用，但它们本身却多数不是从经济问题中引出的。为了让读者对经济博弈有更多的了解，这里再介绍一个经典的经济博弈模型，即寡头之间通过产量进

行竞争的古诺博弈模型。古诺模型可以有多种版本，这里先介绍一种离散产量的三厂商产量博弈和一种连续产量的n个厂商博弈，并对它们直接作一些分析。

一、三厂商离散产量博弈

由于市场容量总是有限的，因此在一定的价格水平上一个市场能够销出特定产品的数量肯定是有限的。如果向该市场投放的商品超出该数量，则必须降价才能全部销出去。换言之，在任何一个市场上，能够将商品全部销售出去的价格，也称为“市场出清价格”，是投放到该市场上商品数量的函数。

假设有三个厂商在同一个市场上生产销售完全相同的产品，它们各自的产量分别用q_1、q_2和q_3表示。再假设q_1、q_2和q_3只能取1、2、3、……等正整数数值，即产量是离散的而不是连续变化的。市场出清价格一定是市场总产量$Q=q_1+q_2+q_3$的函数（也称为“倒转的需求函数”），假设该函数为

$$P=P(Q)=20-Q=\begin{cases}20-(q_1+q_2+q_3), & Q<20\\ 0 & Q\geqslant 20\end{cases}$$

假设各厂商的生产都无成本（主要是为了分析简单和突出博弈关系，不过当三厂商生产的是石油或矿泉水等天然资源型产品时，该假设也接近现实）。此外，再假设三个厂商同时决定各自的产量。我们想要知道的是，在这样的市场中三个厂商应该选择怎样的产量，或者说整个市场会均衡于怎样的产量和价格水平？

为了使我们的讨论更集中于有实际意义的范围，可以先作一些粗线条的分析，把三厂商不可能选择的产量范围排除掉。首先可以肯定的是，即使生产没有成本，三个厂商也不会无限制地扩大生产，选择很高的产量。因为随着各个厂商产量的上升，市场总产量也在上升，这必然会引起市场价格下降，当总产量等于或超过20单位时，生产会变得完全无利可图，因此在本博弈中每个厂商的最大产量不可能超过20。进一步，三个厂商各自的产量实际上都不太可能超过10。因为即使其他两个厂商都不生产，作为垄断者的厂商的最佳产量也只有10（根据微观经济理论很容易证明），更何况模型假设的并不是一个厂商垄断市场的情况，其他厂商的竞争必然使每个厂商的市场空间变得更小。因此，对本博弈中三个厂商的产量选择，我们基本上只需要考虑小于10单位的有限范围，加上已经假设产量只取正整数，实际需

要分析的产量就只有有限的数种。

我们采用比较和试探的方法来确定本博弈的均衡产量。我们不妨先假设三个厂商开始时分别生产4单位、8单位和6单位产量（也可以从其他产量组合开始，区别只是调整的路径不同，结果肯定是相同的）。这时候三个厂商会满意各自的产量吗？为了回答这个问题，我们可以先导出三个厂商相同的利润公式，以便随时比较不同产量组合下的利润，考察改变产量对利润的影响。

由于三个厂商的产量之和超过20单位时价格和利润都会降到0，这是三个厂商都不愿意的，因此我们可以假设他们的总产量始终不会大于20。这时候厂商i的利润函数为

$$\pi_i = P \cdot q_i = [20 - (q_1 + q_2 + q_3)] \cdot q_i$$

该利润函数明确反映了三厂商策略和利益之间的依存关系，即每个厂商的利润都与所有厂商的产量有关，而不是只跟自己的产量有关。根据上面的价格函数和这个利润公式，我们很容易计算出在产量组合为（4，8，6）时，市场价格为2，三厂商的利润分别为8、16和12，它们被列在表1.1中的第一行。

表1.1　三厂商离散产量组合对应价格和利润

q_1	q_2	q_3	P	π_1	π_2	π_3
4	8	6	2	8	16	12
4	5	6	5	20	25	30
5	5	6	4	20	20	24
5	5	5	5	25	25	25
3	3	3	11	33	33	33
7	3	3	7	49	21	21

那么这三个厂商会满意它们各自的产量和利润吗？事实上，不难发现这时候的总产量水平已经太高了，因为任何一个厂商降低自己的产量都能使所有厂商的利润增加。我们不妨设产量最高的厂商2将产量降低3个单位，这时候市场价格上升为5，三厂商利润分别升到20、25和30个单位。这些结果就是表1.1中数字的第二行。

这个产量水平是否三个厂商都满意，因而具有稳定性呢？虽然厂商2和厂商3都会满意于这个产量组合，因为他们无论是提高还是降低产量都只会降低自己的利润，但厂商1可能并不一定满意，因为在三个

厂商中他的利润是最低的，而且如果他提高1单位产量利润并不会降低，而且对改善他的相对地位很有好处，因此可以预计他会将产量从4单位提高到5单位。这样市场价格将降低到4，三厂商的利润将分别为20、20和24，如表1.1中第三行数字所示。

产量组合（5，5，6）仍然不是一个稳定的产量组合，因为此时如果厂商3将产量降低1个单位，则他自己的利润能够有所提高。在产量组合（5，5，5）时市场价格将为5，三厂商的利润都是25，如表1.1中第四行数字所示。

不难发现产量组合（5，5，5）是很稳定的。因为在这个产量组合下，任何一个厂商单独提高或降低产量，都只会减少利润而不会增加利润，因此该产量组合是一个均衡。但值得注意的是，这个产量组合给各个厂商带来的利润并不是这个特定市场能够给他们提供的最大潜在利润。因为如果这三个厂商各生产3单位产量（接近垄断市场厂商产量的1/3），那么市场价格将是11，三个厂商的利润都能达到33，明显高于他们各生产5单位产量时的各25单位利润。这些结果也在表1.1中给出了。

那么，是否这三个厂商确实会采用各生产3单位产量的策略呢？答案是否定的。因为在其他两个厂商都只生产3单位产量时，一个厂商单独提高产量，如提高到7单位，能够大大提高利润，而坚持生产3单位产量的厂商则只能得到低得多的利润（数据见表1.1第六行），因此当没有有力的措施可以相互监管对方的生产，保证其他厂商不会超产时，三厂商各生产3单位的产量组合是绝对不稳定的，即使它确实能给三个厂商都带来更大的利益。因此，该博弈的均衡结果应该是三厂商各生产5单位产量，市场价格为5，三厂商各得利润25单位。即使开始时三厂商没有立即选择这个产量组合，在长期中也会逐渐调整到这个产量组合。

二、n个厂商连续产量博弈

现在再考虑一个n个厂商销售相同产品的寡头市场产量博弈问题。市场容量同样是有限的，市场出清价格是投放到该市场上产品总量的减函数，产品总量就是这n个厂商各自产量的总和。假设这n个厂商可各自自由选择自己有能力生产的任何产量，厂商之间既不存在相互的协商，也不受相互的限制，并且他们是在同一时间决定生产的产量（严格意义上的同时决定产量不容易做到也不必要，这里同时决定主要是表明各厂商在决定生产多少时不能知道其他厂商的决定。由于许多商品的生产周期都相当长，从投产到上市需要相当长的时间，因此这一点常常是可以成立的）。那么，这n个厂商该如何作这个产量决策

呢？

如果我们将上述决策问题看作一个博弈，那么n个厂商就是其中的n个博弈方。他们可以选择的策略就是自己要生产和投放市场的产量，如果我们假设产量是连续可分的（为了数学处理比较方便），则即使将超过厂商生产能力的产量去掉以后，每个厂商还都有无限多种可供选择的产量，也就是该博弈中各博弈方的可选策略数都是无穷大，意味着我们不可能用罗列的办法或者矩阵、图表的形式把它们表达出来。根据假设，我们已知这是一个各博弈方同时决策的博弈。最后我们需要知道的是该博弈中各博弈方的得益情况。

对生产厂商来说，得益当然是生产的利润，也就是销售收益减去成本后的余额。因此要了解厂商的得益，就必须搞清他们的收益和成本两个方面。设厂商i的产量为q_i，则n家厂商的总产量就是

$$Q=\sum_{i=1}^{n}q_i。$$

根据前面的讨论，我们已知市场出清价格P是总产量的减函数，即P＝P（Q），因此$P=P(Q)=P(\sum_{i=1}^{n}q_i)$。这样，厂商i的收益就为$q_i\cdot P=q_i\cdot P(\sum_{i=1}^{n}q_i)$。再假设厂商i生产单位产量的成本为固定的c（即没有不变成本，边际成本等于平均成本等于常数c），则他生产q_i单位产量的总成本为cq_i。因此，厂商i生产q_i产量的得益为$q_i\cdot P(\sum_{i=1}^{n}q_i)-cq_i=q_i[P(\sum_{i=1}^{n}q_i)-c]$。

从上述公式容易看出，厂商i的得益不仅取决于他早已既定的单位成本c和自己的产量决策q_i，还通过价格取决于其他厂商的产量决策，因此厂商i在决策时必须考虑到其他厂商的决策方式和它们对自己的决策的可能反应。换句话说，其他厂商的产量决策本身又是厂商i产量的函数。因此，厂商i的产量决策与其他厂商的产量决策之间有一种复杂的相互依存关系，绝对没有表面上看起来的这么简单。其实，如果把前一个三厂商离散产量的模型改为连续产量的，就是现在这个模型的一个具体例子。读者不妨自己作一些讨论。

至此，我们已经介绍了好些经济或非经济的经典博弈问题。很显然，这些远远不是博弈的全部种类，实际上到目前为止，有些博弈大类我们还完全没有涉及到。本节给出的例子仅仅只是让我们先“窥其一斑”，并让我们对什么是博弈有一个基本的认识，随着本书内容的逐

步展开，我们终究会逐渐了解博弈论这只“全豹”的丰富多彩的真面貌。

1.3 博弈结构和博弈的分类

由于博弈论研究的问题多种多样，因此博弈模型相互之间的差别可能会很大。上一节介绍的少量例子，就在博弈方的数量、决策的内容和可选策略数量、得益情况等各方面有很大差别。这些差别可以理解为都是博弈问题的结构差别。当博弈结构有差别时，博弈的结果和分析方法往往也有不同，因此对博弈的结构特点有所了解是很有价值的。本节将首先从博弈方数量、策略的内容和数量、得益的特征、博弈过程的特征、信息结构和博弈方的行为逻辑特征等几个方面，对博弈的结构特征进行简单的讨论，并在此基础上提出博弈问题的分类法和博弈理论的结构。

1.3.1 博弈中的博弈方

博弈中独立决策、独立承担博弈结果的个人或组织称为博弈方。正因为博弈方是按照这样的方式定义的，因此，在囚徒的困境博弈中只制定规则，自身不参与决策活动的警察，以及齐威王田忌赛马博弈中虽参与决策，但附属于田忌，不是独立决策方且也不承担后果的孙膑，都不能算是博弈方。

由于博弈问题的根本特征是具有策略依存性，不同博弈方的策略之间可以有复杂的相互影响和作用，博弈方的数量越多，这种策略依存性就越复杂，分析就越困难，整个博弈还可能表现出明显不同的性质和特点，因此博弈方的数量是博弈结构的关键参数之一。正是由于这个原因，常常根据博弈方的数量将博弈分为“单人博弈”、“两人博弈”和“多人博弈”。这里所说的“单人博弈”、“多人博弈”中的“人”，并不一定是自然人，而是指前面所说的博弈方，既可以是个人，也可以是经济社会组织。

一、单人博弈

单人博弈即只有一个博弈方的博弈。单人博弈由于不存在其他博弈方对博弈中惟一的博弈方的反应和反作用，因此相对人数较多的博弈要简单得多。严格地讲，单人博弈已经退化为一般的最优化问题，因此

不属于博弈论研究的目标对象。不过讨论单人博弈还是有价值的，因为包括单人博弈可以使博弈理论的结构更加完整，分析单人博弈可以给分析复杂的多人博弈提供启示，而且两人、多人博弈，包括后面会介绍的多阶段动态博弈等，常要转化为多个、多层次的单人博弈进行分析。因此单人博弈是博弈分析的基础，研究单人博弈的目的，除了解决这些博弈问题本身以外，更在于为分析两人和多人博弈问题打下基础。我们通过两个简单例子来说明单人博弈问题。第一个例子是一个简单的单人迷宫游戏，如图1.6所示。

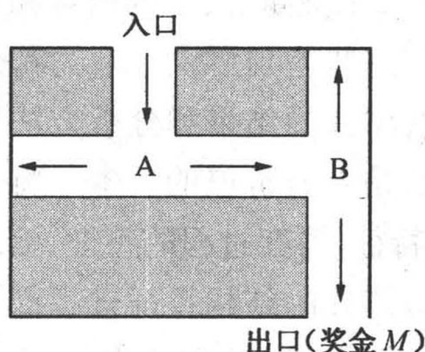


图1.6　单人迷宫

单人迷宫游戏中的这个游戏者面临这样的游戏问题：如果他从图中迷宫的入口处进入迷宫后，能不走任何回头路而顺利到达出口，就能获得奖金M，否则得不到任何奖金。

作为一个博弈问题，它的几个方面规定如下：（1）该博弈中有惟一的博弈方，即游戏者；（2）该博弈方有“A处左转，B处左转”、“A处左转，B处右转”、“A处右转，B处左转”、“A处右转，B处右转”四种可供选择的策略；（3）因为只有一个博弈方，因此不存在与其他博弈方选择、行动的先后次序问题；（4）如果得奖金M算得益M，得不到奖金算得益0，则四种策略对应的得益分别为0、M、0、0。如果还是用得益矩阵的方法来表示一个博弈，则该博弈的得益矩阵退化为一个向量，如图1.7所示。

游戏者	A左B左	0
	A左B右	M
	A右B左	0
	A右B右	0

图1.7　单人迷宫得益矩阵

当游戏者事先对四种策略对应的得益很清楚，因此在A、B两处能对哪边走得通、哪边走不通作出准确判断时，该博弈的解是简单明了的，即他必然会选择“A处左转，B处右转”的策略，顺利走出迷宫，并取得得益（即奖金）M。

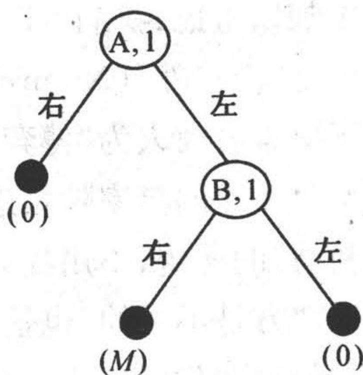


图1.8　单人迷宫扩展形

由于博弈方在该博弈中的策略包括两步行动选择，我们还可以用图1.8中图形来表示它。这种图形称为“扩展形”（Extensive Form），其中两个圆圈称为两个“选择节点”或“节点”（Nodes），也称为“信息集”（Information Set），A、B分别表示两节点对应的博弈方选择的两个地点，数字1表示博弈中惟一的博弈方。图中从两个信息集引出的线条代表博弈方在该处可选择的各种行动或方向，三个黑点表示博弈的终端，括号中的数字表示博弈方选择相应的“行动路径”到达这些终端时所得到的得益。图中当博弈方在A信息集处选择右转以后就给出一个终端而不再给出B处的选择，这是因为不管博弈方在B处是否选对方向，他都只能得到0的得益，因此虽然从实际游戏的角度来看，游戏者还必须在迷宫中继续走下去，但从博弈的角度该博弈方后面的

决策选择是没有意义的。

博弈的扩展形表示法有直观明了的好处，能比较形象地反映博弈中实现每个得益的策略路径。与得益矩阵图相比，由于它能反映出博弈过程中选择、行为的先后次序，因此它特别适合于表示我们后面将要介绍的博弈方非同时行动或选择的“动态博弈”。

我们要介绍的第二个单人博弈例子略为复杂一些。设有一个商人要从A地向B地运输一批货物。假设从A地到B地有水、陆两条路线，走陆路运输成本为10000元，而走水路的运输成本只要7000元。不过走陆路比较安全，走水路则有一定的风险，即一旦遇到恶劣的暴风雨天气会造成相当于这批货物总价值10%的损失。再假设已知该批货物的总价值为90000元，运输期间出现暴风雨天气的概率为1/4，问该商人该选择哪条运输路线？

该博弈与单人迷宫问题的关键不同是，这里博弈方进行决策时面临的条件中有一个不确定因素，即商人不知道运输期间的实际天气情况会怎样，所知道的只是出现坏天气、好天气的概率分布。对这个博弈我们同样可用得益矩阵和扩展形两种方法来表示，只是为了把天气因素放进博弈中加以考虑，我们可以引进一个代表随机选择作用的博弈方，这个博弈方就是“大自然”（Nature），我们常常称它为“博弈方0”，而称该博弈中的真正决策者商人为“博弈方1”。上述博弈方0的任务就是分别以3/4的概率和1/4的概率随机选择好天气和坏天气。博弈方0不会有追求“自身利益”的愿望，不用我们费心去考虑它的得益。因此这个博弈方0与一般博弈方是不同的，也是我们称它为“博弈方0”的原因。

如果我们以商人的运输成本或者加上损失的负值作为商人的得益，则可以用图1.9中的得益矩阵表示该博弈。

		自然	
		好天气(75%)	坏天气(25%)
商人	水路	−7 000	−16 000
	陆路	−10 000	−10 000

图1.9　运输路线得益矩阵

图1.9中商人和自然为两个博弈方；商人有水路、陆路两种可选策

略，自然则有好天气、坏天气两种可能的选择；由于商人决策时不知道未来天气的实际情况（即使自然对天气的选择可以被看作在商人决策前早就作出的），而自然在选择天气时当然更不会去管商人作了怎样的决策，因此该博弈中的两博弈方可以看作是同时决策的；矩阵中的四个元素分别代表商人在四种可能情况下的得益（成本和损失的负值），自然的得益则不用考虑。

如果用扩展形来表示该博弈，则如图1.10所示。

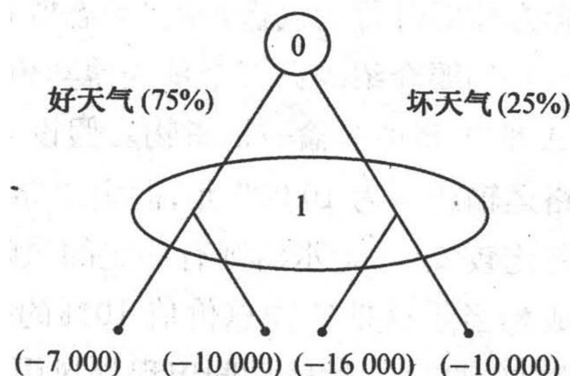


图1.10　运输路线扩展形

图1.10中第一个信息集为博弈方0，即自然的选择节点。因为博弈方1决策时无法知道自然已作出的选择，因此虽然自然的选择有两条路径，分别到达两个不同的节点，但博弈方1却仍然只作一个选择，而不是针对两个节点分别作选择(3)。当然，对应博弈方1的两种策略，事实上仍然有四种不同的结果，即他的两种策略与两个不同的节点（对应自然的不同选择）组合。如图1.10中四个黑点表示的终端所示，每个终端的数字表示沿相应的决策路径到达终端时，博弈方1，也即商人的得益。

我们已经用得益矩阵和扩展形两种方法，将商人关于运输路线的决策问题表示为一个实质上的单人博弈，形式上的两人博弈。那么这个博弈如何解法，商人应如何决策，最后他的得益（成本和损失之和的负值）结果又如何呢？实际上，由于该问题本身带有外生的不确定因素，因此最终的结果不一定能预先确定。不过，如果商人根据一般解决带概率分布，具有不确定性的问题时常用的数学期望值进行决策，而不是盲目冒险碰运气或一味害怕、躲避风险，我们还是可以确定商人的选择的。本例中，商人走水路时，得益为－7000的概率为

75%（好天气），得益为－16000的概率为25%（坏天气），因此走水路的期望得益为（－7000）×75%＋（－16000）×25%＝－9250；走陆路时，得益是确定的－10000。因为－9250＞－10000，即走水路的期望费用9250小于走陆路的费用10000，所以该商人还是应该选择走水路(4)。若多次碰到同样的决策选择并每次都作这样的选择，则平均每次的运输成本应接近9250。

单人博弈实质是个体的最优化问题。对这样的博弈来讲，博弈方拥有的信息越多，即对决策的环境条件了解得越多，决策的准确性就越高，得益自然也就越好。当博弈方数量达到两个以上后，信息越多得益越大的结论就不一定成立了，对此以后将要分析的多个博弈模型都可以提供证据。信息拥有量与得益必然有正相关性，正是单人博弈区别于两人或多人博弈的重要特性之一。

二、两人博弈

两人博弈就是两个各自独立决策，但策略和利益具有相互依存关系的博弈方的决策问题。两人博弈是博弈问题中最常见，也是研究得最多的博弈类型。我们上节介绍的囚徒的困境、齐威王田忌赛马、猜硬币、石头·剪子·布，日常生活中的棋牌、球类比赛，以及经济活动中两个厂商之间的竞争、谈判、兼并收购、劳资纠纷等都是两人博弈问题。由于前面已经详细介绍过两人博弈的几个例子，因此这里不再举例。这里简单讨论一下两人博弈的一些关键特征或研究时需要注意的问题，其中不少在两人以上博弈中也是存在的。

第一，两人博弈中的两个博弈方之间并不总是相互对抗的，有时候也会出现两博弈方利益方向一致的情形。如一家生产电视机的公司和一家生产放像机的公司在采用制式问题上的博弈就是一种非对抗性的博弈。因为如果两公司采用相同的制式，各自的机器可以相互匹配，就会给双方带来产品互补性的利益，而如果两公司采用的制式不同，则双方都无法享有这些利益，因此这两个公司在这种博弈关系中的利益是一致的而不是对立的。

第二，在两人博弈中，掌握信息较多并不能保证利益也一定较多。例如信息较多的博弈方常常更清楚过度竞争的危险，因此为了避免不理智的恶性过度竞争，避免两败俱伤，只能采取较为保守的策略，从而也只能得到较少的利益。相反，那些信息较少，对危险了解较少的博弈方却可能因为不会顾忌后果而掌握了主动，从而得到更多的利益。这与现实生活中的许多现象是非常吻合的，后面的章节对此会有进一步的讨论。

第三，是一个我们在囚徒的困境博弈中已经证实了的结论：个人追求最大自身利益的行为，常常并不能导致实现社会的最大利益，也常常不能真正实现个人自身的最大利益。今后我们遇到的许多博弈也都能说明这一点。

实际上，以上几个特性都不仅是在两人博弈问题中存在，在两人以上的多人博弈中，这些结论一般也是成立的，或者说也存在相关现象。

三、多人博弈

有三个或三个以上博弈方参加的博弈称为“多人博弈”。多人博弈也是博弈方在意识到其他博弈方的存在，意识到其他博弈方对自己决策的反应和反作用存在的情况下，寻求自身最大利益的决策活动，只是现在其他博弈方不是一个，而是有两个或更多。因而，它们的基本性质和特征与两人博弈是相似的，我们常常可以用研究两人博弈同样的思路和方法来研究它们，或将两人博弈分析中得到的结论直接推广到多人博弈。

当然，由于多人博弈中有比两人博弈更多的追求自身利益的独立决策者，因此多人博弈中策略和利益的相互依存关系也更为复杂，任一博弈方的决策及其所引起的反应比两人博弈中要复杂得多。例如对三人博弈中的一个博弈方来说，其他两个博弈方不仅会对自己的策略作反应，而且他们相互之间还有作用和反应。此外，三人以上博弈的另一个与两人博弈有本质区别的特点是可能存在所谓的“破坏者”，也就是博弈中具有这样特征的博弈方：其策略选择对自身的利益并没有影响，但却会对其他博弈方的得益产生很大的，有时甚至是决定性的影响。

例如有三个城市争夺某届奥运会的主办权，由80个国际奥委会委员投一次票来决定，以得票最多者获胜争得主办权（这种规则与实际情况并不完全相符，实际的情况是一个城市必须获得半数以上委员的选票才能获胜，若一轮投票没有城市得票超过半数则再进行下一轮投票，直至某一城市得票超过半数）。根据投票前的活动情况和调查，估计三个城市所得票数基本上是这样的：A城市33票，B城市29票，C城市只有18票。如果三个城市都坚持参加竞争，则A城市将获胜，但是，如果C城市在明知自己无望获胜的情况下主动退出竞争，则情况就可能发生变化。如C城市退出后，在支持C城市的18名委员中有11人以上转而支持B城市，则最后获胜的将是B城市而不是A城市。因此，如果我们把争夺奥运会主办权的决策活动看作一个三人博弈，各博弈方可以选择的策略都是“竞争”或者“退出竞争”，则城市C就很可能是这个博弈问题中的一个“破坏者”，因为它的选择对它自己的利益没什么

影响，却对另外两个博弈方，A城市和B城市的利益有决定性的影响。

破坏者的存在使得不少多人博弈的结果难以确定，因为破坏者的行为选择很难用给定环境条件下的经济规律和逻辑推理来判断。这也就需要我们在分析多人博弈时要特别小心，注意是否存在这种破坏者。

由于博弈方的数量较多，多人博弈在表示方法方面也与两人博弈有所不同。得益矩阵一般只适合表示单人博弈和两人博弈。少数离散策略的三人博弈还可用两个或多个得益矩阵合起来加以表示。如图1.11就是用两个得益矩阵表示的，在三个厂商之间是否采用新技术加强竞争优势的三人博弈。多于三个博弈方的多人博弈一般无法用得益矩阵表示，复杂的多人博弈或者非有限策略的博弈等，通常只能通过文字描述和函数式加以表达。

		厂商2	
		新技术	老技术
厂商1	新技术	2,2,2	5,0,5
	老技术	0,5,5	1,1,10

(a:厂商3——新技术)

		厂商2	
		新技术	老技术
厂商1	新技术	5,5,0	10,1,1
	老技术	1,10,1	2,2,2

(b:厂商3——老技术)

图1.11　三厂商竞争优势博弈

1.3.2　博弈中的策略

博弈中各博弈方的决策内容称为“策略”（Strategies）。博弈中的策略通常是对行为取舍、经济活动水平等的选择。根据博弈的定义可以看出，给出各博弈方可以选择的全部策略或策略选择的范围（也称“策略空间”），是定义一个博弈时需要确定的最重要的基本方面之一。

根据所研究问题的内容和性质，不同博弈中各博弈方可选策略的数量有多有少，差异还可能会非常大。在前面介绍的博弈例子中，囚徒的困境、猜硬币和运输路线等博弈的各个博弈方，都只有两种可选择的策略，在石头·剪子·布博弈中两博弈方各有三种可选策略，在齐威王与田忌赛马中则双方各有六种可选策略。可选策略最多的是关于产量决策的古诺模型，因为每个可能实现的产量都是厂商的可选策略，即使产量不是连续可分的，策略数也可以很大，当产量连续可分时，理论上每个厂商的可选策略都有无限多个。

注意并不是每个博弈的博弈方都有相同的可选策略。在许多博弈中，

不同博弈方之间不仅可选策略不同，而且可选策略的数量也不同。如下面这个博弈问题：A和B洽谈一处产业的交易，假设A是买方，他可在高、中、低三个价格中任选一个向B出价，而B是卖方，他可选择接受或不接受A的出价。在这个博弈问题中A有三种可选策略，即“出高价”、“出中价”、“出低价”，而B则有“接受”和“拒绝”两种可选策略。更进一步，在有些博弈问题中，还可能会出现部分博弈方有有限种可选策略，而另一些博弈方却有无限种可选策略的情况。例如有这样一个博弈问题：设有一个大厂商先占领一个市场，而一些后来的小厂商也向该市场销售少量产品。小厂商的竞销对大厂商来讲是利润的损失，如果小厂商们的总销售量比较小，则大厂商不值得与小厂商们计较，因为如果大厂商用降价手段打击小厂商，也会给自己带来损失，但如果小厂商们的总销售量大到一定的程度，大厂商不加以打击损失会很惨重时，就不会再容忍了。因此，这里就有一个小厂商向该市场销售产品数量的度的问题，并且大厂商和小厂商们都明白这种情况。把该问题看作一个博弈时，各小厂商作为独立的博弈方，他们的可选策略就是不同的产量或销售量，因此都有无限种，而大厂商可选的策略却只有两种，即“打击”和“不打击”。

一般地，如果一个博弈中每个博弈方的策略数都是有限的，则称为“有限博弈”（Finite Games），如果一个博弈中至少有某些博弈方的策略有无限多个，则称为“无限博弈”（Infinite Games）。在有限博弈中，常见的是数种策略，最多是数十种策略的博弈，而且两三种可选策略的博弈更是我们普遍遇到的、研究较多的博弈类型。

有限博弈和无限博弈之间的差别是很大的。因为有限博弈只有有限种可能的结果（一种结果就是每个博弈方各一种可选策略构成的一个组合，全部可能结果的数量等于各博弈方可选策略数的连乘积），因此理论上有限博弈总可以用得益矩阵法、扩展形法或简单罗列的办法，将所有的策略、结果及对应的得益列出，而无限策略博弈就不可能用这些列举方法来表示博弈的全部策略、结果或得益，一般只能用数集或函数式加以表示。这使得这两类博弈的分析方法也常常表现出很大的差异。此外，策略数的有限和无限对各种均衡解的存在性也有非常关键的影响。因此注意有限博弈和无限博弈的区别，对于理解和掌握博弈分析方法是很有意义的。

1.3.3 博弈中的得益

得益（Payoffs）即参加博弈的各个博弈方从博弈中所获得的利益，它是各博弈方追求的根本目标，也是他们行为和判断的主要依据。得益

可以是本身就是数量的利润、收入，也可以是量化的效用、社会效益、福利等等。由于人们在游戏比赛和社会、经济活动中，除了获得效用、好处、收益利润等正效用以外，有时也会得到损失、失败和负效用，因此博弈中的得益也是有正有负的。不同博弈的得益会有不同的特征，而各个博弈方或博弈方总体得益的差异和不同特征，也会影响博弈方的行为方式，从而影响博弈的结果，并再反过来影响各博弈方的得益。

在两人或多人博弈中，每个博弈方在每种结果（策略组合）下都有相应的得益，可将每个博弈方在同一结果中的得益相加算出所有博弈方得益的总和，并可将其看作这些博弈方的“社会总得益”。在许多博弈中，博弈的结果（策略组合）不同，这种总得益也会不同，但也有不少博弈存在这样的情况，那就是不管博弈的结果是什么，所有博弈方的得益总和始终为0，或者始终为某一非零常数。得益具有后面这两种特征的博弈分别称为“零和博弈”（Zero-sum Games）和“常和博弈”（Constant-sum Games），不具有这两种特征的博弈则相应称为“变和博弈”（Variable-sum Games）。有关得益的这些特征，对博弈中博弈方的行为和博弈的分析也有很重要的影响。

一、零和博弈

零和博弈是常见的博弈类型，同时也是被研究得最早、最多的博弈问题。在不少博弈问题中，一方的得益必定是另一方的损失，某些博弈方的赢肯定是来源于其他博弈方的输。如我们前面所介绍的猜硬币、石头·剪子·布、齐威王田忌赛马就是这样的博弈。零和博弈在经济活动、法律诉讼等中是相当普遍的。零和博弈的博弈方之间利益始终是对立的，偏好通常是不一致的。也就是说，一个博弈方偏好的结果，通常是另一个博弈方不偏好的结果。因而零和博弈的博弈方之间无法和平共处，两人零和博弈也称为“严格竞争博弈”（Strictly Competitive Games）。零和博弈在均衡解和存在条件方面有特定的性质，在进行重复博弈时也有一些特性，在后面相应的章节会作介绍。二、常和博弈

常和博弈也是很普遍的博弈类型。如在几个人或几个方面之间分配固定数额的奖金、财产或利润的讨价还价，就都是这种博弈问题。常和博弈也是一类有特殊意义的博弈。常和博弈可以看作零和博弈的扩展，零和博弈则可以看作常和博弈的特例。与零和博弈一样，常和博弈中各博弈方之间利益关系也是对立的，博弈方之间的基本关系也是竞争关系。不过，由于常和博弈中利益的对立性体现在各自得到利益的多少，结果可能出现大家分得合理或满意的一份，因此也比较容易相互妥协和和平共处。常和博弈的结果及其分析也有一定的特征。

三、变和博弈

零和博弈和常和博弈以外的所有博弈都称为“变和博弈”。变和博弈在不同策略组合（结果）下各博弈方的利益之和往往是不相同的。如前面介绍的囚徒的困境和关于产量决策的古诺模型就都是变和博弈。变和博弈是最一般的博弈类型，常和博弈和零和博弈都是它的特例。变和博弈的结果存在社会总得益大小方面的区别。这也就意味着在博弈方之间存在相互配合（不是指串通，是指各博弈方在利益驱动下各自自觉、独立采取的合作态度和行为），争取较大社会总利益和个人利益的可能性。因此，这种博弈的结果可以从社会总得益的角度分为“有效率的”或“无效率的”、“低效率的”，即可以站在社会利益的立场上对它们作效率方面的评价。

1.3.4　博弈的过程

博弈过程也是博弈结构的重要方面。虽然我们前面介绍的大多数博弈例子，都是几个博弈方一次性同时进行决策选择的，但事实上社会经济活动中也有许多策略较量的博弈问题，是先后、反复或者重复的策略对抗。例如寡头削价竞争就完全可能是先后进行的而不是同时进行的。博弈过程的这种差异对博弈的结果和博弈分析也有非常重大的影响，因此需要注意它们的区别，分类进行研究。根据博弈过程方面的这些差异，博弈问题通常分为“静态博弈”、“动态博弈”和“重复博弈”几个大类。

一、静态博弈

在许多博弈问题中，如果博弈方的决策选择有先后次序，因此某些博弈方能事先知道其他博弈方的决策选择，就会针对性地进行决策或相应调整自己的策略，从而使自己立于不败之地或获得更多的利益。这肯定会造成博弈方之间的不公平、不平等。为了博弈方之间的公平性，也为了使计谋和决策对抗更有意义，同时也有现实博弈问题的根据，许多博弈常常要求或者说设定各博弈方是同时决策的，或者虽然各博弈方决策的时间不一定真正一致，但在他们作出选择之前不允许知道其他博弈方的策略，在知道其他博弈方的策略之后则不能改变自己的选择，从而各博弈方的选择仍然可以看作是同时作出的。前者如齐威王与田忌赛马、石头·剪子·布博弈，后者如猜硬币、古诺模型和投标活动（在投标活动中，投标人投出标书一般会有先后，但因为所有投标人在自己投标之前都无法知道其他投标人的标价，因此可看作是同时决策的）等。所有博弈方同时或可看作同时选择策略的博弈称

为“静态博弈”（Static Games）。因为上一节已经介绍过不少静态博弈，因此这里不再另外举例。

二、动态博弈

除了各博弈方同时决策的静态博弈以外，也有大量现实决策活动构成的博弈中，各博弈方的选择和行动不仅有先后次序，而且后选择、后行动的博弈方在自己选择、行动之前，可以看到其他博弈方的选择、行动，甚至还包括自己的选择和行动。这种博弈无论在哪种意义上都无法看作同时决策的静态博弈，我们把这种博弈称为“动态博弈”（Dynamic Games）[也称“多阶段博弈”（Multistage Games）]。在动态博弈中，各博弈方轮流选择的可能是方向、大小、高低等，也可能是各种其他的具体“行动”，包括产量、价格等。

弈棋显然是一种动态博弈，因为它是两个博弈方（对弈者）依次轮流按规则移动棋子的过程。在弈棋博弈中，每个博弈方不是只有一次行为的机会，而是都有许多次，在任一方的每次行为之前都对此前的博弈过程完全清楚。经济活动中更有大量的动态博弈问题，如经常见到的商业大战，因为常常是各家轮流出新招，所以也是动态博弈问题；还有如各种商业谈判、讨价还价，也常常是双方或者多方之间你来我往很多回合的较量，因此也属于动态博弈问题。下面我们看一个经济活动中常见的动态博弈例子。

设有一个容量有限的市场已经被厂商A抢先占领，而另一个生产同样产品的厂商B也很想加入该市场发展，分享一定的利润。厂商B知道一旦自己进入该市场，先占领市场的厂商A有可能通过降价等竞争手段来打击他，并且如果厂商A果真不肯善罢甘休，采取打击排挤态度的话，厂商B不但不能赢利，而且肯定还会亏损。那么，厂商B究竟要不要进入这个市场，厂商A是否真会打击（如果厂商B真的进来竞争），就构成了一个两人博弈问题。由于在这个博弈中必须是厂商B行为在先，厂商A要等厂商B行为以后才知道是否有行为的必要，才需要采取针对性的行为，因此这肯定不可能是一个静态博弈，只能是一个动态博弈问题。这个动态博弈可以称为“先来后到”博弈。

为了使问题更具体化，我们进一步假设A独占市场时利润为10；与B和平共处分享市场则双方各得5；如B进市场而A进行打击，则B要亏损2，A的利润则降为3。我们可以用图1.12中扩展形表示该动态博弈。图1.12中的B圈和A圈分别是厂商B和厂商A的选择信息集，即两博弈方各自轮到选择的位置。这是一个两博弈方的两阶段动态博弈，是动态博弈中最基本的一种类型。

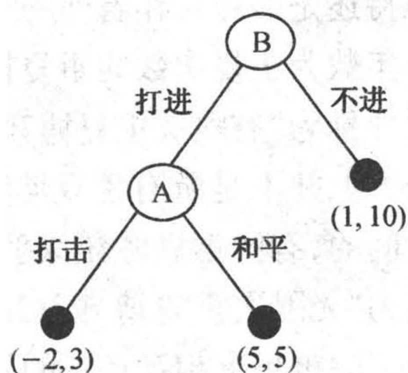


图1.12　先来后到博弈

由于动态博弈中各博弈方的行为有先有后，因此在博弈方之间肯定有某种不对称性。先行为的博弈方可能可以利用先行之利获得利益，后行者可能会吃一点亏。但反过来后行为博弈方可根据先行为博弈方的行为作针对性的选择，而先行为博弈方却是自己决策选择时，非但不能看到后行为博弈方的选择，而且还要顾忌、考虑到后行为博弈方的反应。因此，与博弈方同时行为的静态博弈相比，动态博弈肯定会有不同的特点和结果。假设我们让一个静态博弈的其他所有规则、条件都保持不变，只是让原来博弈方同时行为的假设改为依次行为，则结果很可能会大不相同。今后遇到的许多例子都能说明这一点。

三、重复博弈

除了上述静态博弈和动态博弈以外，还有一种我们已经提到但没有很好解释的，与静态博弈和动态博弈都有密切关系的博弈，我们称为“重复博弈”（Repeated Games）。所谓重复博弈实际上就是同一个博弈反复进行所构成的博弈过程。构成重复博弈的一次性博弈（One-shot Games）也称为“原博弈”或“阶段博弈”。我们研究的大多数重复博弈的原博弈都是静态博弈，或者说是由静态博弈构成的。这种由同样一些博弈方，在完全同样的环境和规则下重复进行的博弈，在现实中有很多实际的例子。如体育竞技中的多局制比赛、商业中的回头客问题、企业之间的长期合作或竞争等等，如果不考虑环境条件方面的细小变化，都可以看作是重复博弈问题。

只要两次重复同一个博弈就可以构成一个重复博弈，因此重复博弈的最少重复次数是两次。许多重复博弈问题都是经过一定次数的重复就会结束，如签有一定年数合作协议的两企业之间，如果将每年双方选择是维持还是破坏合作看作一个阶段博弈，则该问题就是一个以上述

协议合作年数为重复次数的重复博弈。这种重复一定次数后肯定要结束的重复博弈称为“有限次重复博弈”（Finitely Repeated Games）。

但并不是所有重复博弈都有事先确定的重复次数，也就是停止重复时间的，有些重复博弈似乎是会不断重复下去的。我们称这样的重复博弈为“无限次重复博弈”（Infinitely Repeated Games）。例如在一个长期稳定的市场上相互竞争的两个寡头企业之间的博弈，就可能是无限次重复博弈。当然，谁都无法证明一个博弈真正是永远进行下去的，根据唯物主义的观点，任何事物都有存在的极限，因此真正的无限次重复博弈实际上是不可能存在的，但由于只要各个博弈方自己认为重复博弈不会停止，没有可以预期的结束时间，那么他们的决策思路就会与无限重复博弈的思路一致，就会反映无限次重复博弈的特征，因此我们不妨把这种博弈理解成无限次重复博弈。

重复博弈和一次性博弈有明显的差异，无限次重复博弈和有限次重复博弈之间往往也有很大的差别。在一次性博弈，特别是一次性静态博弈中，由于各博弈方决策时只需要考虑眼前的利益，不存在“将来”利益的问题，根据博弈中个体理性下的最大利益原则，一般来说不能期望博弈方会相互考虑对方的利益或“情绪”。只要能实现自身的最大利益，每个博弈方都是不惜“欺骗”、“伤害”其他博弈方的。但如果博弈不是一次性的，而是重复的，有时还要重复进行许多次，则各博弈方就可能会在前面阶段试图合作，采取对大家来说都较有利的策略，因为一旦任何一方发觉他方不合作，可能在以后阶段进行报复。这种未来利益的约束可能使各方的得益都得到改善，或者说重复博弈给博弈提供了实现更有效率博弈结果的新的可能性，重复次数越多，这种可能性就越大，重复次数无穷大时博弈的结果更可能发生根本性的变化。

当然，构成重复博弈的原博弈的情况不同，重复博弈带来好处的可能性和好处的大小也会很不相同。这一点我们在介绍零和博弈、常和博弈时就已经提到过了。在大多数情况下，重复博弈的各次重复之间存在着相互影响和制约，因此不能把重复博弈割裂为一次一次的独立博弈进行分析，而是必须把重复博弈过程作为一个整体进行研究。所以重复博弈也是动态博弈，是特殊的动态博弈。另一方面，由于大多数重复博弈的原博弈是静态博弈，因此重复博弈与动态博弈和静态博弈都有关系，需要结合动态博弈和静态博弈的分析方法。重复博弈将在第四章中专门进行分析。

1.3.5 博弈的信息结构

知己知彼，百战不殆。当你与他人对抗、竞争，甚至是合作时，对自己和他方的处境、条件是否清楚是至关重要甚至生死攸关的。如果把上述对抗、竞争或合作理解为博弈，那么就意味着关于博弈环境和博弈方情况的信息，是影响博弈方选择和博弈结果的重要因素。当然，我们不是说缺乏信息就不能决策，也不是说信息越多就有越大的利益，只是说信息方面的差异通常会造成决策行为的差异和博弈结果的不同。

一、关于得益的信息

博弈中最重要的信息之一是关于得益的信息，即每个博弈方在每种结果（策略组合）下的得益情况。在许多博弈问题中，各个博弈方不仅对自己的得益情况完全清楚，而且对其他博弈方的得益也都很清楚。如在囚徒的困境博弈中，因为两囚徒所处的地位是相同的，而且警察把他们双方的处境给他们都交代清楚了，因此两个博弈方都对双方在每种情况下的得益非常清楚；在齐威王田忌赛马、猜硬币等博弈中，因为一方的赢就是另一方的输，因此双方也都有关于双方得益的全部信息；在产量决策的古诺模型中，假设各厂商对市场的价格、自己及其他厂商的销售及生产成本都很清楚，那么每种产量组合下各自的利润情况相互也都一清二楚，即都有关于得益的完全的信息。

但是，并不是所有博弈的博弈方都像上面这些博弈问题中的那样，有关于各博弈方得益或了解各博弈方得益所需要的全部信息的。典型的例子是在投标、拍卖活动构成的博弈中，由于各博弈方（竞投、竞拍者）对其他博弈方关于标的的估价很难了解，因此即使最后的成交价是大家都能看到的，各个博弈方仍然无法知道其他博弈方中标、拍得标的物的真正得益究竟是多少。其他如在上述古诺模型中，只要假设各厂商对其他厂商的实际生产成本不完全了解，则各个作为博弈方的厂商就不再有关于博弈中其他博弈方得益情况的充分知识。一般地，我们将各博弈方都完全了解所有博弈方各种情况下得益的博弈称为“完全信息（Complete Information）博弈”，而将至少部分博弈方不完全了解其他博弈方得益情况的博弈称为“不完全信息（Incomplete Information）博弈”。不完全信息通常也意味着博弈方之间在对得益信息的了解方面是不对称的，因此不完全信息博弈也是“不对称信息（Asymmetric Information）博弈”，其中不完全了解其他博弈方得益情况的博弈方称“具有不完全信息的博弈方”。

是否了解所有博弈方的得益情况显然是一个非常重要的差别，因为这会影响对其他博弈方行为的判断，并最终影响各博弈方自己的决策和行为，影响博弈的最终结果。在这方面不同的博弈，即使其他方面都完全相同，结果也会有很大的差异，因此我们必须十分重视得益信息

的差别。正是因为这个原因，博弈论将博弈分为完全信息博弈和不完全信息博弈两个大类分别进行研究，本书则将在不同章节分别进行介绍。

二、关于博弈过程的信息

前面已经介绍了动态博弈的概念，动态博弈的根本特征是行为有先后次序。在许多动态博弈中，轮到行为的博弈方全部能看到在他行为之前行为的各个博弈方的所有行为，也即对前面的博弈过程或“历史”有完美的知识。如弈棋这种两人动态博弈中，双方的每一步棋都是大家可以看见，一目了然的，每方在走每一步棋之前，都清楚此前的对局过程。但在社会经济活动中也显然存在许多竞争对手、合作伙伴有意无意隐藏自己行为的情况，因此在动态博弈中常常也会有某些轮到行为的博弈方，不完全清楚此前行为博弈方的选择，对前面阶段博弈过程没有完美知识的情况。如在厂商之间争夺市场的竞争中，一方对于另一方究竟采取了哪些竞争策略或手段就不一定完全清楚，因为相互竞争的厂商往往会想方设法隐藏自己的行为。动态博弈中在轮到行为时对博弈的进程完全了解的博弈方，称为具有“完美信息”（Perfect Information）的博弈方，如果动态博弈的所有博弈方都有完美信息，则称为“完美信息的动态博弈”。动态博弈中轮到行为的博弈方不完全了解此前全部博弈进程时，称为具有“不完美信息”（Imperfect Information）的博弈方，有这种博弈方的动态博弈则称为“不完美信息的动态博弈”。

在动态博弈中各博弈方是否具有完美信息，对博弈方的决策、行为和博弈结果也有很大的影响。没有关于博弈进程的完美信息，意味着决策和行为必然有一定的盲目性，只能依靠对博弈进程的某种“判断”，某种概率期望进行决策。因此，区别动态博弈的完美不完美信息问题也是很重要的。

1.3.6　博弈方的能力和理性

到目前为止，有一个问题我们一直没有给予足够的重视，那就是博弈问题中的博弈方的理性和能力问题。这个问题的重要性是很显然的，因为理性和能力决定了博弈方的行为逻辑，不搞清博弈方基本的行为逻辑，就不可能对他们的策略选择和相互博弈的结果作出准确的判断预测。博弈方最主要的行为逻辑包括两个方面：一是他们决策行为的根本目标；二是他们追求目标的能力。在前面两节中我们事实上接受了经济学中通常采用的“理性经济人假设”，即认为博弈方都是以个体

利益最大化为目标，且有准确的判断选择能力，也不会“犯错误”。以个体利益最大为目标被称为“个体理性”（Individual Rationality），有完美的分析判断能力和不会犯选择行为的错误称为“完全理性”。但这样的假设肯定是有问题的。

一、完全理性和有限理性

首先我们讨论博弈方的分析和行为能力问题。因为博弈问题通常包含复杂的相互依存关系，博弈分析往往是很复杂的，因此指望现实的博弈方都能通过博弈分析找到最优策略，而且不会因为遗忘、失误、任性等原因偏离最佳选择，常常是不切实际的。也就是说，如果我们只是在完全理性假设下进行博弈分析，显然是不够的，会影响博弈论的适用范围和价值。因此，博弈论既要研究“完全理性”的博弈问题，也要研究“有限理性”，即博弈方的判断选择能力有缺陷情况下的博弈问题。

区别完全理性和有限理性博弈论的重要性在于，如果决策者是有限理性的，与完全理性的要求有差距，那么他们的策略行为和博弈结果通常与在博弈方有完全理性假设的基础上的预测有很大差距，以完全理性为基础的博弈分析就可能会失效。特别是由于博弈问题中博弈方之间都有很强的相互依赖和影响，因此只要有个别或部分博弈方的理性能力有局限性，甚至只要博弈方相互对对方的能力和理性有怀疑，就会破坏整个博弈和博弈分析的基础，使得我们在所有博弈方有完全的能力和理性的前提下所作的理论分析全部失效。正是因为这些原因，虽然简单地假设各个博弈方都有完全的理性能够给分析带来很大的便利，并且这也是一般经济分析的通行做法，但我们在博弈分析中却不能回避博弈方的理性能力问题，必须对它们有所考虑。

我们对这个问题是这样处理的：在介绍博弈论的基本思想、原理和各种基础模型的时候仍然采取完全理性博弈方的假设，然后对博弈方的理性能力局限及其影响作一些讨论，并专门在第五章讨论有限理性条件下的博弈理论，即“进化博弈论”。

二、个体理性和集体理性

我们再讨论一下博弈方决策行为的目标问题。理性经济人假设人们的决策和行为是以个体自身利益最大化为根本目标的。但实际上，现实中的决策者并不都是根据个体利益最大化决策行为的，至少在局部问题上存在以集体（团体）利益为目标，追求集体利益最大化的情况。追求集体利益最大化称为“集体理性”（Collective Rationality）。

一般情况下，集体利益最大化本身不是博弈方的根本目标，人们在经济博弈中的行为准则是个体理性而不是集体理性。但如果我们允许博弈中存在“有约束力的协议”（Binding Agreement），使得博弈方采取符合集体利益最大化而不符合个体利益最大化的行为时，能够得到有效的补偿，那么个体利益和集体利益之间的矛盾就可以被克服，从而使博弈方按照集体理性决策和行为成为可能。因此我们也必须考虑这种允许存在有约束力协议的，以集体理性为基础的博弈。

一般地，我们将允许存在有约束力协议的博弈称为“合作博弈”（Cooperative Game）。与此相对，不允许存在有约束力协议的博弈则称为“非合作博弈”（UnCooperative Game）。由于在合作博弈和非合作博弈两类博弈中，博弈方基本的行为逻辑和研究它们的方法有很大差别，因此它们是两类很不相同的博弈。事实上，“合作博弈理论”和“非合作博弈理论”正是博弈论最基本的一个分类，它们在产生和发展的路径，在经济学中的作用、地位和影响等许多方面都有很大的差别。现代占主导地位，也是研究和应用较多较广泛的，主要是其中的非合作博弈理论。本教材主要介绍的也是非合作博弈理论，只有第九章对合作博弈理论作了一些介绍。

非合作博弈更受重视的原因主要有这样一些：（1）主导人们行为方式的主要还是个体理性而不是集体理性，或者换句话说，竞争是一切社会、经济关系的根本基础，不合作是基本的，合作是有条件和暂时的，因此非合作博弈关系比合作博弈关系更普遍；（2）搞清了非合作的博弈关系，合作的博弈关系就比较容易理解，在证明非合作博弈无效率或低效率的同时，就自然说明了存在着合作的可能性和必要性，因此从某种意义上说非合作博弈理论是合作博弈理论的基础；（3）集体理性是更高级和更复杂的理性，因此研究合作博弈的难度更大，更难找到分析的一般概念和系统方法。合作博弈和非合作博弈理论发展速度的差异（目前非合作博弈理论比合作博弈理论成熟得多）证实了这种难度差别。

1.3.7　博弈的分类和博弈理论的结构

在上面关于博弈结构所作分析的基础上，就可以进一步对博弈问题进行归纳分类。其实博弈结构每个方面的特征都可以作为博弈分类的依据。如根据博弈方的数量可分为单人博弈、两人博弈和多人博弈；根据博弈方策略的数量可分为有限博弈和无限博弈；根据得益情况可分为零和博弈、常和博弈和变和博弈；根据博弈过程可分为静态博弈、动态博弈和重复博弈；根据信息结构可分为完全信息博弈和不完全信

息博弈，以及完美信息动态博弈和不完美信息动态博弈；最后还可以根据博弈方的理性和行为逻辑差别分为完全理性博弈和有限理性博弈，非合作博弈和合作博弈。所有这些分类都有重要的意义，因为博弈结构这些方面的差异对博弈结果和博弈分析都有重要的影响。

上述各种博弈分类相互之间都是交叉的，并不存在严格的层次关系。但我们可以根据各种分类对博弈分析方法影响程度的大小排出大致的次序：

首先分为非合作博弈和合作博弈两大类。本书主要介绍非合作博弈理论，合作博弈理论只稍作提及，有兴趣的读者可阅读相关的著作。

其次在非合作博弈的范围内，可分为完全理性博弈和有限理性博弈两大类。本书介绍大多数基本博弈概念、原理和分析方法时都以完全理性假设为基础，因为这样可以使分析比较简单。有限理性博弈一是作为完全理性博弈模型的扩展讨论放在相关章节的后面部分，二是将在第五章中专门进行讨论。

第三个层次分为静态博弈和动态博弈，外加重复博弈这种特殊的动态博弈。因为静态博弈和动态博弈在表达和分析方法方面都有很大的不同，因此我们对它们会分别进行讨论。第二、三章分别讨论信息完全、完美的静态博弈和动态博弈，不完全信息、不完美信息的静态和动态博弈中则在第六到第八章中讨论（根据信息结构的分类是下一个层次）。重复博弈则在第四章中专门讨论。

第四个层次是根据信息是否完全和完美分类，共分为完全信息静态博弈和不完全信息静态博弈、完全且完美信息动态博弈、完全但不完美信息动态博弈、不完全信息动态博弈。其中完全但不完美信息的动态博弈、不完全信息的静态博弈和不完全信息的动态博弈，是新兴的信息经济学的重要基础，上面已说过将在第六、七、八章中讨论。

此外，上述各类博弈还都可以分为零和博弈和非零和博弈，单人博弈和多人博弈等。对这些类型差别我们不再分章讨论，只是在各章的分析中加以考虑。

上面归纳的这些层次正是博弈问题的基本分类结构，也是博弈理论的基本结构。本书的内容和章节安排力图把非合作博弈的基本理论比较完整地展现出来，使读者能尽快掌握博弈理论的比较基本，但却是清晰完整的思想、原理和方法。这里需要提醒读者的是，不要机械地看待博弈分类。因为事实上博弈分类也有很大的主观性，上述分类的主要根据是有利于理解和掌握博弈分析的思想和原理，随着博弈问题的

发展，随着博弈理论的发展，博弈的分类方法也是完全可以发展变化的。

本章内容提要

本章是对博弈论的一个概要介绍。本章通过对博弈概念的阐述，对一些经典博弈模型的介绍，对博弈问题来源、特征、表示方法等的讨论，介绍了博弈论的基本内容，并在此基础上对博弈的分类和博弈理论的结构作了分析。本章的主要目的是让读者尽快形成对博弈论的基本概念和问题的初步了解，为以后各章的详细分析作准备。

本章的介绍告诉我们，博弈论既是一种决策理论，也是一种经济分析工具，是在具有相互对抗和反应特征的社会经济环境中最有效的决策理

论和经济分析工具。博弈论的内容非常丰富，体系非常庞大。根据博弈方的理性和行为逻辑的不同，可分为非合作博弈和合作博弈。在非合作博弈中，根据博弈过程的不同，可以分为静态博弈、动态博弈和重复博弈；根据博弈方对得益信息的掌握情况可分为完全信息博弈和不完全信息博弈。在动态博弈中根据对博弈进程信息的掌握则可以分为完美信息的博弈和不完美信息的博弈。这些博弈问题的类型特点，正是形成博弈理论结构的基础。此外，根据博弈方的数量、博弈方策略的数量、得益情况的特征等，博弈问题还可以分为单人博弈、两人博弈和多人博弈，有限策

略博弈和无限策略博弈，零和博弈、常和博弈和变和博弈等，这些类型差别虽然不是博弈理论结构的主要线索，但在以后的博弈分析中是有很大作用的，因此也值得我们重视。

本章基本概念

博弈　博弈论　博弈方　策略　策略组合　博弈次序　得益　得益矩阵　扩展形　囚徒的困境　单人博弈、两人博弈和多人博弈　有限博弈和无限博弈　零和博弈、常和博弈和变和博弈　静态博弈、动态博弈和重复博弈　完全信息和不完全信息　完美信息和不完美信息　个体理性和集体理性　合作博弈和非合作博弈　完全理性和有限理性

本章思考题

1.什么是博弈？博弈论的主要研究内容是什么？

2.设定一个博弈模型必须确定哪几个方面？

3.举出烟草、餐饮、股市、房地产、广告、电视等行业的竞争中策略相互依存的例子。

4.“囚徒的困境”的内在根源是什么？举出现实中囚徒的困境的具体例子。

5.博弈有哪些分类方法，有哪些主要的类型？

6.你正在考虑是否投资100万元开设一家饭店。假设情况是这样的：你决定开，则0.35的概率你将收益300万元（包括投资），而0.65的概率你将全部亏损掉；如果你不开，则你能保住本钱但也不会有利润。请你（a）用得益矩阵和扩展形表示该博弈；（b）如果你是风险中性的，你会怎样选择？（c）如果你是风险规避的，且期望得益的折扣系数为0.9，你的策略选择是什么？（d）如果你是风险偏好的，期望得益折算系数为1.2，你的选择又是什么？

7.一逃犯从关押他的监狱中逃走，一看守奉命追捕。如果逃犯逃跑有两条可选择的路线，看守只要追捕方向正确就一定能抓住逃犯。逃犯逃脱可少坐10年牢，但一旦被抓住则要加刑10年；看守抓住逃犯能得1000元奖金。请分别用得益矩阵和扩展形表示该博弈，并作简单分析。

【注释】

(1) 理论上讲，只要知道人们对博弈结果的具有连续、反身、传递和完全性质的偏好关系，即使博弈结果不是数量，也可以进行博弈分析。但对非数量偏好关系的表述和处理比较困难，因此绝大多数博弈模型都是针对数字利益，或用效用概念数量化以后进行分析的。

(2) 对博弈规则的来源也有一定的疑问和争论。一般可以认为是对现实中博弈关系的抽象得到，因为现实的决策问题及其环境中事实上都有显明或隐晦的各种规则，关键是要准确抽象。

(3) 注意这种用一个包含两个（或两个以上）节点的信息集来反映不确定性和无针对性选择的方法非常重要。在以后研究不完美信息博弈时有重要作用。

(4) 在下这样的结论时，我们实际上已假定该商人是属于“风险中性”类型的，即1单位期望得益和1单位确定的得益对它来说是等价的。除了这种对待不确定性的态度以外，还有另外两种对待不确定性的态度，一种称为“风险偏好”的，持这种态度的人认为1单位的期望得益好于1单位的确定性得益；一种则正好相反，认为1单位期望得益不如1单位确定性得益，这种人称为“风险规避”或“风险厌恶”的。今后如不特别说明，博弈方都被认为是风险中性的。

第二章　完全信息静态博弈

本章讨论完全信息静态博弈。完全信息静态博弈即各博弈方同时决策，且所有博弈方对各方得益都了解的博弈。完全信息静态博弈属于非合作博弈中最基本的类型，导论介绍的囚徒的困境、齐威王田忌赛马、猜硬币、石头·剪子·布、古诺产量决策等都属于这种博弈。在导论中我们已经对上述博弈作了一些分析，但它们多数没有得到彻底解决，更没有找出分析此类博弈的一般方法。本章将对完全信息静态博弈作比较系统的分析，并讨论分析这类博弈的一般分析方法。在本章中，“博弈”主要指完全信息静态博弈。

2.1　基本分析思路和方法

本节首先讨论分析完全信息静态博弈问题的一些基本思路和方法，包括上策均衡、严格下策反复消去法、划线法和箭头法等。这些基本思路和分析方法不仅可以解决部分博弈问题的分析，而且对我们理解其他的博弈分析概念和方法也有很大的启发。

2.1.1　上策均衡

考虑这样一种情况：在某个博弈中，如果不管其他博弈方选择什么策略，一博弈方的某个策略给他带来的得益始终高于其他策略，至少不低于其他策略。这时我们不难理解，上述“某个策略”必然是该博弈方愿意选择的策略。例如囚徒的困境博弈中的“坦白”就是这样的策略（对两个博弈方都成立）。我们称这种策略为该博弈方的一个“上策”（Dominant-strategy）。

进一步，如果一个博弈的某个策略组合中的所有策略都是各个博弈方各自的上策，那么这个策略组合肯定是所有博弈方都愿意选择的，必然是该博弈比较稳定的结果。我们称这样的策略组合为该博弈的一个“上策均衡”（Dominant-strategy Equilibrium）。上策均衡是博弈分析中最基本的均衡概念之一，上策均衡分析是最基本的博弈分析方法。囚徒的困境博弈中的（坦白，坦白）实际上就是一个上策均衡，因为根据第一章的分析，“坦白”对该博弈的两个博弈方来说都是上

策。

正是因为上策均衡反映了所有博弈方的绝对偏好，因此非常稳定，根据上策均衡可以对博弈结果作出最肯定的预测。所以我们在进行博弈分析时，应该首先判断各个博弈方是否都有上策，博弈中是否存在上策均衡。如果能够找到一个博弈的上策均衡，那么就意味着该博弈的分析有了明确的结果，博弈分析的任务就基本上完成了。

但问题是并非每个博弈方都有这种绝对偏好的上策，而且常常是所有博弈方都没有上策，因为博弈方的最优策略随其他博弈方的策略而变化正是博弈问题的根本特征，是博弈关系相互依存性的主要表现形式。因此上策均衡不是普遍存在的。例如在上一章介绍的齐威王田忌赛马博弈或古诺产量博弈中就都没有上策均衡，因为各个博弈方的任何策略都不是绝对最优的，每个博弈方都没有绝对偏好的上策。所以，上策均衡并不能解决所有的博弈问题，最多只是在分析少数博弈时有效。

其实换一个角度讲，上策均衡并不普遍存在正是博弈理论的价值所在。因为如果上策均衡在所有博弈问题中普遍存在，那么博弈问题与一般的个人最优化问题就没有任何实质性的区别，博弈分析也就不会有什么新意，就不可能成为一种独立的理论，更不用说成为一种重要的、革命性的理论方法了。

2.1.2　严格下策反复消去法

上策均衡在博弈分析中作用的局限性，说明我们必须发展适用性更强的，更有效的博弈分析概念和分析方法。“严格下策反复消去法”（Iterated Elimination of Strictly Dominated Strategies）就是在适用范围更广的意义上，比上策均衡分析更有效的博弈分析方法之一。

一、思路和原理

反思上策均衡分析的思路，不难发现上策均衡分析采用的决策思路是一种选择法的思路，是在所有可选择策略中选出最好一种的思路。实际上，选择只是人们在决策活动中所运用的一种决策思路而不是全部的决策思路，人们在决策活动中还会采用另外的决策思路。排除的思路，也就是所谓的排除法，就是其中最常运用的一种。排除法与选择法在形式上正好相反，它是通过对可选策略的相互比较，把不可能采

用的较差策略排除掉，从而筛选出较好的策略，或者至少缩小候选策略的范围。这种排除法的思路导出了博弈分析中的严格下策反复消去法。

我们仍然以囚徒的困境博弈为例说明严格下策反复消去法的基本原理。对囚徒的困境博弈中的两个博弈方来说，不管对方的策略如何，各自两种可选策略中的“坦白”策略都比“不坦白”策略来得好。这时我们称“不坦白”是两个博弈方的相对于“坦白”策略的“严格下策”（Strictly Dominated Strategy）。一般地，如果在一个博弈中，不管其他博弈方的策略如何变化，一个博弈方的某种策略给他带来的得益，总是比另一种策略给他带来的得益要小，那么我们称前一种策略为相对于后一种策略的一个“严格下策”。

很显然，任何理性的博弈方都不可能采用严格下策。囚徒的困境博弈的两个博弈方都不会采用“不坦白”策略就是例子。因此，我们可以把“不坦白”策略依次（或同时）从他们各自的策略空间中排除掉。我们这样“反复消去”两个博弈方的“不坦白”策略以后，两博弈方可选策略的范围就都缩小到只剩下一个“坦白”策略，因此双方都“坦白”成为他们的必然选择，结果就是各被判刑5年。在这个博弈中，严格下策反复消去的结果与上策均衡分析是相同的。在其他任何博弈中，只要我们发现哪个博弈方的某些策略是相对于他的其他策略的严格下策，同样也可以把它们消去。值得注意的是，这种消去严格下策的方法既可以在同一个博弈方的策略空间中反复运用，也可以在各个博弈方的策略空间上交叉运用，只要各博弈方剩余的策略空间中还有严格下策，就可以继续消去，直到找不出任何严格下策为止，这在逻辑上是很容易理解的。

这种反复寻找博弈中各个博弈方的，在策略之间两两比较意义上的“严格下策”，并把它们消去的方法，就称为“严格下策反复消去法”。严格下策反复消去法在分析许多博弈时都能应用，特别是有些博弈不存在上策均衡但却存在某些严格下策，因此只可以运用严格下策反复消去法而不能运用上策均衡。所以一般来说，严格下策反复消去法比上策均衡分析的适用面要更大一些。

若对一个博弈运用严格下策反复消去法后，某个博弈方只有惟一的策略幸存下来，那么该策略将是该博弈方的惟一选择，如果该博弈的策略组合中只有惟一一个幸存下来，这个策略组合就是该博弈的结果，如囚徒的困境博弈中的（坦白，坦白）。

二、应用

为了进一步理解和掌握严格下策反复消去法，以及它与上策均衡分析的区别，我们用它来分析一个例子。首先看图2.1中这个抽象掉现实问题内容的，两个博弈方分别有三种和两种策略的不对称博弈问题。

		博弈方2		
		左	中	右
博弈方1	上	1, 0	1, 3	0, 1
	下	0, 4	0, 2	2, 0

图2.1　适合用严格下策反复消去法分析的例子

首先，根据图2.1中得益矩阵不难判定，该博弈不存在上策均衡。因为在博弈方1的“上”、“下”两种策略中，不存在始终占优的上策，在博弈方2的“左”、“中”、“右”三种策略中，同样也不存在始终占优的上策。因此在分析这个博弈时，上策均衡分析不可能有用武之地。

现在我们试探用严格下策反复消去法进行分析。如果先从博弈方1的策略空间开始，由于在博弈方1的“上”、“下”两策之间没有严格的优劣关系（当博弈方2采用“左”和“中”时“上”优于“下”，但当博弈方2采用“右”时则是“下”优于“上”），因此两个策略都不是严格下策，无法用严格下策反复消去法排除其中任何一个策略。但是，如果分析博弈方2的三个策略，我们可以发现“右”与“中”之间存在严格的优劣关系，因为不管博弈方1选“上”还是“下”，博弈方2选“右”的得益都小于“中”，因此“右”策是相对于“中”策的严格下策。根据严格下策反复消去的思想，可以先将“右”策从博弈方2的策略空间中去掉。这时博弈就简化为图2.2中得益矩阵表示的，两个博弈方各两种策略的博弈。

		博弈方2	
		左	中
博弈方1	上	1, 0	1, 3
	下	0, 4	0, 2

图2.2　消去博弈方2“右”策后的博弈

		博弈方2	
		左	中
博弈方1	上	1，0	1，3

图2.3　进一步消去博弈方1“下”策后博弈

在这个只剩下四种策略组合的博弈中，我们再比较博弈方1的两种策略。此时容易发现“下”是相对于“上”的严格下策，因此可以将“下”策从博弈方1的策略空间中去掉。这样博弈进一步化为图2.3的形式。

最后在这个仅剩两个策略组合的博弈中，再比较博弈方2的两个策略。很显然“左”是相对于“中”的严格下策，也可以被消去。这样原来的博弈就被精简到只剩下惟一的一个策略组合（上，中）。因为所有被消去的策略都是两博弈方不可能采用的，因此两个博弈方最终的选择只能是这个惟一剩下的策略组合，这个策略组合就是博弈的“解”。当然，（上，中）并不是原博弈的上策均衡，事实上原博弈也根本没有上策均衡。

通过上面这个例子的分析我们可以看出，严格下策反复消去法的适用范围确实要比上策均衡分析更大一些，因此在分析博弈方面的作用也更大。不过，严格下策反复消去法也不能解决所有博弈的分析问题。因为在许多博弈问题中，上述相对意义上的严格下策往往也不存在。如猜硬币、齐威王田忌赛马、石头·剪子·布等赌胜博弈，以及此后我们会介绍的其他许多博弈中，没有任何博弈方的任何策略是相对其他策略的严格下策。不存在任何严格下策的博弈，当然无法用严格下策反复消去法进行分析。此外，在策略数较多的博弈中，往往是严格下策反复消去法只能消去其中的部分策略，不能消去的策略组合并不惟一，这时仅用严格下策反复消去法也无法对博弈作出准确的判断，因此仍然不能完全解决这些博弈问题。

严格下策反复消去法失效的原因，仍然是在典型的博弈问题中，博弈方之间普遍存在策略依存的特征，也就是说一个博弈方的不同策略之间，往往不存在绝对的优劣关系，而只存在相对的、有条件的优劣关系，因此利用策略之间的绝对优劣关系分析筛选的严格下策反复消去法也无法应用。所以，严格下策反复消去法也不是普遍适用的博弈分析方法，不可能成为博弈分析的一般方法。当然，这并不否定严格下策反复消去法的意义，因为它不仅能解决部分博弈问题，而且能使不少博弈问题得到简化，此外它与其他重要的博弈分析概念和方法，如

上策均衡、纳什均衡、纳什均衡分析和弱下策消去等，都有密切的联系，对于理解这些分析概念和方法有很大的帮助。严格下策反复消去法是博弈分析的标准工具之一。

2.1.3 划线法

上面的分析告诉我们，上策均衡分析和严格下策反复消去法都有局限性，不能完全满足博弈分析的需要，因此我们必须进一步寻找更普遍适用的博弈分析方法。那么应该向什么方向寻找这种方法呢？对此，实际上上面的分析已经给了我们启发，那就是适用性较强的博弈分析方法，必然是以策略之间的相对优劣关系，而不是绝对优劣关系为基础的。根据这样的思路，很容易导出博弈分析的“划线法”。

博弈方的最终目标都是实现自身的最大得益。在具有策略和利益相互依存性的博弈问题中，各个博弈方的得益既取决于自己选择的策略，还与其他博弈方选择的策略有关，因此博弈方在决策时必须考虑其他博弈方的存在和策略选择。根据这种思想，科学的决策思路应该是：先找出自己针对其他博弈方每种策略或策略组合（对多人博弈）的最佳对策，即自己的可选策略中与其他博弈方的策略或策略组合配合，给自己带来最大得益的策略（这种相对最佳对策总是存在的，不过不一定惟一），然后在此基础上，通过对其他博弈方策略选择的判断，包括对其他博弈方对自己策略判断的判断等，预测博弈的可能结果和确定自己的最优策略。

以介绍严格下策反复消去法时的图2.1博弈为例。在这个博弈中，对博弈方1来说，假设博弈方2采用的策略是“左”，则博弈方1采用“上”得1，采用“下”得0，此时的最佳对策是“上”。为了便于记忆和分析，我们在矩阵中策略组合（上，左）对应的博弈方1的得益1（矩阵左上角数组中第一个数字）下划一短线，表示这是博弈方1在博弈方2选择“左”时的最大可能得益。同样，我们可以找出博弈方2分别选择“中”和“右”时博弈方1的最佳对策，它们分别是“上”和“下”，得益分别为1（矩阵第一行第二列数组第一个数字）和2（矩阵右下角数组第一个数字），我们也在它们下划一短线。博弈方2的思路与博弈方1是相同的，因此我们也分别在他针对博弈方1“上”、“下”两个策略的两个最佳对策，“中”和“左”给他带来的得益3（矩阵第一行第二列数组第二个数字）和4（矩阵左下角得益数组第二个数字）的下面划上短线。最终我们得到图2.4。

		博弈方2		
		左	中	右
博弈方1	上	1, 0	1, 3	0, 1
	下	0, 4	0, 2	2, 0

图2.4　划线法分析图2.1中博弈

在图2.4得益矩阵的六个得益数组中，对应（下，中）和（上，右）的得益数组（0，2）和（0，1）都是两个数字下都没有划线，这意味着相应策略组合中两博弈方的策略都不是针对另一方策略的最佳对策，也意味着这两个策略组合不可能是两博弈方的选择；对应（上，左）、（下，左）和（下，右）三个策略组合的得益数组都有一个数字下划有短线，这意味着相应策略组合的两博弈方策略中，有一方的是对另一方的最佳对策，因此这三个策略组合也不是双方同时愿意接受的结果；只有策略组合（上，中）对应的得益数组（1，3）的两个数字下都划有短线，这意味着该策略组合的双方策略都是对对方策略的最佳对策，表明给定一方采用该策略组合中的策略，则另一方也愿意采用该策略组合中的策略，该策略组合具有稳定性。由于（上，中）是本博弈中惟一具有稳定性的策略组合，很可能会是该博弈的结果。

上述通过在每个博弈方对其他博弈方每个策略或策略组合的最佳对策对应的得益下划线，分析博弈的方法称为“划线法”。如果对囚徒的困境博弈运用划线法，则可以在囚徒1针对囚徒2坦白、不坦白两种策略的最佳对策（都是坦白），分别给他带来的得益 - 5和0下划上短线，同样在囚徒2针对囚徒1坦白、不坦白两种策略的最佳对策（也都是坦白），给他带来的得益 - 5和0下也划上短线，从而得到图2.5。

		囚徒2	
		坦　白	不坦白
囚徒1	坦　白	−5, −5	0, −8
	不坦白	−8, 0	−1 , −1

图2.5　划线法分析囚徒的困境

在图2.5得益矩阵的四个得益数组中，只有策略组合（坦白，坦白）

对应的得益数组（-5，-5）的两数字下都划有短线，其他三个策略组合的得益数组中最多只有一个数字下有短线或两个数字都没有短线，意味着只有（坦白，坦白）满足双方的策略相互是对对方策略的最佳对策，而且这是惟一具有这种性质的策略组合。因此（坦白，坦白）是该博弈惟一具有稳定性的策略组合，基本上就是该博弈的结果。这也与以前的分析结论相同。

划线法是一种非常简便的博弈分析方法，由于它以策略之间的相对优劣关系为基础，因此在分析用得益矩阵表示的博弈问题时具有普遍适用性。当然，这并不意味着每个用得益矩阵表示的博弈都可以用划线法求出确定性的博弈结果。是否能得到确定性的结论依赖于具体的博弈是否存在上述博弈中那种，惟一的每个数字下都划有短线的得益数组。

事实上，许多博弈根本不存在确定性的结果，当然也就无法用划线法找出这种结果。我们通过一些例子来说明。首先以猜硬币博弈为例。对猜硬币博弈应用划线法，可得到图2.6中的得益矩阵。

		猜硬币方	
		正面	反面
盖硬币方	正面	−1, 1	1, −1
	反面	1, −1	−1, 1

图2.6　划线法分析猜硬币博弈

根据图2.6知道，在运用划线法以后，猜硬币博弈的得益矩阵中并不存在两数字下都划有短线的得益数组。这就意味着猜硬币博弈中没有哪一个策略组合的双方策略，相互都是对对方策略的最佳对策，因此该博弈没有一个策略组合是双方同时愿意接受的，这样的博弈根本不可能有可以预言的博弈结果。这与我们以前的结论也是一致的。

下面再用“夫妻之争”（Battle of Sexes）博弈说明一种相反的情况，即对有些博弈应用划线法时存在不止一个得益数组每个数字下都划有短线。夫妻之争也是一个经典博弈问题，我们不妨这样表述：一对夫妻得到了两张时装表演票和同一时间的两张足球比赛票。妻子更想去看时装表演而丈夫更想去看足球，但又不愿或不能分头行动，争执不下就决定双方投票一次决定。若同选时装则去看时装表演，同选足球则去看足球比赛，如选择不一致则哪儿都不去。再假设若丈夫与妻子同

去看时装表演，妻子得益（也就是效用，下同）2单位，丈夫得益1单位；若丈夫与妻子都去看足球比赛则丈夫得益3单位，妻子得益1单位；若因为双方选择不同而没有出门则双方得益都为0单位，那么该博弈的得益矩阵如图2.7所示。

		丈夫	
		时装	足球
妻	时装	2,1	0, 0
子	足球	0, 0	1, 3

图2.7　夫妻之争

在日常生活和经济活动中有许多问题与这个夫妻之争博弈是相似的。例如当两个人从两个不同的地点出发而希望能在中途会合，若存在两条不同的路线，那么他们对路线的选择就与夫妻之争很相似。这个博弈甚至还可以推广到人类与可能存在的外星生物之间相互联络的尝试中，对联系方式（介质、频率等）的选择问题。此外，企业之间在关联产品技术和规格等方面的合作也有类似的特征。因此讨论夫妻之争博弈模型的意义，主要不是解决夫妻矛盾、家庭纠纷。

对于夫妻之争博弈首先可以确定的是，严格下策反复消去法无法运用，因为两个博弈方都没有严格下策。用划线法分析这个夫妻之争博弈，不难得到图2.8。

		丈夫	
		时装	足球
妻	时装	<u>2</u>,<u>1</u>	0 ,0
子	足球	0, 0	<u>1</u>, <u>3</u>

图2.8　划线法分析夫妻之争

根据图2.8可以看出，这个博弈中有两个策略组合，（时装，时装）和（足球，足球），都是所对应的得益数组的两个数字下都划有短线，这意味着这两个策略组合中的双方策略都是对对方策略的最佳对策。因此，如果一个博弈方选择了这两个策略组合中某一个的策略，另一个博弈方也会愿意选择该策略组合的策略，这两个策略组合都具有内在的稳定性。但是，由于具有上述特征的策略组合在本博弈中存

在两个，而不是惟一的一个，两个策略组合中哪个出现都是合理的，因此我们反而无法确定哪个结果会出现。对于这样的博弈，划线法显然也没有完全解决问题。

值得强调的是，虽然在猜硬币博弈和夫妻之争博弈中，划线法也没有完全解决博弈的最终结果的问题，但它至少已经使我们对它们博弈方策略偏好之间的一致不一致、共同利益和矛盾冲突的情况有了更加清楚的认识，这对进一步解析这些博弈中博弈方的行为有很重要的意义。因此，与在这些博弈问题中根本无法运用的严格下策反复消去法相比，划线法还是有优势的，这一点在分析更复杂的博弈模型时会表现得更加明显。

2.1.4　箭头法

另外还有一种与划线法的分析思路有所不同，但效果与划线法相同，而且对理解博弈关系很有好处的寻找博弈中具有相对稳定性策略组合的分析方法，我们称为“箭头法”。箭头法的基本思路是对博弈中的每个策略组合进行分析，考察在每个策略组合处各个博弈方能否通过单独改变自己的策略而增加得益。如能，则从所分析的策略组合对应的得益数组引一箭头，到改变策略后策略组合对应的得益数组。最后综合对每个策略组合的分析情况，形成对博弈结果的判断。

我们仍然用划线法用过的几个博弈作为例子。首先用箭头法分析囚徒的困境博弈。我们可以从囚徒的困境博弈的四个策略组合中的任一个开始分析，不妨先从策略组合（不坦白，不坦白）开始。假设开始时双方采用的是该策略组合，那么囚徒1和囚徒2都会发觉，自己单独改变策略能够增加得益（从－1提高到0）。因此囚徒1必然会改变自己的策略，使策略组合从原来的（不坦白，不坦白）变为（坦白，不坦白），在图2.9中我们用一个从前一个策略组合的得益数组（－1，－1）指向后一策略组合得益数组（0，－8）的箭头表示这种倾向。同样的，囚徒2也会单独改变自己的策略，使策略组合从（不坦白，不坦白）变为（不坦白，坦白），也用一个从前者得益数组（－1，－1）指向后者得益数组（－8，0）的箭头表示这种倾向，如图2.9所示。这说明策略组合（不坦白，不坦白）决不可能是稳定的。

		囚徒2	
		坦白	不坦白
囚徒1	坦白	−5, −5	0, −8
	不坦白	−8, 0	−1, −1

图2.9　箭头法分析囚徒的困境

现在再分析策略组合（坦白，不坦白）。采用这个策略组合时，囚徒1很满意自己的得益，不会有改变自己策略的愿望，但囚徒2却会发觉改变策略可大大改善自己的得益，因此他必然会改变自己的策略，使策略组合从（坦白，不坦白）变为（坦白，坦白），使自己的得益从-8提高到-5。图2.9中用从前者得益数组（0，-8）指向后者得益数组（-5，-5）的箭头表示这种倾向。在（不坦白，坦白）策略组合，则是博弈方1会改变策略，可用从该策略组合得益数组（-8，0）指向（坦白，坦白）得益数组（-5，-5）的箭头表示。因此，无论是（坦白，不坦白），还是（不坦白，坦白），也都不可能是稳定的。

最后，如果两博弈方已经采用了（坦白，坦白）策略组合，则无论哪个博弈方单独改变自己的策略都是不合算的（得益会从-5降为-8），因此不会有任何指离它的得益数组的箭头，只会有指向的箭头。策略组合（坦白，坦白）就是该博弈中惟一具有稳定性的策略组合，应该是该博弈的结果。这与我们用划线法得到的结果是一致的。

这种通过反映各博弈方选择倾向的箭头，寻找博弈中具有稳定性的策略组合的方法，就是“箭头法”。将箭头法的原理应用到前面讨论过的其他三个博弈问题，可以分别在它们得益矩阵的得益数组之间标上相应的箭头，如图2.10、图2.11和图2.12中所示。

博弈方1 \ 博弈方2	左	中	右
上	1,0	1,3	0,1
下	0,4	0,2	2,0

图2.10　箭头法分析图2.1中博弈

在图2.10中只有指向的箭头而没有指离的箭头的只有一个得益数组，就是对应策略组合（上，中）的（1，3），其余5个得益数组至少有一个指离的箭头，因此（上，中）是该博弈惟一具有稳定性的策略组合，应该是该博弈的结果。结论与以往得到的一样。

盖硬币方 \ 猜硬币方	正面	反面
正面	−1,1	1,−1
反面	1,−1	−1,1

图2.11　箭头法分析猜硬币博弈

图2.11猜硬币博弈的得益矩阵中，没有哪个策略组合的得益数组只有指向而没有指离的箭头，这意味着每个策略组合都不是稳定的，无法预言一次博弈的结果会是什么。该结论也与以往得到的相同。

		丈夫	
		时装	足球
妻子	时装	2,1	0,0
	足球	0,0	1,3

图2.12　箭头法分析夫妻之争

在图2.12夫妻之争博弈的得益矩阵中，有（时装，时装）和（足球，足球）两个策略组合的得益数组只有指向的箭头，没有指离的箭头，因此这个博弈有两个具有稳定性的策略组合。但正是因为有两个稳定性的策略组合，因此也难以断定一次性博弈的实际结果，结论也与以往的相同。

根据上面的分析很容易看出，箭头法的思路与划线法是不同的，但两者都是基于策略之间相对优劣关系进行分析的，得到的结论也都是一致的，因此这是两种可以相互替代的方法。当然，由于它们的分析思路和角度是不同的，因此对读者理解博弈的本质意义等应该会有不同的启发。

2.2　纳　什　均　衡

上面通过划线法或箭头法找出的具有稳定性的策略组合，不管是否惟一，都有一个共同的特性，就是其中每个博弈方的策略都是针对其他博弈方策略或策略组合的最佳对策。在两人博弈的情况下，就是“给定你的策略，我的策略是我最好的策略，给定我的策略，你的策略也是你最好的策略”。事实上，具有这种性质的策略组合，正是非合作博弈理论中最重要的一个解概念，即博弈中的“纳什均衡”。本节要对这个解概念的定义、部分重要性质和它在博弈分析中的作用等，进行一些讨论。

2.2.1　纳什均衡的定义

因为纳什均衡在非合作博弈分析中具有十分关键的作用和地位，因此

有必要给出它的一个较正式的定义。为此，我们先引进博弈、策略、策略空间和得益等的一般表示法。我们常用G表示一个博弈；如G有n个博弈方，每个博弈方的全部可选策略的集合我们称为“策略空间”，分别用S_1，…，S_n表示；$s_{ij}\in S_i$表示博弈方i的第j个策略，其中j可取有限个值（有限策略博弈），也可取无限个值（无限策略博弈）；博弈方i的得益则用u_i表示，u_i是各博弈方策略的多元函数。n个博弈方的博弈G常写成G＝｛S_1，…，S_n；u_1，…，u_n｝。

有了博弈、博弈方的策略空间和得益的表示法，可以给出纳什均衡的定义如下：

定义　在博弈G＝｛S_1，…，S_n；u_1，…，u_n｝中，如果由各个博弈方的各一个策略组成的某个策略组合$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$中，任一博弈方i的策略s_i^*，都是对其余博弈方策略的组合$(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$的最佳对策，也即$u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \geqslant u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{ij}, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$对任意$s_{ij}\in S_i$都成立，则称$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$为G的一个“纳什均衡”（Nash Equilibrium）。

根据上述纳什均衡定义不难判断，前面所述各博弈方都不愿单独改变策略的策略组合，如囚徒的困境博弈中的（坦白，坦白）、图2.1博弈中的（上，中）是纳什均衡，在夫妻之争博弈中有两个纳什均衡（时装，时装）和（足球，足球），在猜硬币博弈中则不存在纳什均衡。

根据纳什均衡的意义也不难明白，前面介绍的划线法和箭头法，其实正是在可以用得益矩阵表示的博弈中寻找纳什均衡的方法。在博弈方多于三个，或者各博弈方的可选策略有无限多种时，因为无法用得益矩阵表示博弈，划线法和箭头法就无法应用，此时若要寻找纳什均衡则必须发展其他的方法。

2.2.2　纳什均衡的一致预测性质

在介绍更多求博弈中纳什均衡的方法之前，我们必须先对纳什均衡的价值作一些说明，以便大家明白花力气寻找一个博弈的纳什均衡是值

得的。纳什均衡的价值主要在于它有一些非常重要的性质，“一致预测性”就是其中最重要的性质之一。

这里所说的“一致预测性”是指这样一种性质：如果所有博弈方都预测一个特定的博弈结果会出现，那么所有的博弈方都不会利用该预测或者这种预测能力，选择与预测结果不一致的策略，即没有哪个博弈方有偏离这个预测结果的愿望，因此这个预测结果最终真会成为博弈的结果。也就是说，这里“一致预测”中“一致”的意义是，各博弈方的实际行为选择与他们的预测一致，而不是不同博弈方的预测相同、无差异。

一致预测性是纳什均衡的本质属性，也是保证纳什均衡的价值，使纳什均衡有不同于其他分析概念的特殊地位的两个最重要的性质之一。因为首先一致预测性在博弈分析中具有十分重要的地位，其次是只有纳什均衡才具有一致预测的性质。

一致预测性在博弈分析中重要的原因，主要在于一个博弈方在博弈中所作预测的内容包括他自己的选择，因此博弈方有可能会利用预测改变自己的选择，而具有一致预测性质的博弈分析概念就能避免这样的矛盾，从而是稳定的和自我强制的（Self-enforcing），相应选择也才是真正可预测的。不具有一致预测性质的博弈分析概念，在分析和预测博弈结果时，则难以避免预测和行为之间的矛盾，因此是不稳定的，甚至是自我否定的，作用和价值必然很有限。

不难证明纳什均衡具有一致预测的性质，而且只有纳什均衡才有这种性质，任何非纳什均衡的预测都不是一致预测，因此一致预测正是纳什均衡的本质属性。简单的证明如下：如果一个博弈的所有博弈方都预测博弈结果是某个纳什均衡，那么由于纳什均衡策略组合中各博弈方的策略都是对其他博弈方策略、策略组合的最佳对策，因此任一博弈方都不会单独改变策略，因此预测的结果会成为博弈的最终结果。这说明一个纳什均衡作为各个博弈方的共同预测时，一定是一致预测。反过来，如果每个博弈方都预测到某个策略组合将是博弈结果时，都会主动坚持该策略组合中的策略，而不想采取与预测不一致的策略，则说明该策略组合中每个博弈方的策略都是对其他博弈方策略的最佳对策。根据纳什均衡的定义，这个策略组合一定是一个纳什均衡。也可以这样说，如果所有博弈方都是理性的，那么当他们预测到结果将是某个非纳什均衡策略组合时，一定至少有一个博弈方想改变自己的策略，因此该预测决不可能是一致预测。这样我们就证明了一致预测正是纳什均衡的本质属性，纳什均衡和一致预测两者之间是密切联系和不可分割的。

正是由于纳什均衡是一致预测，因此才进一步有下列性质：首先，各博弈方可以预测它，可以预测他们的对手会预测它，还可以预测他们的对手会预测自己会预测它……其次，预测任何非纳什均衡策略组合将是博弈的最终结果，意味着要么各博弈方的预测其实并不相同（预测不同的纳什均衡会出现等），要么预期至少一个博弈方要“犯错误”，包括对博弈结构理解的错误，对其他博弈方的策略预测错误，其理性和计算能力有问题，或者是实施策略时会出现差错等。因此在假设各博弈方预测的策略组合相同，以及各博弈方都有完全的理性，也就是不会犯错误的情况下，不可能预测任何非纳什均衡是博弈的结果。在存在预测不一致和允许博弈方犯错误时问题比较复杂，在今后讨论多重纳什均衡选择和有限理性博弈的章节会加以讨论。

纳什均衡具有一致预测的本质属性，是它在非合作博弈分析中具有不可替代重要地位的根本原因之一。预测是博弈分析最基本的目的之一。也就是说，我们之所以要进行博弈分析，最重要的原因就是预测特定博弈中的博弈方究竟会采取什么行动，博弈将有怎样的结果。即使进行博弈分析的最终目的不是预测，而是通过博弈分析研究人类的行为规律，评价特定制度环境、政策措施的效率意义等，也需要以对博弈结果的预测判断为基础。因此一个博弈分析概念的作用和价值，很大程度上是由其对博弈结果预测能力的大小决定的。纳什均衡的一致预测性质正是其预测能力的基本保证。其他的博弈分析概念要么不具备这种性质，从而不存在预测的稳定性，因此不可能成为具有普遍意义的博弈分析概念，要么本身也是纳什均衡，是纳什均衡的一部分。如前面介绍的上策均衡就具有一致预测的性质，但事实上所有的上策均衡都是纳什均衡。

值得注意的是，虽然纳什均衡是博弈结果的一致预测，但纳什均衡分析却并不一定能对所有博弈的结果都作出准确的预测。因为纳什均衡的一致预测性质本身并不保证各博弈方的预测是相同的，相同的预测是一致预测性质的前提而不是结果。有许多博弈其实根本无法准确预测，因为有些博弈不存在纳什均衡，而另一些博弈又有多重纳什均衡且相互无显著的优劣或效率差别。此外还存在博弈方的理性、能力等与假设不符的情况，这些都会影响纳什均衡在博弈分析中的预测作用。相关问题今后将逐步进行讨论。

2.2.3　纳什均衡与严格下策反复消去法

本章第一节介绍了上策均衡、严格下策反复消去法、划线法和箭头法，本节则介绍了纳什均衡，它们是根据不同的思路，从不同侧面分

析完全信息静态博弈的基本概念和方法。那么，这些概念和分析方法之间的相互关系如何呢？它们是相容的还是不相容的呢？对这些问题作进一步的讨论是有意义的，因为有利于建立博弈分析的方法体系和提高分析效率。

上策均衡和纳什均衡之间的关系，在前面的讨论中已经有了说明，那就是上策均衡是包含在纳什均衡范围之内的，上策均衡肯定是纳什均衡，但反过来纳什均衡不一定是上策均衡，因此上策均衡是比纳什均衡更强、稳定性更高的均衡概念，只是上策均衡在博弈问题中的普遍性比纳什均衡要差得多。因此在博弈分析中可以首先考察是否存在上策均衡，若不存在上策均衡，再寻找纳什均衡。

划线法和箭头法与纳什均衡的关系更清楚，前两者正是在可以用得益矩阵表示的博弈中寻找纳什均衡的方法，不需要再多作说明。

纳什均衡和严格下策反复消去法之间的关系要复杂一些，关键是这两者之间是否存在相容性，也即严格下策反复消去法是否会消去纳什均衡。对于纳什均衡和严格下策反复消去法的关系，下面的两个命题基本上给出了我们所希望的答案。

命题2.1　在n个博弈方的博弈$G=\{S_1,\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_n\}$中，如果严格下策反复消去法排除了除$(s_1^*,\cdots,s_n^*)$之外的所有策略组合，那么$(s_1^*,\cdots,s_n^*)$一定是该博弈惟一的纳什均衡。

命题2.2　在n个博弈方的博弈$G=\{S_1,\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_n\}$中，如果$(s_1^*,\cdots,s_n^*)$是G的一个纳什均衡，那么严格下策反复消去法一定不会将它消去。

我们对这两个命题作一个简单的证明。由于命题2.2的证明更简单一些，因此我们先证明它。证明的方法是反证法，即先假设有某一纳什均衡策略组合在用严格下策反复消去法的过程中被消去，然后说明这必然会导致一个矛盾，因此该假设是不能成立的，从而证明命题2.2正确。

设策略组合$(s_1^*,\cdots,s_n^*)$是博弈$G=\{S_1,\ldots,S_n;u$

1 ，…，u_n }的一个纳什均衡，并且博弈方i的策略 s_i^* ，是该策略组合中第一个由于相对于该博弈方的其他策略是严格下策而被消去的策略（也许是在其他某些策略被消去以后），那么意味着必然存在

博弈方i的某个策略 s_i' ，该 s_i' 在 s_i^*

被消去的时候还没有被消去，并且是相对于 s_i^* 的严格上策，即满足

$$u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \cdots, s_n) < u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \cdots, s_n) \quad (2.1)$$

对任意由其他博弈方此时尚未消去的所有策略构成的策略组合（S_1 ，…，S_{i-1} ，S_{i+1} ，…，S_n ）都成立。

由于我们假设 s_i^* 是纳什均衡策略组合 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 的各方策略中第一个被消去的，因此其他博弈方的策略

$s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*$ ，在 s_i^* 被消去的时候都还没有被消去，因此对

$(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$，（2.1）也必须成立，即

$$u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i', s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \quad (2.2)$$

这显然与

$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 是纳什均衡策略组合的假设相矛盾，因为不等式（2.2）表明，不是博弈方i对其他博弈方的策略组合

$(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$ 的最佳反应。该矛盾证明了开头所作的，纳什均衡被严格下策反复消去法消去

的假设是不可能成立的。这样命题2.2就得到了证明。

证明了命题2.2，实际上命题2.1的后半部分也得到了证明。因为命题2.2已经保证用严格下策反复消去法消去的所有策略都不可能是构成纳什均衡的，因此只要我们能证明未消去的最后一个策略组合确实是纳什均衡，则它的惟一性就由命题2.2作了保证，从而命题2.1就得到了证明。

我们同样用反证法来对命题2.1加以证明。我们假设严格下策反复消去法已经消去除了$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$以外的所有策略组合，但$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$却不是一个纳什均衡。就是说，至少存在某个博弈方i的某个策略s_i，使得

$$u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \qquad (2.3)$$

但是，由于

$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$是经过严格下策反复消去法以后留下的惟一策略组合，因此s_i必然属于被严格下策反复消去法消去的策略。也就是说，在严格下策反复消去过程中的某个阶段，必然存在某个当时还没有被消去的s_i'，使得

$$u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \cdots, s_n) < u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \cdots, s_n) \qquad (2.4)$$

对由此时尚未被消去的，其他博弈方的策略构成的所有策略组合

$(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$都成立。由于

$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$是本博弈经过严格下策反复消去法以后惟一留下的策略组合，因此

$s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*$ 始终不会被消

去，因此也应该满足（2.4）式，即

$$u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i', s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \quad (2.5)$$

如果 s_i' 就是 s_i^* ，即 s_i^* 是相对于s_i的严格上策，则（2.5）和（2.3）相矛盾，从而不是纳什均衡的假设不能成立。这就证明了命题。$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$

如果 s_i' 与 s_i^* 不同，则根据 s_i' 在严格下策反复消去的过程中也必须被消去（要不然 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 就不会是留下的惟一的策略组合）的事实，可进一步推论肯定在某阶段存在 s_i'' 是相对于 s_i' 的严格上策，用 s_i' 和 s_i'' 分别代替和 s_i' ，（2.4）式和（2.5）式仍然必须成立，如果 s_i'' 就是 s_i^* ，则与上相同也证明了命题，否则再进一步推论到类似的 s_i''' 的存在。由于最终只能有 s_i^* 在严格下策反复消去以后不被消去，因此不断重复上述过程，总会找到某个 $s_i^{(n)}$ 就是 s_i^* ，从而证明在前述假设下必然导致（2.5）和（2.3）的矛盾，否定前述假设成立的可能性，证实命题2.1。

这样我们就证明了命题2.1和命题2.2都是成立的。命题2.1和命题2.2保证了严格下策反复消去法和纳什均衡分析之间的相容性，保证了在进行纳什均衡分析之前先通过严格下策反复消去法简化博弈是可行的。这对于提高博弈分析的效率，增加博弈分析的方法和手段都是很有价值的。

2.3 无限策略博弈分析和反应函数

根据上一节的分析已经明白，分析完全信息静态博弈的关键是找出其中的纳什均衡。第一节介绍的划线法和箭头法就是找纳什均衡的方法，但它们的适用范围只是可通过策略之间的两两比较进行分析的有限策略博弈，这些方法在分析如第一章介绍的连续产量古诺模型那种无限多种可选策略博弈时是不适用的。不过，纳什均衡概念的有效性却并不因为策略数量的增加而受到影响，在无限策略、连续策略空间的博弈中，我们仍然可以以纳什均衡概念为基础进行博弈分析，关键是要有找这种博弈的纳什均衡的方法。我们通过具体模型来说明这种博弈的纳什均衡分析方法。

2.3.1　古诺的寡头模型

导论中介绍的连续产量古诺模型是无限策略博弈的典型例子。这里以两厂商连续产量的古诺博弈为例，讨论无限策略博弈的纳什均衡分析方法。

设一市场有1、2两家厂商生产同样的产品。如果厂商1的产量为q_1，厂商2的产量为q_2，则市场总产量为$Q=q_1+q_2$。设市场出清价格P（可以将产品全部卖出去的价格）是市场总产量的函数$P=P(Q)=8-Q$。再设两厂商的生产都无固定成本，且每增加一单位产量的边际成本相等，$c_1=c_2=2$，即它们分别生产q_1和q_2单位产量的总成本分别为$2q_1$和$2q_2$。最后强调两厂商同时决定各自的产量，即他们在决策之前都不知道另一方的产量。

在上述问题构成的博弈中，博弈方为厂商1和厂商2。两博弈方的策略空间就是他们可以选择的产量。因为假设产量是连续可分的，因此两厂商都有无限多种可选策略，即使由于受生产能力的限制他们的产量都是有上限的。该博弈中两博弈方的得益自然是两厂商各自的利润，即各自的销售收益减去各自的成本，根据设定的情况，它们分别为

$$\begin{aligned} u_1 &= q_1P(Q)-c_1q_1 = q_1[8-(q_1+q_2)]-2q_1 \\ &= 6q_1-q_1q_2-q_1^2 \end{aligned}$$

和

$$u_2 = q_2 P(Q) - c_2 q_2 = q_2[8-(q_1+q_2)] - 2q_2$$
$$= 6q_2 - q_1 q_2 - q_2^2$$

容易看出，两博弈方的得益（利润）都取决于双方的策略（产量）。

虽然本博弈中两博弈方都有无限多种可选策略，因而无法用得益矩阵表示该博弈，但纳什均衡的概念还是适用的，即只要两博弈方的一个策略组合 (q_1^*, q_2^*) 满足其中的 q_1^* 和 q_2^* 相互是对对方的最佳对策，就构成一个纳什均衡。并且，如果我们可证实它是该博弈惟一的纳什均衡，则它一般也是博弈的结果，即可以预言理性的博弈方（厂商）将分别选择这两个产量。

那么怎样才能找出这个博弈的纳什均衡策略组合呢？事实上在这个博弈中，我们可以直接根据纳什均衡的定义求纳什均衡策略组合。根据纳什均衡的定义我们知道，纳什均衡就是具有相互是最优对策性质的各博弈方策略组成的策略组合。因此，如果假设策略组合 (q_1^*, q_2^*) 是本博弈的纳什均衡，那么 (q_1^*, q_2^*) 必须是最大值问题

$$\begin{cases} \max\limits_{q_1}(6q_1 - q_1 q_2^* - q_1^2) \\ \max\limits_{q_2}(6q_2 - q_1^* q_2 - q_2^2) \end{cases}$$

的解。

上述求最大值的两个式子都是各自变量的二次式，且二次项的系数都小于0，因此 q_1^*、q_2^* 只要能使两式各自对 q_1、q_2 的导数为0，就一定能实现两式的最大值。令

$$\begin{cases} 6 - q_2^* - 2q_1^* = 0 \\ 6 - q_1^* - 2q_2^* = 0 \end{cases}$$

解之得该方程组的惟一一组解 $q_1^* = q_2^* = 2$。因此，策略组合（2，2）是本博弈惟一的纳什均衡，也是本博弈的结果。即根据上述分析，模型中独立同时作产量决策，以自身最大利益为目标的两厂商，都会选择生产2单位产量，最终市场总产量为2＋2＝4，市场价格为8－4＝4，双方各自得益（利润）2×（8－4）－2×2＝4，两厂商利润总和为4＋4＝8。

如果想对上述博弈结果作效率评价，可以再从两厂商总体利益最大化的角度作一次产量选择。首先根据市场条件求实现总得益（总利润）最大的总产量。设总产量为Q，则总得益为U＝P（Q）－cQ＝Q（8－Q）－2Q＝6Q－Q^2。很容易求得使总得益最大的总产量Q^*＝3，最大总得益u^*＝9。将此结果与两厂商独立决策，追求自身而不是共同利益最大化时的博弈结果相比，不难发现此时总产量较小，而总利润却较高。因此从两厂商的总体来看，根据总体利益最大化确定产量效率更高。换句话说，如果两厂商更多考虑合作，联合起来决定产量，先定出使总利益最大的产量后各自生产一半（1.5单位），则各自可分享到的利益为4.5，比只考虑自身利益的独立决策行为得到的利益要高。

当然，在独立决策、缺乏协调机制的两个企业之间，上述合作的结果并不容易实现，即使实现了也往往是不稳定的。合作难以实现或维持的原因主要是，各生产一半实现最大总利润总产量的产量组合（1.5，1.5），不是该博弈的纳什均衡策略组合。也就是说，在这个策略组合下，双方都可以通过独自改变（增加）自己的产量而得到更高的利润，它们都有突破1.5单位产量的冲动。在缺乏有强制作用的协议等保障手段的情况下，这种冲动注定了维持上述较低水平的产量组合是不可能的，两厂商早晚都会增产，只有达到纳什均衡的产量水平（2，2）时才会稳定下来，因为只有这时候任一厂商单独改变产量才不利于自己。这实际上也是一种“囚徒的困境”，如果将遵守限额还是突破限额作为厂商面临的选择，则构成了图2.13中得益矩阵表示的博弈。当然不难看出图2.13的博弈是一个囚徒的困境博弈。

		厂商2	
		不突破	突　破
厂商1	不突破	4.5，4.5	3.75，5
	突　破	5，3.75	4，4

图2.13　两寡头间的囚徒困境博弈

上述两寡头产量博弈只是古诺模型比较简单的一个特例。更一般的古诺模型可以是包括n个寡头的寡占市场产量决策，市场出清价格与市场总产量的函数关系P = P（Q）也可以更复杂，每个厂商的成本也可以变化或不同。但不管这些因素如何变化，分析的思路与上述两寡头古诺模型都是相似的，不过是纳什均衡的产量组合将变成n个偏微分为0的联立方程组的解。容易理解对一般的古诺模型，纳什均衡策略组合同样不是能真正使各厂商实现最大利润的产量组合，是一种多个博弈方之间的囚徒的困境。

产量博弈的古诺模型是一种囚徒困境，无法实现博弈方总体和各个博弈方各自最大利益的结论，对于市场经济的组织、管理，对于产业组织和社会经济制度的效率判断，都具有非常重要的意义。此类博弈说明了自由竞争的经济同样也存在低效率问题，放任自流也不是最好的政策。此后我们遇到的其他许多博弈模型也能证明这一点。这些结论也说明了对市场的管理，政府对市场的调控和监管都是必须的。

古诺模型在现实经济中的最好例子之一，是上个世纪的八、九十年代国际经济中石油输出国组织的限额和突破问题。石油输出国组织成员国已知各自为政、自定产量的博弈结果肯定是使油价下跌、利润受损，因此有共同磋商制定产量限额以维持油价的意愿。但一旦规定各国的生产限额，且按照这个限额生产时，每个成员国都会发现，如果其他国家都遵守限额而只有自己超产，则自己将会获得更多的利润，并且因为只有一国超产时，油价并不会下跌很多，所以其他各国只是普遍受少量损失。而反过来，如果其他国家都超产而只有自己国家遵守限额，那么自己会受很大的损失。因此各个成员国在本位利益的驱使下，都会希望利用其他国家遵守限额的机会而自己偷偷超产，独享较多的利益。最终的结果是各国都普遍突破限额，限产计划破产，油价严重下跌，各国都只能得到不是最满意的纳什均衡的利润。这是石油输出国组织成员国曾经遇到的实际情况。当然，现在由于产油国、产油地区政治、军事方面的不稳定因素，以及石油需求的变化等，情况已经发生了变化，油价已经涨得过高了。

我国也有许多古诺模型的例子。例如前一阶段我国钢铁企业竞相突破政府制订的产量限额的竞争，其实也是类似上述模型的博弈规律在起作用。

2.3.2　反应函数

其实，古诺模型的纳什均衡也可以通过对划线法思路的推广来求。划

线法的思路是先找出每个博弈方针对其他博弈方所有策略（或策略组合）的最佳对策，然后再找出相互构成最佳对策的各博弈方策略组成的策略组合，也就是博弈的纳什均衡。在无限策略的古诺博弈模型中这样的思路实际上也是可行的，只是其他博弈方的策略现在有无限多种，因此各个博弈方的最佳对策也有无限种，它们之间往往构成一种连续函数关系。

在上面讨论的两寡头古诺模型中，对厂商2的任意产量q_2，厂商1的最佳对策产量q_1，就是使自己在厂商2生产q_2的情况下利润最大化的产量，即q_1是最大化问题

$$\max_{q_1} u_1 = \max_{q_1}(6q_1 - q_1 q_2 - q_1^2)$$

的解。令u_1对q_1的导数等于0，不难求出

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{1}{2}(6 - q_2)$$

这样我们得到了对于厂商2的每一个可能的产量，厂商1的最佳对策产量的计算公式，它是厂商2产量的一个连续函数，我们称这个连续函数为厂商1对厂商2产量的一个“反应函数”（Reaction Function）。同样的方法，我们可再求出厂商2对厂商1产量q_1的反应函数

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{1}{2}(6 - q_1)$$

由于这两个反应函数都是连续的线性函数，因此可以用坐标平面上的两条直线表示它们，如图2.14。

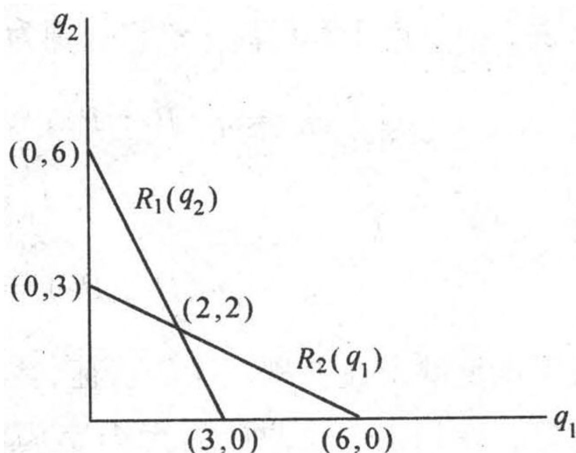


图2.14　古诺模型的反应函数

从图中可以看出，当一方的产量选择为0时，另一方的最佳反应为3。这正是实现市场总利益最大的产量，因为这时候等于由一个厂商垄断市场，市场总体利益就是该厂商的利益；当一方的产量达到6时，另一方被迫选择0，因为这时后者坚持生产已经无利可图；在两个反应函数对应的两条直线上，只有它们的交点（2，2）代表的产量组合，才是由相互对对方的最佳反应产量构成的，$R_1(q_2)$上的其他所有点（q_1，q_2）只有q_1是对q_2的最佳反应，q_2不是对q_1的最佳反应，而$R_2(q_1)$上的点则刚好相反。根据纳什均衡的定义，（2，2）是该古诺模型的纳什均衡，并且因为它是惟一的一个，因此应该是该博弈的结果。这个结论与前面直接根据纳什均衡定义得到的完全一样。

很容易将该思路进一步推广。其实对一个一般的博弈，只要得益是策略的多元连续函数，我们都可以求每个博弈方针对其他博弈方策略的最佳反应构成的函数，也就是反应函数，而解出的各个博弈方反应函数的交点就是纳什均衡。这种利用反应函数求博弈的纳什均衡的方法称为“反应函数法”。

2.3.3　伯特兰德寡头模型

现在我们把反应函数法应用到伯特兰德（Bertrand）模型的分析。伯特兰德1883年提出了另一种形式的寡占模型，这种模型与选择产量的古诺模型的差别在于，伯特兰德模型中各厂商所选择的是价格而不是

产量。我们用简单的两寡头且产品有一定差别的伯特兰德价格博弈模型进行分析。

上述产品有一定差别是指两个厂商生产的是同类产品，但在品牌、质量和包装等方面有所不同。因此伯特兰德模型中厂商的产品之间有很强的替代性，但又不是完全可替代，即价格不同时，价格较高的不会完全销不出去。当厂商1和厂商2价格分别为P_1和P_2时，它们各自的需求函数为

$$q_1 = q_1(P_1, P_2) = a_1 - b_1 P_1 + d_1 P_2$$

和

$$q_2 = q_2(P_1, P_2) = a_2 - b_2 P_2 + d_2 P_1$$

就可以反映上述差别产品的特征，其中$d_1, d_2 > 0$即两厂商产品的替代系数。我们也假设两厂商无固定成本，假设边际生产成本分别为c_1和c_2。最后，仍强调两厂商是同时决策的。

在该博弈中，两博弈方为厂商1和厂商2；它们各自的策略空间为$S_1 = [0, P_{1max}]$和$S_2 = [0, P_{2max}]$，其中P_{1max}和P_{2max}是厂商1和厂商2还能卖出产品的最高价格；两博弈方的得益就是各自的利润，即销售收益减去成本，它们都是双方价格的函数：

$$u_1 = u_1(P_1, P_2) = P_1 q_1 - c_1 q_1 = (P_1 - c_1) q_1$$

$$= (P_1 - c_1)(a_1 - b_1 P_1 + d_1 P_2)$$

$$u_2 = u_2(P_1, P_2) = P_2 q_2 - c_2 q_2 = (P_2 - c_2) q_2$$

$$= (P_2 - c_2)(a_2 - b_2 P_2 + d_2 P_1)$$

我们直接用反应函数法分析这个博弈。利用上述得益函数在偏导数为0时有最大值，很容易求出两厂商对对方策略（价格）的反应函数分别为

$$P_1 = R_1(P_2) = \frac{1}{2b_1}(a_1 + b_1 c_1 + d_1 P_2)$$

和

$$P_2 = R_2(P_1) = \frac{1}{2b_2}(a_2 + b_2c_2 + d_2P_1)$$

纳什均衡 (P_1^*, P_2^*) 必是两反应函数的交点，即必须满足

$$\begin{cases} P_1^* = \frac{1}{2b_1}(a_1 + b_1c_1 + d_1P_2^*) \\ P_2^* = \frac{1}{2b_2}(a_2 + b_2c_2 + d_2P_1^*) \end{cases}$$

解此方程组，得

$P_1^* = \frac{d_1}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_2 + b_2c_2) + \frac{2b_2}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_1 + b_1c_1)$，$P_2^* = \frac{d_2}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_1 + b_1c_1) + \frac{2b_1}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_2 + b_2c_2)$。

(P_1^*, P_2^*) 为该博弈惟一的纳什均衡。将 P_1^*、P_2^* 代入两得益函数则可得到两厂商的均衡得益。

如果进一步假设模型中的参数 $a_1 = a_2 = 28$，$b_1 = b_2 = 1$，$d_1 = d_2 = 0.5$，$c_1 = c_2 = 2$，则可以解得

$P_1^* = P_2^* = 20$，$u_1^* = u_2^* = 324$。

上述模型是伯特兰德模型较简单的情况。更一般的情况是有n个寡头的价格决策，并且产品也可以是无差别的。对产品无差别的情况，我们必须考虑消费者对价格的敏感性问题，因为如果所有消费者对价格都非常敏感，则生产完全同质商品的厂商之间的价格差别根本不可能存在，因为此时价格高的一方将完全卖不出去。对于多于两寡头的伯特兰德模型的分析，则是两寡头模型的简单推广，也即只需要求出每个厂商对其他各个厂商价格的反应函数，然后解出它们的交点即可。我们将此留给读者分析。

值得一提的另外一点是，这种价格决策与古诺模型中的产量决策一样，其纳什均衡也不如各博弈方通过协商、合作得到的最佳结果，因此也是囚徒困境的一种。对此读者可以仿照古诺模型加以证明。这种囚徒困境在我国的现实经济中也有具体例子，包括近年中以彩电为代表的家电企业之间的价格战和失败的高峰会议等。

2.3.4 公共资源问题

随着社会经济的不断发展，我们越来越无法回避公共资源利用、公共设施提供和公共环境保护等方面的问题。而在这些问题中，也包含了众多的博弈关系。我们以人们对公共资源利用方面的博弈关系为例来作一些讨论。

在经济学中，所谓公共资源是指具有（1）没有哪个个人、企业或组织拥有所有权；（2）大家都可以自由利用，这样两个特征的自然资源或人类生产的供大众免费使用的设施和财货。例如大家都可以开采使用的地下水，可自由放牧的草地，可自由排放废水的公共河道（假设政府未予限制），以及公共道路、楼道的照明灯等。由于公共资源有上述两个特征，因而利用这些资源时不支付任何代价，除非政府将这些资源收归国有，并对使用者征收资源税或收取类似的费用。但一旦政府采取了上述措施，这些资源也就不再是上述经济学意义上的公共资源，而更应该称为国有资源了。

最晚是从休谟（David Hume）1739年开始，政治经济学者们就已经开始认识到，在人们完全从自利动机出发自由利用公共资源时，公共资源倾向于被过度利用、低效率使用和浪费，并且过度利用会达到任何利用它们的人都无法得到实际好处的程度。我们用下面这个公共草地的放牧问题为例来论证这个结论。

设某村庄有n个农户，该村有一片大家都可以自由放牧羊群的公共草地。由于这片草地的面积有限，因此只能让不超过某一数量的羊吃饱，如果在这片草地上放牧羊只的实际数量超过这个限度，则每只羊都无法吃饱，从而每只羊的产出（毛、皮、肉的总价值）就会减少，甚至只能勉强存活或要饿死。假设这些农户在夏天才到公共草地放羊，而每年春天就要决定养羊的数量，则可看作各农户在决定自己的养羊数量时是不知道其他农户养羊数的，即各农户决定养羊数的决策是同时作出的。再假设所有农户都清楚这片公共草地最多能养多少羊和羊只总数的不同水平下每只羊的产出。这就构成了n个农户之间关于养羊数的一个博弈问题，并且是一个静态博弈。

在此博弈中，博弈方就是n个农户；他们各自的策略空间就是他们可能选择的养羊数目q_i（$i=1,\dots,n$）的取值范围；当各户养羊数为$q_1,\dots,q_n$时，在公共草地上放牧羊只的总数为$Q=q_1+\dots+q_n$，根据前面的介绍，每只羊的产出应是羊只总数Q的减函数$V=V(Q)=V(q_1+\dots+q_n)$。假设购买和照料每只羊的成本对每个农户都

是相同的不变常数c，则农户i养q_i只羊的得益函数为：

$u_i = q_i V(Q) - q_i c = q_i \cdot V(q_1 + \dots + q_n) - q_i c$

为了使讨论比较简单和能得到直观的结论，我们进一步设定下列具体数值。假设n = 3，即只有三个农户，每只羊的产出函数为$V = 100 - Q = 100 - (q_1 + q_2 + q_3)$，而成本c = 4。这时，三农户的得益函数分别为

$u_1 = q_1[100 - (q_1 + q_2 + q_3)] - 4q_1$

$u_2 = q_2[100 - (q_1 + q_2 + q_3)] - 4q_2$

$u_3 = q_3[100 - (q_1 + q_2 + q_3)] - 4q_3$

由于羊的数量不是连续可分的，因此上述函数不是连续函数。但我们在技术上也可以把羊的数量看作连续可分的，因此上述得益函数仍然可当作连续函数。

求三农户各自对其他两农户策略（养羊数）的反应函数，得

$$q_1 = R_1(q_2, q_3) = 48 - \frac{1}{2}q_2 - \frac{1}{2}q_3$$

$$q_2 = R_2(q_1, q_3) = 48 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_3$$

$$q_3 = R_3(q_1, q_2) = 48 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2$$

三个反应函数的交点(q_1^*, q_2^*, q_3^*)就是博弈的纳什均衡。我们将q_1^*、q_2^*、q_3^*代入三反应函数，并解此联立方程组，即得$q_1^* = q_2^* = q_3^* = 24$。再将$q_1^* = q_2^* = q_3^* = 24$代入三农户的得益函数，

则得 $u_1^* = u_2^* = u_3^* =$ 576，此即三农户独立同时决定在公共草地放羊数量时所能得到的利益。

为了对公共资源的利用效率作出评价，我们同样也可讨论总体利益最大的最佳羊只数量。设在该草地上羊只的总数为Q，则总得益为

$u = Q(100 - Q) - 4Q = 96 - Q_2$

使总得益u最大的养羊数Q^*必使总得益函数的导数为0，即

$96 - 2Q^* = 0$

解之得$Q^* = 48$，将$Q^* = 48$代入总得益函数，得$u^* = 2304$。该结果比三农户各自独自决定自己的养羊数量时三农户得益的总和1728大了许多。而此时的养羊数$Q^* = 48$则比三农户独立决策时草地上的羊只总

数$3 \times 24 = 72$小。因此，三农户独立决策时实际上使草地处于过度放牧的情况，浪费了资源，农户也没有获到最好的效益。如果各农户能将养羊数自觉限制在$48/3 = 16$只，则他们都能得到更多的利益。但问题是他们面临的也是一种囚徒的困境局面，因此很难实现这种理想的合作的结果。

这个例子再一次证明了纳什均衡，或者说非合作博弈的结果有可能是低效率的。在本例中，如果利用上述草地资源的农户数进一步增加，则纳什均衡策略的效率会更低。如允许外来者任意加入利用该公共资源的行列，则所有利用该资源的人的利益很快都会消失，即羊只总数会随着放牧农户数的增加而增加到刚好不至于亏损的水平，各农户将完全不能从在公共草地上养羊得到任何好处，公共资源等于完全被浪费掉了。

在公共资源利用方面常会出现这样的悲剧，原因是每个可以利用公共资源的人都相当于面临着一种囚徒的困境：在总体上有加大利用资源可能（至少加大利用者自身还能增加得益）时，自己加大利用而他人不加大利用则自己得利，自己加大利用但其他人也加大利用则自己不至于吃亏，最终是所有人都加大利用资源直至再加大只会减少利益的纳什均衡水平，而这个水平肯定比实现资源最佳利用效率，同时也是个人最佳效率的水平要高。

公共资源的悲剧在我国有许多例子。如在我国受风沙、沙漠化威胁的

地区，当地居民关于保护还是毁坏防风防沙林带的选择，就可看作一种公共资源博弈问题：每个人都想，如果只有自己砍几棵树，只要别人不砍就无关紧要，自己却可得利，而如果其他人都砍而只有自己不砍，则防护林也保护不了，还不如自己也砍。最后的结论是砍总是合算的。大家这样想的结果是，防护林带完全被破坏，整个地区都被沙漠吞没，人人都被迫离乡背井，最终倒霉的还是自己。

公共设施问题也是类似的问题。在许多需要人类生产、提供的公共设施的问题上，做搭便车者（Free Rider）总是比做提供者合算，因此许多必需的公共设施，如楼道里的电灯等就总是没人提供。这些公共资源博弈问题的结果说明了在公共资源的利用，公共设施的提供方面，政府的组织、协调和制约是非常必要的，这也可以说是政府之所以有必要存在的主要理由之一。

2.3.5 反应函数的问题和局限性

反应函数法的概念和思路非常简洁明了，它解决了我们分析一般的具有无限多种策略，有连续策略空间的博弈模型，或者有离散的大量策略，可以看作有连续策略空间的博弈模型（如上述公共草地养羊数博弈）的问题。因此反应函数法在博弈分析中非常有用。

但这并不等于说有了反应函数的概念，就可以解决所有博弈的分析，或者分析出所有博弈的最终结果。因为在许多博弈中，博弈方的策略是很有限的而不是很多的，更不是连续的，博弈方的得益函数并不是连续的可导函数，所以无法用先求导数找出各个博弈方的反应函数，再解联立方程组的方法求纳什均衡，到现在为止所介绍的反应函数法在分析这样的博弈时不能发挥作用。

更进一步，即使我们讨论的博弈问题中各博弈方的得益函数可以求导，可以导出各个博弈方的反应函数，也并不意味着反应函数法就一定能完全解决这些博弈。因为在有些博弈问题中，各个博弈方的得益函数比较复杂，因而各自的反应函数也比较复杂，并不总是能够保证各个博弈方的反应函数有交点，特别是不能保证有惟一的交点。

图2.15中的两种反应函数的情形，可以证明上述观点。图2.15中（a）图是反应函数不相交的情况，（b）图则是交点不惟一的情况。虽然这些图形本身是虚构的，但具有这样特点的反应函数是完全可能存在的，事实上我们后面将反应函数扩展到混合策略时，就很容易出现多重交点反应函数的图形。

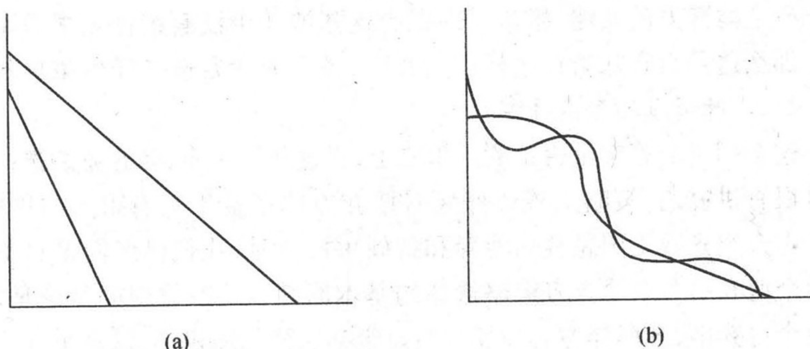


图2.15　反应函数的问题

2.4　混合策略和混合策略纳什均衡

前面介绍的纳什均衡分析方法可以相当圆满地解决许多博弈问题。但如果博弈中不存在纳什均衡或者纳什均衡不惟一，如猜硬币、齐威王田忌赛马或夫妻之争博弈那样，那么前述纳什均衡分析就无法对博弈方的选择和博弈结果作明确的预测，无法给博弈方提供明确的建议。因此到目前为止介绍的纳什均衡分析方法，还不能完全满足完全信息静态博弈分析的需要。为此，本节将对不存在纳什均衡和存在多个纳什均衡的博弈作一些讨论，关键是要引进在分析这两类博弈时非常重要的“混合策略”和“混合策略纳什均衡”概念。

2.4.1　严格竞争博弈和混合策略的引进

我们首先对各博弈方的利益和偏好始终不一致的，在通常策略的基础上没有纳什均衡的博弈问题进行分析。这类博弈也可以称为“严格竞争博弈”。

一、猜硬币博弈

导论中介绍猜硬币博弈和齐威王田忌赛马博弈时曾经说过，如果这些博弈只进行一次，那么我们无法明确预测博弈的结果，不管是哪个博弈方，也不管他们选择的是哪个策略，都不能保证得到较好的结果。通过本章前面的分析我们进一步知道，之所以上述博弈没有可预测的明确结果，不能确定博弈方的策略，根本原因在于这些博弈中没有纳

什均衡策略组合。那么这是否意味着在这样的博弈中，各个博弈方选择任何策略都是一样的，因此可以随意选择呢？

这个问题的答案是否定的。事实上，在这些博弈中，博弈方的选择仍然是很有讲究的，策略选择的好坏对博弈方的利益仍然有很大的影响。导论中介绍齐威王田忌赛马博弈和猜硬币博弈时，我们已经简单讨论过这两个博弈中各个博弈方策略选择的基本原则。当时得出的结论是，在这两个博弈中，各博弈方必须保证自身策略选择的随机性，以及重视选择各个策略的概率分布，以防止其他博弈方猜到自己的策略，或利用自己对策略选择的偏好获利。这里我们以猜硬币博弈为例，进一步沿着这种思路分析此类博弈中博弈方的策略选择和博弈结果。

猜硬币博弈的得益矩阵（图2.16）我们已经很熟悉了。该博弈在双方“正面”、“反面”两种策略的意义上，不存在纳什均衡策略组合。因为无论双方采用的是哪个策略组合，结果都是一方赢一方输，而输的一方又总是可以通过单独改变策略而反输为赢。这个博弈是一个零和博弈，是一个典型的严格竞争博弈。

		猜硬币方	
		正面	反面
盖硬币方	正面	−1,1	1,−1
	反面	1,−1	−1,1

图2.16　猜硬币博弈

虽然上述结论对预测博弈的结果并没有多少用处，但却引出了在这个博弈中各博弈方决策的第一个原则：自己的策略选择不能预先被另一方知道或猜测到。如盖硬币方所选的面被猜硬币方预先知道或猜中，猜硬币方就可以猜你所选的面而保证赢你。反过来，如果猜硬币方准备猜的面被盖硬币方预先知道或猜到，他就会出与猜硬币方将猜的面相反的面而立于不败之地。因此，保持秘密，不让其他博弈方事先了解你的选择，是该博弈中各博弈方首先必须遵循的原则，除非你存心要自找失败。这正是没有纳什均衡的博弈与存在惟一纳什均衡的博弈之间的一个重要的本质区别。

从上述原则再推论下去又可知道，在该博弈的多次重复中，博弈方一定要避免自己的选择带有规律性。因为一旦自己的选择有某种规律性

并被对手发觉，则对手可以根据这种规律预先猜到你的选择，从而作针对性的选择轻易战胜你。例如你是盖硬币方，若你总是一次正面、一次反面轮流出，则猜硬币方就可以根据你前一次的策略，轻易猜中你本次将出的面，这样当然你就有输无赢了。因此在该博弈中博弈方必须随机选择策略，或者说，在这个博弈中两个博弈方最正确的决策方法，就是将自己当作一台抽签的机器。

更进一步，如果盖硬币方已经采用随机选择的方法决定出正面还是反面，但总体上出正面的机会（概率）大于出反面的机会（概率），那么猜硬币方仍然有机可乘。设盖硬币方出正面的概率为p，出反面的概率就是1 - p，出正面多于出反面意味着p > 1 - p或p > 1/2。在这种情况下，如猜硬币方全猜正面，则他的期望得益为

$$p \cdot 1 + (1-p) \cdot (-1) = 2p - 1 = 2\left(p - \frac{1}{2}\right) > 0$$

即平均来讲，猜硬币方一定是赢多输少，当然反过来盖硬币方就是输多赢少了。同样的，如果盖硬币方出反面多于出正面，一样也会给猜硬币方可乘之机，他只要全猜反面，则平均下来就能获胜。因此对盖硬币方来说，最可靠的方法是以相同的概率随机出正面和反面，即取p = 1 - p = 1/2。这样，猜硬币方就无法从你对策略的偏好中占到任何便宜。同样的讨论也适用于猜硬币方随机选择的概率，结论是他要不让盖硬币方占到任何便宜，也必须以1/2的相同概率随机选择猜正面和猜反面，否则就会给对方获利的机会，而给自己带来损失。

二、混合策略、混合策略博弈和混合策略纳什均衡

很显然，当两个博弈方都以1/2的相同概率随机选择正面、反面时，双方都无法根据对方的选择方式，选择或调整自己的策略或选择方式获得利益，从而在双方对两种可选策略随机选择概率分布的意义上达到了一种稳定，或者说均衡。这种博弈方以一定的概率分布在可选策略中随机选择的决策方式，在分析原来没有纳什均衡的博弈和有多个纳什均衡的博弈时有非常重要的意义。我们称这种策略选择方式为“混合策略”（Mixed Strategies）。与此相对，则把博弈中原来意义上的策略称为“纯策略”（Pure Strategies）。由于混合策略概念非常重要，这里给出它的一个较正式的定义：

定义　在博弈$G = \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$中，博弈方i的策略空间为$S_i = \{s_{i1}, \ldots, s_{ik}\}$，则博弈方i以概率分布$p_i = (p_{i1}, \ldots, p_{ik})$随机在其k个可选策略中选择的“策略”，称为一个“混合

策略”，其中$0 \le p_{ij} \le 1$对$j = 1$，…，k都成立，且$p_{i1} + \ldots + p_{ik} = 1$。

其实，纯策略也可以看作混合策略，即选择相应纯策略的概率为1，选择其余纯策略的概率为0的混合策略。反过来，混合策略又可以看作纯策略的扩展。如果给一个博弈的每个博弈方的纯策略策略空间赋予不同的概率分布，就形成了不同的混合策略。因为构成各个博弈方混合策略的概率分布是连续的，可以取无限多组值，因此混合策略的数量肯定是无限多的。所有这些混合策略构成了一个混合策略的策略空间。当把博弈方在这个混合策略的策略空间中的选择看作一个博弈时，原博弈的混合策略就成了后面这个扩展出来的博弈的纯策略。扩展出来的博弈可称为原博弈的“混合策略扩展博弈”，它与原博弈在形式上有很大的差别，但它们在本质上其实是一样的。

当我们把博弈方的策略从纯策略扩展到混合策略，把策略空间从纯策略策略空间扩展到混合策略策略空间的时候，纳什均衡的基础也就扩大了。换句话说，我们现在可以在混合策略的意义上定义纳什均衡。事实上，把策略扩展到包括混合策略时，纳什均衡概念仍然成立，其本质规定性也仍然相同，即如果一个策略组合满足各博弈方的策略相互是对其他博弈方策略的最佳对策时，就是一个纳什均衡。不过现在其中的策略既可能是纯策略，也可能是混合策略。这时候纳什均衡意味着任何博弈方单独改变自己的策略，或者随机选择各个纯策略的概率分布，都不能给自己增加任何利益。如果确实是一个严格意义上的混合策略组合（即未退化为纯策略组合的）构成一个纳什均衡，称则为一个“混合策略纳什均衡”。

根据混合策略纳什均衡的定义，容易知道猜硬币博弈中两博弈方都以（1/2，1/2）的概率分布随机选择正面和反面的混合策略组合，就是一个混合策略纳什均衡，而且是这个博弈惟一的混合策略纳什均衡。因为这个博弈没有纯策略纳什均衡，因此这个混合策略纳什均衡也是这个博弈惟一的纳什均衡。在这个猜硬币博弈中，采用这个混合策略纳什均衡的策略，是两博弈方惟一正确的选择。

混合策略和混合策略纳什均衡概念在其他严格竞争博弈中也是适用的。而且猜硬币博弈中找混合策略纳什均衡概率分布的思路，即令各个博弈方随机选择纯策略的概率分布，满足使对方或其他博弈方采用不同策略的期望得益相同，从而计算出各个博弈方随机选择各纯策略概率的方法，在求其他严格竞争博弈的混合策略纳什均衡时也适用。当然，在博弈方人数较多，各个博弈方的纯策略数量较多，而且也不那么对称的博弈中，寻找混合策略纳什均衡要困难一些。下面再给出几个混合策略纳什均衡分析的例子。

三、一个数值例子

首先分析图2.17中得益矩阵表示的博弈问题。用划线法很容易发现它不存在纯策略纳什均衡，也即任何一个纯策略组合都有一个博弈方可通过单独改变策略而得到更好的得益。那么这个博弈有没有混合策略纳什均衡呢？事实上，用猜硬币博弈中找出混合策略纳什均衡概率分布相同的方法，不难找出这个博弈的混合策略纳什均衡。

		博弈方2	
		C	D
博弈方1	A	2，3	5，2
	B	3，1	1，5

图2.17　一个数值例子的混合策略均衡

首先，本博弈中两博弈方决策的第一个原则，同样也是不能让对方知道或猜到自己的选择，因而必须在决策时利用随机性。第二个原则是他们选择每种策略的概率一定要恰好使对方无机可乘，即让对方无法通过针对性地倾向某一策略而在博弈中占上风。因此如果我们设博弈方1选A的概率为p_A，选B的概率为p_B，博弈方2选C的概率为p_C，选D的概率为p_D，那么根据上述第二个原则，博弈方1选A和B的概率p_A和p_B，一定要使博弈方2选C的期望得益和选D的期望得益相等，即

$$p_A \times 3 + p_B \times 1 = p_A \times 2 + p_B \times 5$$

简化可得$p_A = 4p_B$。又因为$p_A + p_B = 1$，因此$p_A = 0.8$，$p_B = 0.2$，这就是博弈方1应该选择的混合策略。同理，博弈方2选择C和D的概率p_C和p_D，也应使博弈方1选择A的期望得益和选择B的期望得益相等，即

$$p_C \times 2 + p_D \times 5 = p_C \times 3 + p_D \times 1$$

简化后得$4p_D = p_C$。因为$p_C + p_D = 1$，因此$p_C = 0.8$，$p_D = 0.2$，这是博弈方2的混合策略。

当博弈方1以（0.8，0.2）的概率随机选择A和B，博弈方2以（0.8，0.2）的概率随机选择C和D时，由于谁都无法通过单独改变自己随机选择的概率分布改善自己的期望得益，因此这个混合策略组合是稳定

的。这就是本博弈惟一的混合策略纳什均衡。当双方采用该策略组合时，虽然不能确定单独一次博弈的结果究竟会是四组得益中的哪一组，但双方进行该博弈的期望得益，也就是多次独立重复该博弈的平均结果，应该分别为

$$\begin{aligned} u_1^e &= p_A \cdot p_C \cdot u_1(A,C) + p_A \cdot p_D \cdot u_1(A,D) + p_B \cdot p_C \cdot u_1(B,C) \\ &\quad + p_B \cdot p_D \cdot u_1(B,D) \\ &= 0.8 \times 0.8 \times 2 + 0.8 \times 0.2 \times 5 + 0.2 \times 0.8 \times 3 + 0.2 \times 0.2 \times \\ &\quad 1 \\ &= 2.6 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} u_2^e &= p_C \cdot p_A \cdot u_2(A,C) + p_C \cdot p_B \cdot u_2(B,C) + p_D \cdot p_A \cdot u_2(A,D) \\ &\quad + p_D \cdot p_B \cdot u_2(B,D) \\ &= 0.8 \times 0.8 \times 3 + 0.8 \times 0.2 \times 1 + 0.2 \times 0.8 \times 2 + 0.2 \times 0.2 \times \\ &\quad 5 \\ &= 2.6。 \end{aligned}$$

四、齐威王田忌赛马

齐威王与田忌赛马博弈在导论中也没有得到彻底解决。这里我们作为混合策略纳什均衡分析的一个应用，来分析当齐威王也开始在马的出场次序上使用策略以后，双方应怎样决定自己马的出场次序，最后的结果又会如何。

与猜硬币博弈一样，本博弈中两博弈方的利益也是完全对立的，因此这也是一个严格竞争的零和博弈，不会有纯策略纳什均衡，必然是一个混合策略博弈问题。为了简便起见，我们将图2.18中齐威王的策略从上到下分别称为策略a、b、c、d、e和f，将田忌的策略从左到右分别称为策略g、h、i、j、k和l。设齐威王分别以概率p_a、p_b、p_c、p_d、p_e和p_f随机选择相应策略，则田忌采用g的期望得益为$-3p_a-p_b-p_c+p_d-p_e-p_f$，采用h的期望得益为$-p_a-3p_b+p_c-p_d-p_e-p_f$，采用i的期望得益为$-p_a-p_b-3p_c-p_d-p_e+p_f$，采用j的期望得益为$-p_a-p_b-p_c-3p_d+p_e-p_f$，采用k的期望得益为$p_a-p_b-3p_c-p_d-3p_e-p_f$，采用l的期望得益为$-p_a+p_b-p_c-p_d-p_e-3p_f$。齐威王若是想让田忌没有任何可乘之机，所选概率分布必须使上述六个期望得益都相等，解之得$p_a=p_b=p_c=p_d=p_e=p_f$。又因为$p_a+p_b+p_c+p_d+p_e+p_f=1$，

因此$p_a = p_b = p_c = p_d = p_e = p_f = 1/6$。同样的，如果我们设田忌以概率$p_g$、$p_h$、$p_i$、$p_j$、$p_k$和$p_l$随机选择相应策略，则该六个概率也必须使齐威王选择各纯策略的期望得益都相等，因而得$p_g = p_h = p_i = p_j = p_k = p_l = 1/6$。齐威王和田忌都以1/6的相同概率随机选择各自的六个纯策略，构成本博弈惟一的混合策略纳什均衡。

		田忌					
		上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
齐威王	上中下	3,−3	1,−1	1,−1	1,−1	−1,1	1,−1
	上下中	1,−1	3,−3	1,−1	1,−1	1,−1	−1,1
	中上下	1,−1	−1,1	3,−3	1,−1	1,−1	1,−1
	中下上	−1,1	1,−1	1,−1	3,−3	1,−1	1,−1
	下上中	1,−1	1,−1	1,−1	−1,1	3,−3	1,−1
	下中上	1,−1	1,−1	−1,1	1,−1	1,−1	3,−3

图2.18　齐威王和田忌赛马

本博弈有这样的混合策略纳什均衡是理所当然的。因为在上一章中已经说明了每种纯策略对齐威王和田忌来说本身都无好坏之分，结果怎样主要取决于双方策略的组合情况，并且他们对任一纯策略的偏爱都只会给对方以可乘之机，因此以平均的概率随机选择各纯策略确实是他们的最佳策略。

在上述混合策略下，齐威王的期望得益为

$$\frac{1}{6}(3+1+1+1+1-1)=1$$

田忌的期望得益则为

$$\frac{1}{6}(1-3-1-1-1-1)=-1$$

即多次进行这样的赛马，齐威王平均每次能赢田忌一千斤铜，这是因为齐威王三匹马的总体实力略胜田忌三匹马总体实力的缘故。

五、小偷和守卫的博弈

因为对博弈论的贡献而成为1994年经济学诺贝尔奖得主之一的塞尔顿教授，1996年3月在上海的一次讲演中，举了一个小偷和守卫之间博弈的例子。这个博弈问题是这样的：一小偷欲偷窃有一守卫看守的仓库，如果小偷偷窃时守卫在睡觉，则小偷就能得手，偷得价值为V的赃物；如果小偷偷窃时守卫没有睡觉，则小偷就会被抓住。设小偷被抓住后要坐牢，负效用为 - P，守卫睡觉而未遭偷窃有S的正效用，因睡觉被窃要被解雇，其负效用为 - D。而如果小偷不偷，则他既无得也无失，守卫不睡意味着出一份力挣一份钱，他也没有得失。根据上述假设，小偷在该博弈中有“偷”和“不偷”两种可选策略，守卫有“睡”和“不睡”两种可选策略，双方的得益矩阵如图2.19所示。得益矩阵中各得益数组的第一个数字是小偷的得益，第二个数字是守卫的得益。这是一个非对称的非零和博弈。

		守卫：睡	守卫：不睡
小偷	偷	$\underline{V}, -D$	$-P, \underline{0}$
	不偷	$0, \underline{S}$	$\underline{0}, 0$

图2.19　小偷与守卫的博弈

根据图2.19中得益数字下所划短线和箭头的方向很容易明白，这个博弈不存在纯策略纳什均衡。这是很容易理解的。因为假设小偷选择“偷”的策略，那么对守卫来说最好的策略是选择“不睡”，这样可以抓住小偷完成自己的职责，并保住自己的工作；但当守卫选择“不睡”时，小偷的正确策略是“不偷”而不是“偷”；既然小偷“不偷”，当然守卫选择“睡”比较合算；而守卫偷懒“睡”觉时，小偷“不偷”又白不偷，当然要去“偷”……这种一环套一环的因果循环永远不可能停止，无论从哪里开始都一样。因此这个博弈与猜硬币和齐威王田忌赛马一样，在一次性博弈中也没有会自动实现的均衡性策略组合，也无法预测博弈的结果。

这个博弈除了双方得益没有猜硬币博弈那么对称以外，本质特征与猜硬币博弈是相同的。因此该博弈两博弈方的决策原则也与猜硬币博弈相同，即不能让对方预先知道或猜到自己的策略，应该以随机的方式选择策略，并且随机选择两种策略的概率不能让对方有可乘之机。不过，这里不准备继续用前面使用的代数方法来确定混合策略纳什均衡

的概率分布，而是打算采用图解的方法来解决这个问题。采用图解分析对于理解混合策略和混合策略中概率分布的意义有特殊的价值，而且还有利于对博弈问题作进一步的扩展讨论。

我们先讨论小偷选择“偷”与“不偷”两种策略的概率的确定。图2.20中横轴表示小偷选择“偷”窃策略的概率p_t，它分布在0到1之间，“不偷”的概率则等于$1-p_t$。纵轴则反映对应于小偷“偷”窃的不同概率，守卫选择“睡”觉策略的期望得益。图中从S到-D连线的纵坐标就是在横坐标对应的小偷“偷”窃概率下，守卫选择“睡”的期望得益。

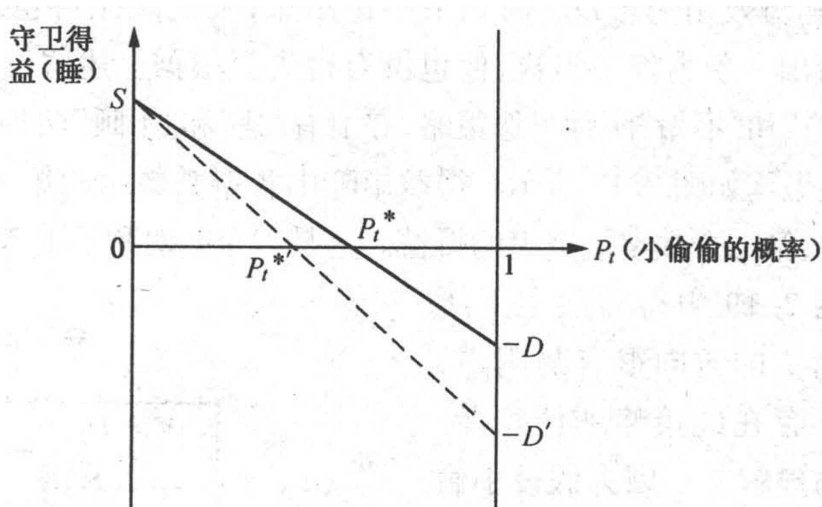


图2.20　小偷的混合策略

容易说明该线与横轴的交点p_t^*就是小偷选择“偷”窃概率的最佳水平，选择“不偷”的最佳概率则为$1-p_t^*$。首先，S到-D连线上每一点的纵坐标，就是在小偷选择该点横坐标表示的“偷”窃概率p_t时，守卫选择“睡”觉策略的期望得益$S(1-p_t)+(-D)p_t$。假设小偷的“偷”窃概率大于p_t^*，此时守卫“睡”觉的期望得益小于0，因此他肯定百分之百选择“不睡”，从而小偷偷一次被抓一次有赔无赚，因此对小偷来说大于p_t^*的“偷”窃概率是不可取的。反过来，如果

小偷“偷”的概率小于 p_t^* ，则守卫“睡”觉的期望得益大于0，因此守卫天天睡大觉是合算的，此时即使小偷提高一些“偷”窃的概率（即作案频率更高一些），只要不大于 p_t^* ，守卫都会选择“睡”觉，因此小偷不用害怕会被抓住，由于小偷在保证不被抓住的前提下，“偷”窃概率越大收获就越大，因此他会使“偷”窃的概率趋向于 p_t^* ，均衡点是小偷以概率 p_t^* 和 $1-p_t^*$ 分别选择“偷”和“不偷”。此时守卫“睡”与“不睡”的期望得益都等于0，选择纯策略“睡”和“不睡”，或混合策略的期望得益都是相同的。不过，事实上为了让小偷也没有可乘之机，守卫也必须选择特定概率分布的混合策略。

守卫采取“睡”与“不睡”的混合策略概率分布，也可以用同样的方法来确定。结论是图2.21中的 p_g^* 和 $1-p_g^*$ 是守卫的最佳概率选择。

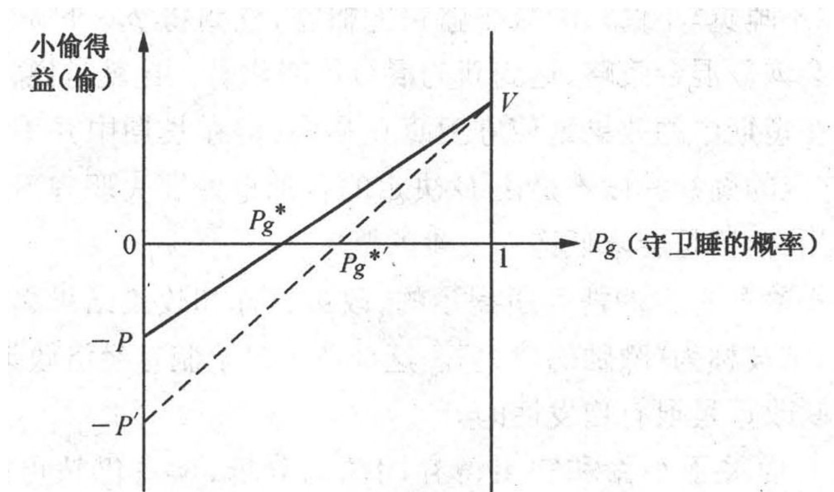


图2.21　守卫的混合策略

在小偷和守卫的博弈中，小偷分别以概率 p_t^* 和 $1-p_t^*$ 随机选择“偷”与“不偷”，守卫分别以概率 p_g^* 和 $1-p_g^*$ 随机选

择“睡”与“不睡”时，双方都不能通过改变策略或概率改善自己的期望得益，因此构成混合策略纳什均衡，这也是该博弈惟一的纳什均衡。

小偷与守卫之间的混合策略博弈，还可以揭示一种“激励的悖论”。首先考察当局为了抑制盗窃现象而加重对小偷的惩罚时会出现的结果。对小偷的惩罚加重会使得P增大，在图2.21中，这相当于 - P向下移动到 - P′。如果守卫混合策略中的概率分布不变，此时小偷“偷”窃的期望得益变为负值，因此小偷会停止“偷”窃。但是在长期中，小偷减少“偷”窃会使守卫更多地选择“睡”觉，最终守卫会将“睡”觉的概率提高到 $p_g^{*\prime}$ ，达到新的均衡，而此时小偷“偷”的期望得益又恢复到0，他会重新选择混合策略。由于小偷的混合策略概率分布是由图2.20决定的，并不受P值的影响，因此政府加重对小偷的惩罚在长期中并不能抑制盗窃，最多只能抑制短期的盗窃发生率，它的主要作用是使得守卫可以更多地偷懒。当然如果将守卫可以轻轻松松赚钱也看作增加了社会福利，或者理解成单位可以少派守卫，那么政府加重对小偷的惩罚还是有意义的。

同样的，我们可以再讨论加重对失职守卫的处罚会出现什么结果。加重对守卫的处罚意味着D增大到D′。此时，如果小偷“偷”窃的概率不变，那么守卫“睡”觉的期望得益变为负值，守卫肯定会选择不偷懒睡觉。守卫“不睡觉”小偷只能减少盗窃的概率，直到将 p_t^* 下降到 $p_t^{*\prime}$ ，此时守卫又会恢复混合策略，达到新的混合策略均衡。这就是说，加重对守卫的处罚在短期中的效果是使守卫真正尽职，但在长期中并不能使守卫更尽职，守卫的勤勉程度不是由D决定的。加重处罚失职守卫在长期中的真正作用，恰恰是会降低盗窃发生的概率。

这个小偷和守卫的博弈所揭示的，政策目标和政策结果之间的这种意外关系，常被称为“激励的悖论”。这个悖论对于制定经济政策，进行经济管理体制改革是很有启发性的。

对于上面关于小偷和守卫博弈问题的分析，读者仍然可能存在一些疑问。因为我们很难相信现实中的小偷和守卫有选择上述混合策略概率的意识和能力，而且找到各自最佳概率选择的摸索过程隐含该博弈多次反复进行也不现实。这些问题实际上在类似的混合策略均衡博弈中都存在。对于这方面的疑问，其实纳什早在提出纳什均衡概念时就已经提供了解决方法。纳什一开始就提供了关于（混合策略意义上的）纳什均衡的理性主义和群体行为两种解释。理性主义解释就是个体理

性选择的策略均衡，而群体行为解释指的是在由大量个体组成的群体中，面临同样的博弈问题采用特定纯策略的频率（比例）不变。按照这种群体行为解释，小偷与守卫对混合策略的选择，可以分别理解为某个地区偷盗案件发生的频率和该地区所有守卫中偷懒和勤勉者的比例，混合策略纳什均衡就是上述频率和比例之间的平衡关系。这种解释并不要求小偷和守卫有混合策略概率选择的意识和能力，显然更符合实际，而且对于指导实践也更有意义。这种理解方法对其他相似的混合策略博弈也是适用的，与第五章要介绍的进化博弈的思想也有关。

2.4.2 多重均衡博弈和混合策略

前面引进混合策略概念和混合策略纳什均衡分析方法，是以没有纯策略纳什均衡的严格竞争博弈为基础的。其实，混合策略和混合策略纳什均衡在分析博弈方的利益有很大一致性的，有多个纯策略纳什均衡的博弈中也有重要作用。我们用第一节中讨论过的“夫妻之争”博弈作为例子来说明。

一、夫妻之争的混合策略纳什均衡

夫妻之争博弈的得益矩阵如图2.22。我们已经用划线法和箭头法得出结论，夫妻之争博弈有两个纳什均衡，即（时装，时装）和（足球，足球）。这个博弈与没有纯策略纳什均衡的严格竞争博弈是明显不同的，如果一方知道另一方已选择了某种策略，则前者惟一明智的选择就是与对方保持一致，以免得最差的得益0。这就是这个博弈中两博弈方的利益一致性所在。换句话说，本博弈的两个博弈方都不会害怕对方猜到自己的选择，他们主观上并不想隐藏自己的选择。因此，该博弈中两博弈方的决策思路和原则应该与没有纳什均衡的严格竞争博弈有所不同。

		丈夫	
		时装	足球
妻子	时装	2,1	0,0
	足球	0,0	1,3

图2.22　夫妻之争

但是，由于这个博弈有两个纳什均衡，而且夫妻双方对两个纳什均衡的偏好显然有矛盾，妻子偏好前一个纳什均衡，而丈夫则偏好后一个纳什均衡。因此当夫妻两人首先从自身的最大利益出发独立同时决策时，我们也不能肯定他们究竟会作怎样的选择，无法知道博弈的结果最终会是哪个纯策略组合。也就是说，在纯策略的范围内，该博弈也是无法对两博弈方的选择提出确定性建议的。因此也需要考虑博弈方采用混合策略的可能性。

现在设$p_w(C)$和$p_w(F)$分别为妻子选择时装表演和足球的概率，如果妻子不想让丈夫利用自己的选择倾向占上风，则自己的概率选择应使丈夫选择两种策略的期望得益相同：

$$p_w(C)\cdot 1+p_w(F)\cdot 0=p_w(C)\cdot 0+p_w(F)\cdot 3$$

即$p_w(C)=3p_w(F)$。由于$p_w(C)+p_w(F)=1$，因此$p_w(C)=0.75$，$p_w(F)=0.25$。

同样的，设$p_h(C)$和$p_h(F)$为丈夫选择时装表演和足球赛的概率，那么丈夫为了不让妻子占上风，其随机选择纯策略的概率分布的决定原则，也是要让妻子选两种策略的期望相同，即：

$$p_h(C)\cdot 2+p_h(F)\cdot 0=p_h(C)\cdot 0+p_h(F)\cdot 1$$

化简得$2p_h(C)=p_h(F)$。由于$p_h(C)+p_h(F)=1$，因此$p_h(C)=1/3$，

$p_h(F)=2/3$。

当妻子以（0.75，0.25）的概率分布随机选择时装表演和足球，丈夫以（1/3，2/3）的概率随机选择时装表演和足球时，双方都无法通过单独改变策略，即单独改变随机选择纯策略的概率分布而提高利益，因此双方上述概率分布的组合构成一个混合策略纳什均衡。该混合策略纳什均衡给妻子和丈夫各自带来的期望得益为：

$$\begin{aligned}&p_w(C)\cdot p_h(C)\cdot 2+p_w(C)\cdot p_h(F)\cdot 0\\&+p_w(F)\cdot p_h(C)\cdot 0+p_w(F)\cdot p_h(F)\cdot 1\\&=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times 2+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times 1\approx 0.67\end{aligned}$$

和

$$
\begin{aligned}
& p_w(\mathrm{C}) \cdot p_h(\mathrm{C}) \cdot 1 + p_w(\mathrm{C}) \cdot p_h(\mathrm{F}) \cdot 0 \\
& + p_w(\mathrm{F}) \cdot p_h(\mathrm{C}) \cdot 0 + p_w(\mathrm{F}) \cdot p_h(\mathrm{F}) \cdot 3 \\
& = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times 3 = 0.75。
\end{aligned}
$$

我们不难发现，这个结果明显不如夫妻双方能交流协商时，任何一方迁就另一方时双方的得益好，因为那时任何一方都至少得1。这是因为双方缺乏沟通时很可能出现最差结果而造成的。也就是说，如果不强行设定双方不能交流串通的博弈规则，双方决策时没有被客观或人为的原因隔离开来，也没有因为赌气而采取不理性的态度，那么这种夫妻之间的决策问题一般不应该用上述博弈方式解决。

二、制式问题

在经济活动中有许多与夫妻之争相似的博弈问题，制式问题就是其中典型的一例。电器和电子设备往往有不同的原理或相关技术标准，我们称之为不同的制式。如果生产相关电器或电子设备的厂商采用相同的制式，那么产品之间就能相互匹配，零配件也可能相互通用。这对于推广各自的产品和在生产经营中进行合作是很有帮助的。设有两个厂商同时计划引进彩电生产线，而彩电有A、B两种不同的制式，那么这时候两个厂商之间就有一个选择制式的博弈问题。

为了使问题更加清楚起见，我们假设两厂商同时采用A制式时厂商1有1单位好处，厂商2有3单位好处，同时采用B制式时两厂商都有2单位好处，制式不同时大家都没有好处，则本博弈的得益矩阵如图2.23所示。

		厂商2 A	厂商2 B
厂商1	A	1,3	0,0
	B	0,0	2,2

图2.23　制式问题

容易看出，该博弈与夫妻之争博弈一样，也有两个纯策略纳什均衡，

分别为（A，A）和（B，B）。从得益情况看，厂商1更喜欢后一个均衡而厂商2更喜欢前一个均衡，因此，究竟哪个纳什均衡会出现也没有必然的结论，这又是一个混合策略问题。利用与夫妻之争博弈同样的分析方法，很容易解出该博弈的混合策略纳什均衡，就是厂商1以概率分布（0.4，0.6）随机选择A和B，厂商2则以概率分布（0.67，0.33）随机选择A和B。在该混合策略纳什均衡下，双方的期望得益分别为0.664和1.296。

从这个结果看，两博弈方采取不相互协商，各自独立选择制式的方法也是不理想的。因为如果他们通过协商，共同决定采用两个纯策略纳什均衡中的任意一个，双方的得益都比混合策略的期望得益更高。这个博弈也从一个侧面证明了在像引进技术、投资，开发产品等问题中，不同厂商各自为政的行为方式常常会导致低效率。

三、市场机会博弈

另一种有两个纳什均衡博弈的典型代表是市场机会博弈。图2.24是一个市场机会博弈的得益矩阵。这个博弈所对应的现实决策问题是这样的：两厂商同时发现一个市场机会，但这个市场的容量并不大，如果只有一个厂商进入该市场，能赚到100个单位的利润，但如果两厂商同时进入该市场，则他们不仅赚不到钱，而且要各亏损50个单位。如果在这两个厂商之间没有沟通和协商解决的有效办法，就会形成图2.24中得益矩阵表示的静态博弈局面。

		厂商2 进	厂商2 不进
厂商1	进	−50，−50	100，0
厂商1	不进	0，100	0，0

图2.24　市场机会

用划线法或箭头法很容易证明，本博弈有（进，不进）和（不进，进）两个纯策略纳什均衡。但这两个纯策略纳什均衡中前一个对厂商1有利，后一个对厂商2有利。显然两厂商都是既不希望让对方独占市场，但也不希望两败俱伤。因此混合策略也是一种值得他们考虑的思路。

设厂商1选择进与不进的概率分别为p_1（进）和p_1（不），厂商2选择进与不进的概率分别为p2（进）和p2（不）。厂商1的混合策略必

须使厂商2选择进与不进的期望得益相同，即：

p_1（进）·（-50）+p_1（不）·100=p_1（进）·0+p_1（不）·0可解得p_1（进）=2p_1（不）。由于p_1（进）+p_1（不）=1，因此p_1（进）=2/3，p_1（不）=1/3。因为厂商2与厂商1的情况完全对称，因此厂商2的混合策略概率也是p2（进）=2/3和p2（不）=1/3。双方各以（2/3，1/3）的概率选择进与不进，正是本博弈的一个混合策略纳什均衡。这时，两厂商的期望得益都是：

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot(-50)+\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\cdot 0+\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\cdot 100+\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 0$$
$$=0$$

其实，对于一次性博弈来说，两厂商是否会按照这种混合策略纳什均衡行为肯定也有疑问，但如果按照群体行为解释，把上述混合策略理解成在遇到类似问题的大量厂商中，有2/3会选择进，1/3会选择不进，则反而要更清楚一些和更加有意义。

此外，该例子也说明了纯粹的市场竞争并不一定是高效率的，在市场竞争中结合一定的协调机制，包括某种利益补偿机制，如该例中“进”的厂商对“不进”的厂商作一些补偿，通过协商达成协议，是更有效率的结果。

2.4.3　混合策略和严格下策反复消去法

在包括混合策略的情况下，关于严格下策反复消去法的结论仍然是成立的。即①任何博弈方都不会采用任何严格下策，不管它们是纯策略还是混合策略；②严格下策反复消去法不会消去任何纳什均衡，包括纯策略纳什均衡和混合策略纳什均衡；③如果经过反复消去后留下的策略组合是惟一的，那么一定是纳什均衡。因此，在考虑混合策略的情况下，我们仍然可利用严格下策反复消去法进行分析，而且实际上引进混合策略只有使严格下策反复消去法的用处更大。

我们用图2.25所示的静态博弈，来说明混合策略对严格下策反复消去法的积极影响。在这个博弈中，博弈方1有U、M和D三种可选策略，博弈方2有L和R两种可选策略。不难发现在纯策略的意义上，该博弈中不存在任何严格下策。因为从博弈方2的角度看，当博弈方1选U、M两策时，R策的得益大于L策，而博弈方1选D策时则L策得益大于R策，因此L策和R策都不是他的严格下策。如果比较博弈方1的三个策

略，同样可以发觉U、M、D三策中，两两之间也没有哪个绝对比另一个好，绝对比另一个差。因此，如果我们只考虑纯策略，那么两个博弈方都没有任何严格下策，因而严格下策反复消去法就无从运用。

		博弈方2 L	博弈方2 R
博弈方1	U	3,1	0,2
	M	0,2	3,3
	D	1,3	1,1

图2.25　混合策略和严格下策反复消去法

但是，如果我们允许博弈方1采取混合策略，情况就会有所不同。设博弈方1采取如下的混合策略：以概率分布（1/2，1/2，0）随机选择U、M、D，即各一半机会选U、M，不选D。那么与这个混合策略相比，D一定是博弈方1的严格下策。说明如下：

当博弈方2采用纯策略L时，博弈方1用上述混合策略的期望得益为

$$u_1^e=\frac{1}{2}\times 3+\frac{1}{2}\times 0+0\times 1=\frac{3}{2}$$

当博弈方2采用纯策略R时，博弈方1用上述混合策略的期望得益为

$$u_1^e=\frac{1}{2}\times 0+\frac{1}{2}\times 3+0\times 1=\frac{3}{2}$$

即使博弈方2也采用混合策略（q，1 - q），博弈方1采用上述混合策略的期望得益还是

$$u_1^e = \frac{1}{2} \times q \times 3 + \frac{1}{2} \times (1-q) \times 0 + \frac{1}{2} \times q \times 0 + \frac{1}{2} \times (1-q) \times 3 = \frac{1}{2} \times 3 \times [q + (1-q)] = \frac{3}{2}$$

也就是说，不管博弈方2采用哪种策略，包括所有可能的纯策略和所有混合策略（对应q的不同值），博弈方1采用上述混合策略的期望得益始终为3/2，都大于采用D策略时能得到的确定性得益1。由于我们假设博弈方是风险中性的，因此D策相对于混合策略（1/2，1/2，0）是严格下策。

既然D策在有混合策略时是严格下策，因此可从博弈方1的策略空间中去掉，博弈的得益矩阵变为图2.26。此时L策是博弈方2的相对于R策的严格下策，也可将它从博弈方2的策略空间中消去。最后，在剩下的两个策略组合中，博弈方1当然选（M，R），这就是该博弈的纳什均衡，此时双方的得益为（3，3）。

博弈方1 \ 博弈方2	L	R
U	3,1	0,2
M	0,2	3,3

图2.26　消去D策后的得益矩阵

需要注意的是，并不是包括混合策略以后，博弈中就一定会存在可以先行消去的纯策略严格下策。如我们将本例的得益改为图2.27，则U、M、D就都不会是相对于任何纯策略或混合策略的严格下策。事实上，D策现在非但不是博弈方1相对于混合策略（1/2，1/2，0）的严格下策，而且还是对博弈方2的混合策略（q，1 - q）（其中1/3 < q < 2/3）的最佳反应对策。读者可自行证明这个结论。

博弈方 2

		L	R
博弈方1	U	3,1	0,2
	M	0,2	3,3
	D	2,3	2,1

图2.27　无严格下策的情况

2.4.4　混合策略反应函数

将博弈方的策略空间扩展到包括混合策略，将纳什均衡扩展到包括混合策略纳什均衡以后，求纳什均衡的反应函数分析方法也可以扩展到求混合策略纳什均衡。反应函数即一博弈方对另一博弈方每种可能的决策内容的最佳反应决策构成的函数。在纯策略的范畴内，反应函数是各博弈方选择的纯策略对其他博弈方纯策略的反应。在混合策略的范畴内，博弈方的决策内容为选择概率分布，反应函数就是一方对另一方的概率分布的反应，同样也是一定的概率分布。由于纯策略可以理解为混合策略，因此实际上反应函数的概念，可以在混合策略概率分布之间反应的意义上统一起来。

我们仍然先用不存在纯策略纳什均衡的猜硬币博弈作为例子。设（r，1－r）是盖硬币方随机选择正反面的混合策略的概率分布，（q，1－q）是猜硬币方随机选择正反面的混合策略的概率分布，那么两博弈方的反应函数就是r和q之间的相互决定关系。

根据以前的讨论我们知道，本博弈中当猜硬币方选择猜正面的概率q＜1/2时，盖硬币方应选正面，相当于在混合策略（r，1－r）中令r＝1，因为这样赢多输少；相反，如果q＞1/2，则盖硬币方应选反面，相当于令r＝0；而当q＝1/2时，对盖硬币方来说，r等于任何值都一样，即不管采用纯策略或混合策略，及混合策略中选哪个面的概率更大，所得到的期望得益都完全一样。将以上r随q的变化用函数关系表达出来，可以得到图2.28中粗线表示的函数$r=R_1(q)$，这就是盖硬币方对猜硬币方的反应函数。

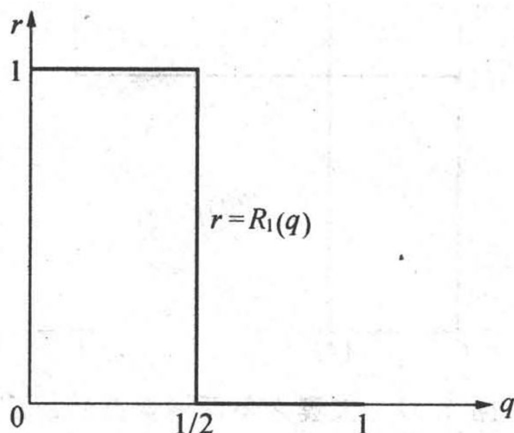


图2.28　博弈方1的反应函数

同样的，我们可作出猜硬币方对盖硬币方混合策略的反应函数 $q=R_2(r)$，如图2.29中粗线所示。注意为了与图2.28坐标轴的名称一致，这里我们以横轴代表因变量，纵轴代表自变量。

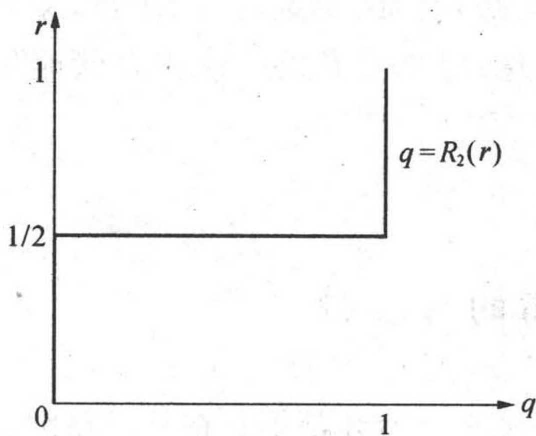


图2.29　博弈方2的反应函数

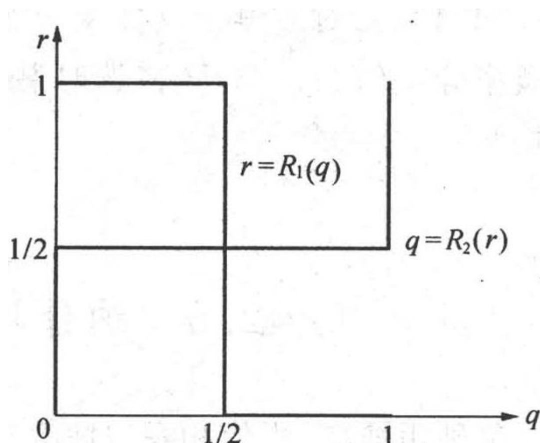


图2.30　混合策略纳什均衡

如果我们将两条反应函数合并在一张图上，就得到图2.30。从图2.30我们看到，两博弈方的反应函数相交于（1/2，1/2），即r = 1/2和q = 1/2，且这是惟一的交点。这就是说，在这个博弈中，只有r = 1/2和q = 1/2，才是相互对对方最佳反应的混合策略概率分布，这正是本博弈惟一的混合策略纳什均衡。这与我们前面得到的结论是完全一致的。

混合策略反应函数也可以用来研究夫妻之争博弈。设妻子的混合策略为（r，1 - r），丈夫的混合策略为（q，1 - q）。如果q < 1/3，则妻子选时装的期望得益2q < 2/3，不如选足球的期望得益1 - q > 2/3，因此妻子应选足球，即r = 0；如果q > 1/3，则妻子选时装的得益为2q > 2/3，大于选足球的得益1 - q < 2/3，因此该选时装，即r = 1；当q = 1/3时，r取0与1之间任何值对妻子的得益都一样。因此妻子的反应函数如图2.31中的$r = R_1(q)$。

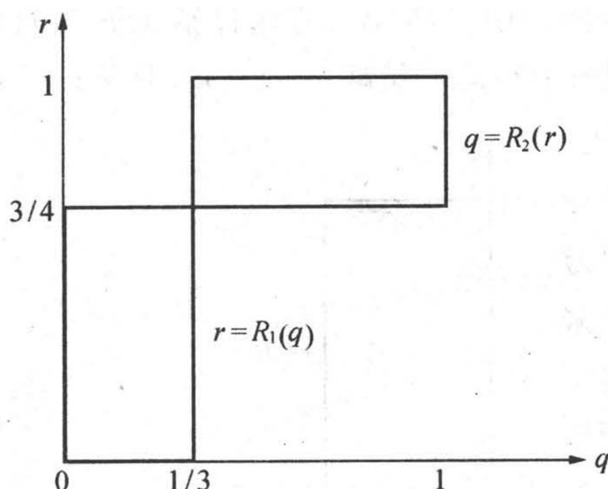


图2.31　夫妻之争两博弈方的反应函数

同样，我们可根据r < 3/4，r > 3/4和r = 3/4分别确定q的反应，得出丈夫对妻子的反应函数，如图2.31中的R_2（r）所示。

注意图2.31中，两博弈方的反应函数有三个交点。其中（0，0），即r = q = 0，和（1，1），即r = q = 1，为两个纯策略纳什均衡。而交点坐标（3/4，1/3），对应妻子以概率分布（3/4，1/4）随机选时装、足球，丈夫以概率分布（1/3，2/3）随机选时装、足球，是本博弈的一个混合策略纳什均衡。

2.5　纳什均衡的存在性

猜硬币博弈、小偷和守卫博弈等许多常见博弈都不存在纯策略纳什均衡，但如果把策略扩展到包括混合策略，那么这些博弈在混合策略的意义上就有了纳什均衡。虽然混合策略纳什均衡与纯策略纳什均衡有差别，如对一次性博弈结果的预测作用很小，但混合策略纳什均衡在揭示博弈方决策的方法，揭示博弈问题的效率意义等方面还是非常有用的。如果混合策略纳什均衡具有普遍性，换句话说如果所有没有纯策略纳什均衡的博弈都有混合策略纳什均衡，对博弈分析的理论和应用价值就是非常重要的支持。幸运的是，这个问题的结论是肯定的。1950年纳什提出的纳什定理，首先证明了这个结论。

2.5.1 纳什定理

纳什在他1950年的经典论文中，首先提出了他自己称为“均衡点”（Equilibrium Point）的纳什均衡概念，并且同时证明了在相当广泛的博弈类型中，混合策略意义上的纳什均衡是普遍存在的。纳什的这个存在性证明，实际上正是他提出的“均衡点”被称为“纳什均衡”的主要原因。纳什的这个经典成果可以表述为下述定理。

纳什定理（Nash 1950）：在一个有n个博弈方的博弈$G=\{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$中，如果n是有限的，且$S_i$都是有限集（对$i=1, \ldots, n$），则该博弈至少存在一个纳什均衡，但可能包含混合策略。

用更通俗的语言，这个定理就是说“每一个有限博弈都至少有一个混合策略纳什均衡”。纳什对这个定理的证明可以用下述方式来表达：每个n个博弈方的博弈组成的策略组合，都是由n个博弈方的策略空间相乘得到的n维乘积空间中的一个点。对每个这种策略组合，都可以找出由n个博弈方对它的最佳反应策略构成的一个或多个策略组合，这就形成了一个从上述乘积空间到它自身的一对多（One-to-many）的影射（Mapping）。由于在引进混合策略以后，在期望得益的意义上得益函数都是连续函数，因此影射的图形是封闭的（闭集），且每个点在影射下的影像都是凸集。根据角谷（Kakutani）的不动点（Fixed Point）定理，可知该影射至少有一个不动点，这个不动点就是一个纳什均衡策略组合。

为了让读者理解在上述证明中具有关键作用的不动点定理，我们用比较形象的方法介绍一个更基本的不动点定理，即布鲁威尔（Brouwer）的不动点定理。布鲁威尔的不动点定理可以这样理解：如果$f(x)$是定义域和值域都是闭区间[0，1]的连续函数，则在[0，1]中至少存在一点x^*，满足$f(x^*)=x^*$。我们称x^*为函数$f(x)$的一个不动点。用图2.32来表示，这个不动点定理的意义就是图中函数$f(x)$对应的曲线至少与图中的45°线有一个交点。

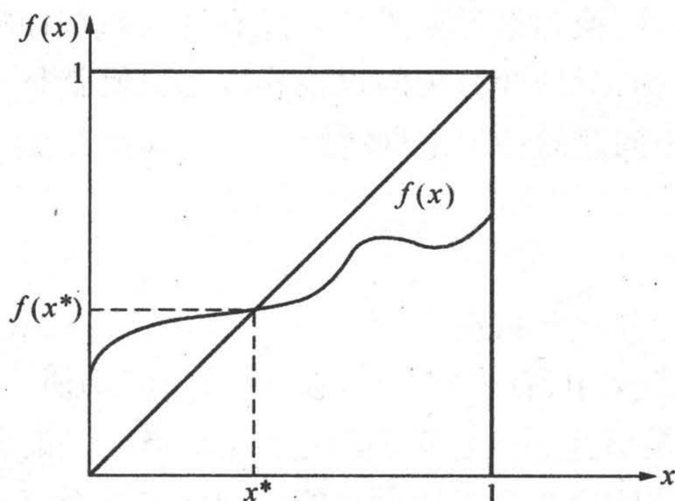


图2.32　布鲁威尔的不动点定理

角谷的不动点定理，实际上就是关于一维空间上影射（也就是一元函数）的布鲁威尔不动点定理，在n维空间影射上的推广，其意义是在n维空间的有界闭凸集上的连续影射，至少存在一个不动点，即影像与原像是同一点。因为在混合策略的意义上，博弈方之间的策略反应构成的正是n维空间上的连续影射，因此根据角谷的不动点定理，这种影射至少存在一个不动点，而这种不动点就是混合策略意义上的纳什均衡。

2.5.2　纳什定理的意义和扩展

纳什均衡的普遍存在性，意味着纳什均衡分析在我们所遇到的大多数博弈问题中，都是一种基本的分析方法。正是因为有普遍存在性，纳什均衡是博弈结果的“一致预测”的性质才有意义，纳什均衡才会成为分析博弈和预测博弈结果的中心概念和基本出发点。如果纳什均衡没有普遍存在性，多数博弈不存在纳什均衡，那么即使纳什均衡与博弈的结果关系很强，是博弈结果的一致预测，纳什均衡和纳什均衡分析的意义也是很有限的。因此纳什均衡的存在性是纳什均衡概念最重要的性质。这就是为什么纳什首先证明纳什均衡存在性的开创性工作特别重要的原因所在。

1950年以后，纳什自己和其他人又用不同的方法，或对不同的博弈类

型范围，重新证明了纳什均衡的存在性。其中最重要的扩展是将针对有限策略形博弈的纳什定理，推广到行为或策略不可数，有连续得益函数的无限博弈中。即证明策略空间是欧几里德空间的非空紧凸子集的策略形博弈，如果有连续和拟凹的得益函数，就一定存在纯策略纳什均衡（Debreu，1952；Glicksberg，1952；Fan，1952）。或者证明在策略空间是矩阵空间的非空紧子集的策略形博弈，当得益函数是连续函数时存在混合策略纳什均衡（Glicksberg，1952）。这些定理的证明与纳什均衡的证明是相似的，而且纳什均衡可以看作这些定理的特例。此外，Kuhn（1953）证明了每个完美信息的n人有限博弈都有一个纯策略纳什均衡，并且Kuhn的定理实际上是博弈论的第一个定理，即Zermelo（1913）关于象棋博弈是有“解”的“确定性”博弈的结论的一般化和扩展。

这些工作的基本结论是，纳什均衡在相当广泛的博弈类型中是普遍存在的，至少可以保证存在一个混合策略纳什均衡，在有些类型的博弈中更可以证明至少存在一个纯策略纳什均衡。当然，纳什均衡的普遍存在性通常是在允许采用混合策略的情况下才成立的，对限定比较少的一般非合作博弈，纯策略纳什均衡的存在性并没有保证，前面的许多例子都已经说明了这一点。

2.6　纳什均衡的选择和分析方法扩展

纳什均衡在相当广泛的博弈类型中普遍存在，保证了这个均衡概念在博弈分析中的作用和地位。事实上，不仅本章讨论的完全信息静态博弈中的绝大多数可以用纯策略和混合策略纳什均衡进行分析，而且对将来会讨论的动态博弈、不完全信息博弈或不完美信息博弈等其他类型的非合作博弈，纳什均衡也是最基本的分析概念，或者说是均衡分析概念的基础。因为分析其他这些类型博弈的核心均衡概念，如子博弈完美纳什均衡、完美贝叶斯均衡和贝叶斯纳什均衡等，本身都是纳什均衡，都是纳什均衡的某种精练。

但是我们也必须注意，纳什均衡分析同样并不一定能彻底解决一个博弈问题，因为纳什均衡的存在性不等于惟一性，在许多博弈中纳什均衡是不惟一的，而且不同的纳什均衡相互之间也没有明显的优劣关系，从而博弈方的选择会遇到困难。夫妻之争博弈就是这样的一个典型例子。事实上，我们还可以给出一些例子说明，即使一个博弈的几个纳什均衡之间存在优劣关系（帕累托效率意义上的），也不能保证博弈方一定会选择较优的纳什均衡，因为在某些情况的博弈中博弈方还会考虑风险因素，在存在“破坏者”或者部分博弈方之间“串通”可能

性的多人博弈中，博弈方的选择和博弈结果往往也无法用纳什均衡加以解释。这些情况的存在，表明纳什均衡分析仍然是有局限性的，说明对有些博弈问题仅仅进行纳什均衡分析是不够的，必须在纳什均衡分析的基础上再作进一步的深入分析。

2.6.1　帕累托和风险上策均衡

一个博弈中存在的纳什均衡不止一个时，就是一个多重纳什均衡的博弈问题。多重纳什均衡博弈是非常普遍的，我们分析过的许多博弈都属于这种情况，而且在引进混合策略概念时也作了一些讨论。但是很显然，对大多数多重纳什均衡博弈来说，引进混合策略并没有解决问题，因为混合策略本身不一定比纯策略更好，而且对于确定哪个纯策略更好也没有作用。因此我们有必要对多重纳什均衡导致的选择问题，对博弈方在这种情况下的决策行为方式等作一些讨论。

一、帕累托上策均衡

事实上，并不是所有多重纳什均衡博弈都会导致分析的困难。因为虽然有些博弈中存在多个纳什均衡，但很可能这些纳什均衡有明显的优劣差异，所有博弈方都偏好其中同一个纳什均衡。换句话说，可能有这些纳什均衡中的某一个，给所有博弈方带来的利益，都大于其他所有纳什均衡会带来的利益。这时候博弈方的选择倾向性就会是一致的，各个博弈方不仅自己会选择该纳什均衡的策略，而且可以预料其他博弈方也会选择该纳什均衡的策略，因此不会有选择困难。事实上，本章前面的讨论中已经用了这样的思想。

上述多重纳什均衡选择所依据的，实际上就是帕累托效率意义上的优劣关系，因此用这种方法选择出来的纳什均衡，也称为“帕累托上策均衡”。帕累托上策均衡的例子是很多的，这里用下面这个“战争与和平”博弈问题为例作一些说明。

国家之间关于战争与和平的选择，在人类社会的历史中经历了许许多多。从国家和人民总体的长远利益出发进行客观的分析，战争通常对任何一方都是有害无益的。选择战争比选择和平有利的惟一情况是对方已经选择了战争，因为这时候不奋起反击就会任人宰割。可以用图2.33中的得益矩阵，表示两个国家在战争与和平之间的选择和利益关系。该得益矩阵充分反映了战争对双方都是不利的，但当一个国家选择战争时，另一个国家不作抗争会更悲惨的一般规律。

			国家2	
			战争	和平
国家1	战争		-5，-5	8，-10
	和平		-10，8	10，10

图2.33　帕累托上策均衡

从博弈分析的角度，这个博弈中有两个纯策略纳什均衡，分别为（战争，战争）和（和平，和平）。很显然，（和平，和平）是这两个纳什均衡中，在帕累托效率意义上明显较好的一个，因此（和平，和平）构成本博弈的一个帕累托上策均衡。换句话说，如果两个国家的决策者都是理性的，那么这两个国家之间就不应该发生战争。因为虽然对双方来说，在这个博弈中的最佳选择都取决于对方的选择，当对方选择和平时自己选择和平最佳，而当对方选择战争时则自己的最佳选择也是战争，但因为和平共处对双方都更有利，因此每个国家都不仅自己希望实现（和平，和平），而且能指望对方也会选择和平，因此（和平，和平）应该是这个博弈的合理结果。这正是帕累托上策均衡的现实基础和意义。

上述分析结论可能会给读者带来疑问，那就是既然上述博弈证明理性的国家之间不会选择战争，那么为什么世界历史上会有那么多战争？这个问题的答案可以包括决策者考虑短期利益、个人或小集团利益更多，决策者确实缺乏理智和理性，或者局部地区或特定时期战争的利益比上述博弈中所假设的要大等。此外，其他国家选择战争时还击比不还击损失小，先发制人则更能使自己相对有利，也是导致发生战争机会增大的重要原因。对于战争与和平的问题，在本书第五章讨论进化博弈论时还会作进一步的分析。

寡头市场的价格竞争与两国之间关于战争与和平的选择其实是很相似的。企业之间的价格竞争有时候就是一场战争，因此上述战争与和平的选择模型也可以用来分析寡头市场的价格竞争问题。可以用帕累托上策均衡进行分析的博弈问题其实还有许多，读者不妨自己找出一些例子来进行分析。

二、风险上策均衡

在存在帕累托效率意义上优劣关系的情况下，帕累托上策均衡作为均衡选择的基本法则是容易理解的。不过帕累托上策均衡并不是有强制力的法则，这一点根据上面对战争与和平博弈的讨论我们就可以感觉

到。此外更重要的是有时候其他某种同样是合理的选择逻辑的作用会超过帕累托效率的选择逻辑，因此完全理性的决策者也不一定会选帕累托上策均衡。我们用图2.34得益矩阵表示的静态博弈来说明上述观点。

博弈方 2

博弈方1		L	R
	U	9,9	0,8
	D	8,0	7,7

图2.34　风险上策均衡

不难看出，这个博弈中有两个纯策略纳什均衡（U，L）和（D，R）。并且（U，L）的双方得益大于（D，R）的双方得益，因此前一个纳什均衡是这个博弈的一个帕累托上策均衡。采用这个帕累托上策均衡的策略显然是符合双方最大利益的。

那么，这个博弈的结果是否必然是双方采用帕累托上策均衡（U，L）呢？事情其实并不一定这么简单。因为虽然当双方确实都采用帕累托上策均衡（U，L）的策略时，两个博弈方的得益都会比采用另一个纳什均衡（D，R）多2单位，但是如果一个博弈方采用（U，L）的策略时，另一方却没有采用（U，L）的策略，那么此时前者的得益是很差的0单位，比他们分别采取D或R的得益（至少7单位，不管对方的策略是什么）要低得多。这意味着采用（U，L）对两博弈方来说都有较大的风险。事实上对两个博弈方来说，只要另一方偏离（U，L）的可能性大于1/8，（D，R）就是比（U，L）更明智的选择，因为此时两博弈方分别采用D和R的期望得益，比他们分别采用U和L的期望得益更大。所以，如果考虑风险因素，（D，R）就有相对优势，因为虽然它在帕累托效率意义上不如（U，L），但在风险较小的意义上却优于（U，L）。当人们希望更保险一些，想要回避风险时就会选择（D，R）而不是（U，L）。我们称（D，R）是这个博弈的一个“风险上策均衡”（Risk-dominant Equilibrium）。

风险上策均衡的一种简单理解方法或识别标准是，如果所有博弈方在预计其他博弈方采用两种纳什均衡的策略的概率相同时，都偏爱其中某一纳什均衡，则该纳什均衡就是一个风险上策均衡。

猎鹿（Stag-hunting）博弈是体现风险上策均衡思想的一个生动例

子。猎鹿博弈是这样的：两个人同时发现1头鹿和2只兔子，如果两人合力抓鹿，则可以把这头价值10单位的鹿抓住，兔子当然是抓不到了；如果两人都去抓兔子，则各可以抓到1只价值3单位的兔子，鹿就会跑掉；但如果一个人选择了抓兔子而另一个人选择了抓鹿，那么选择抓兔子的能抓到1只兔子，选择抓鹿的人则什么也抓不到。由于两人的决策必须在瞬间作出，根本来不及商量，因此这就成了一个双方必须同时作出决策的静态博弈问题。如果合作猎获1头鹿后双方会平分收获，那么这个博弈的利益关系如图2.35得益矩阵所示。

		博弈方2	
		鹿	兔 子
博弈方1	鹿	5,5	0,3
	兔 子	3,0	3,3

图2.35　猎鹿博弈

很显然，这个博弈也有两个纳什均衡，那就是（鹿，鹿）和（兔子，兔子），而且前一个纳什均衡也是本博弈的一个帕累托上策均衡。但我们也容易看出，由于在另一人选择抓兔子的情况下，选择抓鹿的人会一无所获，而选择抓兔子的利益则是有保障的，因此选择抓鹿有很大的风险，并不一定是最好的选择。例如从其中一人的立场上，假设另一人选择抓鹿和抓兔子的概率都是1/2，那么此时他抓兔子能够得到确定性的得益3单位，而选择抓鹿的期望得益为2.5单位，前者显然优于后者。因此，（兔子，兔子）是这个猎鹿博弈的一个风险上策均衡，精明的博弈方往往会选择抓兔子而不是抓鹿。

进一步值得注意的是，博弈方对风险上策均衡的选择倾向，有一种自我强化的机制。当部分或所有博弈方选择风险上策均衡的可能性增强的时候，任一博弈方选择帕累托上策均衡策略的期望得益都会进一步变小，这就使各博弈方更倾向于选择风险上策均衡，而这又进一步使选择帕累托上策均衡策略的得益更小，从而形成一种选择风险上策均衡的正反馈机制，使其出现的机会越来越大。事实上，正是因为存在上述反馈机制，往往会使得开始时并不是很大的各个博弈方采用风险上策均衡策略的概率，甚至只是对其他博弈方可能会采用风险上策均衡策略的担心，演变为实现相对低效率的风险上策均衡的现实。而且上述反馈机制会随着相互信任的难度而加强。例如当合作猎鹿需要10人同心协力才能成功，只要其中一人不合作就必然失败时，人们就很难自觉选择合作，因为相信其他9人会同时选择合作，比相信其他一

人会选择合作要难得多，此时选择合作的风险非常大。

风险上策均衡是人们经济决策和行为的重要规律之一，如果我们忽视这种均衡或行为规律的存在，忽略人们选择风险上策均衡的可能性，就可能无法对许多决策问题进行准确的分析判断，无法对许多经济现象作出合理的解释。

2.6.2　聚点和相关均衡

其实多重纳什均衡的困难，主要还在于不存在帕累托上策均衡。如夫妻之争博弈的三个纳什均衡中，除了混合策略纳什均衡明显较差以外，两个纯策略纳什均衡之间不存在帕累托效率意义上的优劣关系，一个对丈夫有利，另一个则对妻子有利，因此两个博弈方究竟会怎么选择很难进行判断。但也不是所有此类无帕累托优劣关系的多重纳什均衡博弈中人们的选择都无法判断。事实上，人们在许多情况下的决策选择，常常会受心理、习惯、文化、环境等多种因素的影响，而且也会发展出特定的方法来解决决策选择的困难。聚点均衡和相关均衡就是这方面很好的例子。

一、聚点均衡

根据人们对类似夫妻之争博弈的，有两个纯策略纳什均衡的博弈所进行的实验，发现大多数博弈方通常似乎知道在这样的博弈中该怎么选择，而且博弈方之间经常能够相互理解对方的行为，也发现博弈方往往会利用博弈规则以外的特定信息，如博弈方共同的文化背景中的习惯或规范，共同的知识，或者具有特定意义事物的特征，某些特殊的数量、位置关系等。

例如让两个博弈方同时报一个时间，所报时间相同，各可获得100元的奖励，所报时间不同则不能获得奖励，这时候两个博弈方对所报时间的选择就是一个博弈。很显然，这个博弈有无穷多个纳什均衡，双方选择任何相同的时间都是该博弈的纳什均衡，而且这些纳什均衡相互之间完全不存在效率意义上的优劣关系。但是我们不难理解，该博弈的两个博弈方选择类似“中午12点”、“0点”的可能性比较大，双方同时选择这种时间的机会也较大，而选择类似“上午10点01分”、“下午3点46分”等时间的可能性就很小，更不大可能同时成为双方的选择。理由是前几个时间既是整点，而且又都有特殊意义——第一个代表上下午的分界，第二个则是一天的开始，因此双方同时想到的希望较大。而后面两个时间则没有什么特殊的意义，即使某个博弈方想选

择这样的时间，也不敢指望对方会作同样的选择，而这就足以使该博弈方放弃这类打算了。因此，在上述博弈中两博弈方必然都会选择类似“中午12点”和“0点”等时间，虽然不能保证双方的选择一致，但至少大大提高了双方选择一致的概率。

我们称“中午12点”和“0点”这样的策略为上述博弈的“聚点”（Focal Points）。在多重纳什均衡的博弈中，双方同时选择一个聚点构成的纳什均衡称为“聚点均衡”（Focal Points Equilibrium）。当然聚点均衡首先是纳什均衡，是多重纳什均衡中比较容易被选择的纳什均衡。

聚点均衡的另一个经典例子是“城市博弈”（Cities Game）。我们可以用一个简化版本来说明：要求两博弈者各自独立将上海、南京、长春、哈尔滨4个城市分为每组2个城市的2组，若两人分法相同则各得100元，否则没有奖金。显然这个博弈中也有多个纳什均衡，包括分别将上海和南京分为一组、将上海和长春分为一组、将上海和哈尔滨分为一组，然后将余下两个城市分为一组的三种分法。如果是两个中国人参加这个博弈，通常两人都会将上海和南京分为一组，长春和哈尔滨分为一组。理由很简单，因为上海和南京是两个相对于长春和哈尔滨的南方城市，这种以地理位置给城市分类的方法是具有基本地理常识的人都容易想到的，因此它是一个聚点。如果有一个博弈方仅仅因为自己的父母分别来自于哈尔滨和南京，就将这两个城市分为一组，那么恐怕不能指望获得奖金。

其实夫妻之争博弈也是适用聚点均衡的博弈问题，生日、双方的性格脾气等都可能作为聚点的根据。此外，现实中可以用聚点来分析和解释的博弈问题是很多的。

从我们讨论的几个聚点均衡例子可以看出，聚点均衡确实反映了人们在多重纳什均衡选择中的某些规律性，但因为它们涉及的方面众多，因此虽然对每个具体的博弈问题可能可以找出聚点，但对一般的博弈却很难总结普遍规律，只能具体问题具体分析。

二、相关均衡

实际上，人们在现实中遇到选择困难时，特别是在长期中反复遇到相似的选择难题时，常会通过收集更多信息，形成特定的机制和规则，也就是某种形式的制度安排等主动寻找出路。因此对于博弈中多重纳什均衡选择的难题，我们也应该考虑博弈方主动寻求方法，设计某种形式的均衡选择机制，以解决多重纳什均衡选择问题的可能性。“相关均衡”（Correlated Equilibrium）就是这样的一种均衡选择机制。相关均衡的基本思想可以通过下列2×2静态博弈来说明。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方1	U	5,1	0,0
	D	4,4	1,5

图2.36　相关均衡

在图2.36得益矩阵表示的博弈中，（U，L）和（D，R）是两个纯策略纳什均衡，另外有一个混合策略纳什均衡[（1/2，1/2），（1/2，1/2）]，即两博弈方都以1/2的概率在自己的两个纯策略中随机选择。虽然该博弈的两个纯策略纳什均衡，都能使两博弈方得到6单位得益总和，但在这两个纳什均衡下双方的利益相差很大，因此很难在两博弈方之间形成自然的妥协，聚点均衡的概念是不适用的。如果采用混合策略纳什均衡，因为有1/4的可能性遇到最不理想的（U，R），因此双方的期望得益都只有2.5单位，显然也不理想。

由于避免出现（U，R）结果符合双方的利益，因此双方有可能通过协商约定采用如“抛一硬币，出现正面博弈方1采用U，博弈方2采用L；出现反面博弈方1采用D，博弈方2采用R”这样的选择规则。按照这样的规则选择，那么两个纯策略纳什均衡（U，L）和（D，R）各有1/2出现的可能，且可以保证排除采用混合策略可能出现的（U，R），双方的期望得益都是3，明显好于双方各自采用混合策略的期望得益，也解决了双方在两个纯策略纳什均衡选择方面的僵局。同样的思想用到夫妻之争博弈中就是双方可能形成这样的约定：“如果天气好一起去看足球赛，天气不好则一起看时装表演”。

进一步发展上述思路，其实图2.36中博弈还可能实现更好的结果。该博弈有一个总得益更高的策略组合（D，L），由于它不是纳什均衡，因此除了混合策略纳什均衡中包含采用它的可能性以外，在一次性博弈中无法实现它。如果我们将上述通过抛硬币排除（U，R）的方法加以发展，就可以设计出一种能够包含进这个策略组合，同时又能排除（U，R）的方法。这种方法的关键是发出下列“相关信号”（Correlated Signals）的“相关装置”：（1）该装置以相同的可能性（各1/3）发出A、B、C三种信号；（2）博弈方1只能看到该信号是否A，博弈方2只能看到该信号是否C；（3）博弈方1看到A采用U，否则采用D；博弈方2看到C采用R，否则采用L。

不难发现该机制有下列重要性质：（1）保证U和R不会同时出现，即

排除掉了（U，R）；（2）保证（U，L）、（D，L）和（D，R）各以1/3的概率出现，从而两博弈方的期望得益达到3＋1/3；（3）上述策略组合是一个纳什均衡；（4）上述相关装置并不影响双方各种策略组合下的得益，因此并不影响原来的均衡。即如果一个博弈方忽视信号，另一个博弈方也可以忽视信号，并不影响各博弈方原来可能实现的利益。我们称双方根据上述相关装置选择策略构成的纳什均衡为“相关均衡”。上述相关均衡虽然仍不能完全实现（D，L），但至少在具有稳定性的前提下部分实现了它，因此对提高博弈效率是有意义的。

这种机制或均衡的最大问题还是现实性问题。特别是在比较复杂的，设定得没有这么清楚的现实博弈问题中，博弈方是否有能力设计出这种机制，并且有足够的理解和相互信任采用这种机制，是有一定疑问的。相关均衡作为社会经济中制度创新的一种解释也许更有意义。

2.6.3　共谋和防共谋均衡

进一步考虑静态博弈中纳什均衡分析的有效性问题，很容易发现在多人博弈中，有可能存在的部分博弈方之间联合追求小团体利益的行为，也可能会导致纳什均衡的不稳定性。对这种可能性的考虑，导出了“防共谋均衡”（Coalition-proof Equilibrium）的概念。

一、多人博弈中的共谋问题

在有多个博弈方的多人博弈中，如果部分博弈方通过某种形式的默契或串通形成小团体，可能得到比不串通时更大的利益，那么这些博弈方就有很强的相互串通，联合行动的动机。这时候通常的纳什均衡分析在这样的博弈问题中也会遇到问题，具有稳定性的策略组合也不是一般意义上的纳什均衡。我们通过下面这个两个得益矩阵表示的博弈为例来进行说明。

博弈方 2

博弈方 1	L	R
U	0,0,10	−5,−5,0
D	−5,−5,0	1,1,−5

（博弈方 3——A）

博弈方 2

博弈方 1	L	R
U	−2,−2,0	−5,−5,0
D	−5,−5,0	−1,−1,5

（博弈方 3——B）

图2.37　多人博弈中的共谋问题

在图2.37的两个得益矩阵表示的博弈中，博弈方1选择行策略U、D，博弈方2选择列策略L、R，博弈方3选择矩阵A、B。不难发现，该博弈有两个纯策略纳什均衡（U，L，A）和（D，R，B），且前者帕累托优于后者，而且在风险上策的意义上前者也优于后者。如果博弈方各自独立决策和采取行动，不考虑部分博弈方存在串通一致行动的可能性，那么该博弈的结果应该是（U，L，A）。

但是，如果我们考虑到博弈方之间存在串通或共谋的可能性，那么（U，L，A）却并不一定是博弈的最终结果。因为如果博弈方3选择A，则只要博弈方1和博弈方2达成一致行动的默契，分别采用D和R，他们就都可以获得1单位得益，大于（U，L，A）时得到的0得益。这意味着在这个博弈中，不仅以往的纳什均衡分析本身不能解决这个博弈问题，而且帕累托上策均衡和风险上策均衡同样也不能解决这个问题。这时候必须运用新的概念和思想进行分析。

二、防共谋均衡

上述共谋问题引出了“防共谋均衡”的思想。防共谋均衡是两个以上博弈方的博弈中，博弈方之间在帕累托上策均衡中进行合作的思想的扩展。防共谋均衡可以通过对共谋（串通）范围的归纳过程定义。

定义：如果一个博弈的某个策略组合满足下列要求：（1）没有任何单个博弈方的“串通”会改变博弈的结果，即单独改变策略无利可图（这意味着该策略组合首先是一个纳什均衡）；（2）给定选择偏离的博弈方有再次偏离的自由时，没有任何两个博弈方的串通会改变博弈的结果；（3）依次类推，直到所有博弈方都参加的串通也不会改变博弈的结果。满足上述要求的均衡策略组合称为“防共谋均衡”。

很显然，防共谋均衡的目标就是要排除由于多人博弈中可能存在部分博弈方结成小团体联合行动会给博弈结果带来的不稳定性和问题。由于防共谋均衡排除了这样的可能性，因此能使博弈分析的结论和预测更加可靠。在串通和勾结有利可图的情况下，防共谋均衡解释社会经济现象和预测结果的能力，往往比一般的纳什均衡概念或其他博弈分析概念更强，因此非常值得我们重视。

事实上，在排除了共谋的影响以后，多人博弈与两人博弈之间就不再有明显的区别，我们前面所使用的纳什均衡、帕累托上策均衡、风险上策均衡分析等就都可以适用了。

在前面引出防共谋均衡概念的例子中，很容易知道（U，L，A）不是防共谋均衡，因为它在受到小团体和局部串通行为威胁时是不稳定

的。相反，虽然（D，R，B）从帕累托效率的意义上明显不如（U，L，A），但它却是防共谋均衡。因为给定偏离者还能继续偏离的约束，无论是个人偏离（D，R，B），还是任何2人，或者所有3人的联合偏离，都不能增加他们的利益。因此当不能排除串通的可能性的时候，（D，R，B）比（U，L，A）具有更大的稳定性，更可能是博弈的结果。由于（D，R，B）在帕累托效率意义上明显比（U，L，A）差，因此上述分析揭示的实际上是存在于多人博弈中的，另一种意义上的更复杂的“囚徒的困境”问题。

另一个值得说明的问题是，防共谋均衡中讨论的博弈方之间的串通和联合行为，都是没有强制力的，完全是建立在各博弈方自觉自愿基础上的，因此与导论中介绍的合作博弈中各博弈方之间允许用协议方式强制执行的合作行为并不是一回事。也就是说，防共谋均衡是非合作博弈的均衡概念，而不是合作博弈的概念。

本章内容提要

本章对完全信息静态博弈进行了比较详细的讨论，介绍了上策均衡、严格下策反复消去法、划线法、箭头法和反应函数法等博弈分析方法，引进了非合作博弈理论的核心均衡概念——纳什均衡，介绍了纳什均衡的一致预测性质，引进了混合策略和混合策略纳什均衡概念，探讨了上述博弈分析方法和概念之间的关系，比较系统地介绍了以纳什均衡为核心的完全信息静态博弈分析方法。

在上述基础上，本章还对完全信息静态博弈的纳什均衡分析方法作了进一步的深入讨论。首先是介绍了纳什均衡的存在性定理，其次是对纳什均衡分析的问题，包括多重纳什均衡的选择问题进行了讨论，介绍了帕累托上策均衡、风险上策均衡、相关均衡和聚点均衡等与纳什均衡既有区别又有联系的均衡精

练、选择概念，此外还讨论了多人博弈中的共谋问题和介绍了防共谋均衡的概念。

本章尽可能运用了源于现实经济活动，或者与现实经济有关的博弈例子，解释博弈分析的各种概念、原理和方法。通过本章的分析，我们不仅可以掌握博弈分析的基本思想和各种分析方法，而且还对相关的各种经济活动和现实生活中的决策和博弈问题，对人们在经济活动中各种行为的内在逻辑，各种相关经济现象背后的内在规律等，有了更多更深刻的理解和认识。

本章基本概念

上策均衡　严格下策反复消去法　划线法　箭头法　纳什均衡　纯策略　混合策略　混合策略纳什均衡　反应函数　一致预测　纳什定理　帕累托上策均衡　风险上策均衡　聚点均衡　相关均衡　防共谋均衡

本章思考题

1.上策均衡、严格下策反复消去法和纳什均衡相互之间的关系是什么？

2.为什么说纳什均衡是博弈分析中最重要的概念？

3.找出现实经济或生活中可以用帕累托上策均衡、风险上策均衡分析

的例子。

4.多重纳什均衡是否会影响纳什均衡的一致预测性质，对博弈分析有什么不利影响？

5.下面的得益矩阵表示两博弈方之间的一个静态博弈。该博弈有没有纯策略纳什均衡？博弈的结果是什么？

		博弈方 2		
		L	C	R
博弈方1	T	2,0	1,1	4,2
	M	3,4	1,2	2,3
	B	1,3	0,2	3,0

6.求出下图中得益矩阵所表示的博弈中的混合策略纳什均衡。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方1	T	2 ,1	0,2
	B	1,2	3,0

7.博弈方1和博弈方2就如何分10000元进行讨价还价。假设确定了以下规则：双方同时提出自己要求的数额S_1和s_2，$0 \leq S_1$，$s_2 \leq 10000$。如果$S_1 + s_2 \leq 10000$，则两博弈方的要求都得到满足，即分别得S_1和s_2，但如果$S_1 + s_2 > 10000$，则该笔钱就被没收。问该博弈的纯策略纳什均衡是什么？如果你是其中一个博弈方，你会要求什么数额，为

什么？

8.设古诺模型中有n家厂商。q_i 为厂商i的产量，$Q = q_1 + \ldots + q_n$ 为市场总产量。P为市场出清价格，且已知$P = P(Q) = a - Q$（当$Q < a$时，否则$P = 0$）。假设厂商i生产q_i 产量的总成本为$C_i = C_i(q_i) = cq_i$，也就是说没有固定成本且各厂商的边际成本都相同，为常数c（$c < a$）。假设各厂商同时选择产量，该模型的纳什均衡是什么？当n趋向于无穷大时博弈分析是否仍然有效？

9.两寡头古诺模型，$P(Q) = a - Q$等与上题相同，但两厂商的边际成本不同，分别为c_1和c_2。如果$0 < c_i < a/2$，问纳什均衡产量各为多少？如果$c_1 < c_2 < a$，但$2c_2 > a + c_1$，则纳什均衡产量又为多少？

10.甲、乙两公司分属两个国家，在开发某种新产品方面有下面得益矩阵表示的博弈关系（单位：百万美元）。该博弈的纳什均衡有哪些？如果乙公司所在国政府想保护本国公司利益，有什么好的方法？

11.设一个地区选民的观点标准分布于[0，1]上，竞选一个公职的每个候选人同时宣布他们的竞选立场，即选择0到1之间的一个点。选民将观察候选人们的立场，然后将选票投给立场与自己的观点最接近的候选人。例如有两个候选人，宣布的立场分别为$x_1 = 0.4$和$x_2 = 0.8$，那么观点在$x = 0.6$左边的所有选民都会投候选人1的票，而观点在$x = 0.6$右边的选民都会投候选人2的票，候选人1将以60%的选票获胜。再设如果有候选人的立场相同，那么立场

相同的候选人将平分该立场所获得的选票，得票领先的候选人票数相同时则用抛硬币决定哪个候选人当选。我们假设候选人惟一关心的只是当选（即不考虑自己对观点的真正偏好），如果有两个候选人，问纯策略纳什均衡是什么？如果有三个候选人，也请作出一个纳什均衡。

12.运用本章的均衡概念和思想讨论下列得益矩阵表示的静态博弈。

		博弈方2	
		L	R
博弈方1	U	6,6	2,7
	D	7,2	0,0

第三章　完全且完美信息动态博弈

本章讨论完全且完美信息动态博弈。上一章讨论的静态博弈只是博弈问题中的一类。现实中的许多决策活动往往是依次选择行为而不是同时选择行为，而且后选择行为者能够看到先选择行为者的选择内容。如商业活动中的讨价还价，拍卖活动中的轮流竞价，资本市场上的收购兼并和反收购兼并都是这样。依次选择与一次性同时选择有很大差异，因此这种决策问题构成的博弈与静态博弈有很大的不同，我们称它们为“动态博弈”（Dynamic Games）。

动态博弈也是博弈中的一个大类。根据博弈方是否相互了解得益情况，有“完全信息动态博弈”和“不完全信息动态博弈”之分，根据是否所有博弈方都对自己选择前的博弈过程完全了解，有“完美信息动态博弈”和“不完美信息动态博弈”之分。本章首先讨论动态博弈中既是完全信息又是完美信息的部分，称为“完全且完美信息动态博弈”，不完全信息、不完美信息的动态博弈将在后面讨论。如不特别说明，本章中“动态博弈”就是指“完全且完美信息动态博弈”。

3.1 动态博弈的表示法和特点

动态博弈中各博弈方不是同时，而是先后选择行为，这使得动态博弈在表示方法和博弈方的策略等方面都与静态博弈有较大差别，也使得分析这种博弈的方法与静态博弈有很大差别。本节首先对动态博弈的表示方法、策略等方面的特点作一些讨论，为后面对这种博弈的分析作一定的准备。

3.1.1 阶段和扩展形表示

动态博弈各个博弈方的选择行为有先后次序，每个博弈方的选择行为会形成依次相连的时间阶段，因此动态博弈中一个博弈方的一次选择行为常称为一个“阶段”（Stage）。动态博弈中也可能存在几个博弈方同时选择的情况，这时这些博弈方的同时选择构成一个阶段。一个动态博弈至少有两个阶段，因此动态博弈有时也称为“多阶段博弈”（Multistage Games）。此外，也有称动态博弈为“序列博弈”（Sequential Games）的，这也是由动态博弈中的次序特征引出来的。

导论中介绍的“先来后到”博弈就是一个有两个阶段的动态博弈，是动态博弈比较简单的例子。导论中介绍的迷宫博弈也可以理解为动态博弈，因为它虽然只有一个博弈方，但该博弈方在A、B两处的选择可以看作博弈的两个阶段。导论中表示上述两个博弈时，都采用了一种通过选择节点、从选择节点出发的表示博弈方各种可能选择的线段，以及博弈终端处的得益数组表示动态博弈的方法（分别参见图1.12和图1.8）。这种表示法称为“扩展形”，也有称其为“博弈树”的。由于扩展形可以反映动态博弈中博弈方的选择次序和博弈的阶段，因此是表示（阶段数和博弈方可选行为数量较少的）动态博弈的最佳方法。正因为动态博弈常用扩展形表示，因此有时也被称为“扩展形博弈”（Extensive Form Game）。

导论中的两个例子都相对比较简单，只有两个阶段。事实上，用扩展形完全可以表示更复杂的动态博弈。这里给出一个“仿冒和反仿冒”博弈作为例子。设有一家企业的产品被另一家企业仿冒，如果被仿冒企业采取措施制止，仿冒企业就会停止仿冒，如果被仿冒企业不采取措施制止，那么仿冒企业就会继续仿冒。对被仿冒企业来说，被仿冒当然会造成经济损失，因此采取措施制止仿冒是符合自身利益的，但问

题是制止仿冒是有代价的，因此在遭仿冒时是否应该制止是需要研究的问题。对于仿冒企业来说，仿冒不被制止能获得很大利益，但如果被制止就会偷鸡不着蚀把米，因此是否仿冒也要仔细推敲。所以，这两个企业在仿冒和制止仿冒的问题上，存在着一个行为和利益相互依存的博弈问题。由于只有在已经遭到仿冒的情况下被仿冒企业才需要考虑是否加以制止的问题，因此这必然是一个动态博弈问题。为了简单起见，我们假设仿冒最多进行2次，再假设第一次不仿冒、仿冒被制止，以及在第一次仿冒没制止的情况下，第二次不仿冒、仿冒被制止、仿冒不被制止这几种情况下，仿冒和被仿冒企业的得益分别为0和10、 - 2和5、5和5、2和2、10和4，并用A表示仿冒企业，B表示被仿冒企业，那么该动态博弈可以用图3.1中的扩展形表示。图中得益数组的第一个数字是仿冒企业的得益，第二个数字为被仿冒企业的得益。

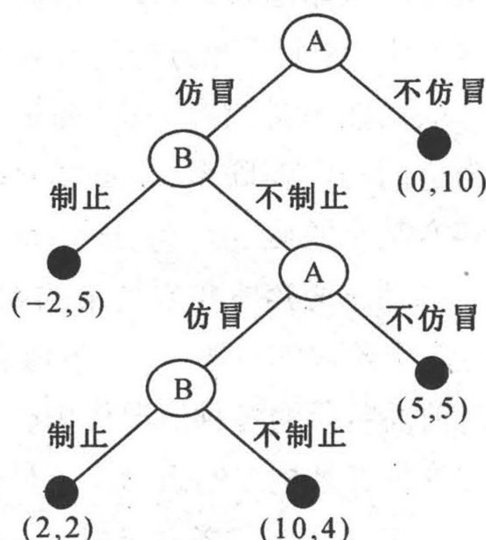


图3.1　仿冒和反仿冒博弈扩展形

其他许多博弈也可以用这种扩展形表示，只是它们的选择节点数和每个选择节点的可选行为数量，以及博弈方的利益不同。其实，如果上述仿冒和反仿冒的博弈中，进一步考虑仿冒更多次数的可能性，考虑仿冒有规模和程度的不同，制止仿冒也有力度的不同，那么表示该博弈的扩展形就会更复杂，如在有些选择节点处会有3个甚至更多的选择等。

当然，也不是所有动态博弈都可以用扩展形表示。因为有些动态博弈

的阶段很多，或者博弈方在一个阶段有许多可以选择的行为，这些时候扩展形表示动态博弈就会很困难，或者根本就不可能。例如下象棋是动态博弈，但因为它不仅博弈阶段很多，而且每个阶段的可能选择也很多，因此很难用扩展形加以表示。此外，两个生产寡头先后决定产量的定产博弈也是动态博弈，但因为每个寡头可以选择的产量都是无穷多种，因此也无法用只能描述有限种行为选择的扩展形表示。无法用扩展形表示的动态博弈，通常可以直接用文字描述和数学函数式表示。

3.1.2　动态博弈的基本特点

动态博弈在许多方面都有不同于静态博弈的特点，而且这些特点对于动态博弈的分析有相当重要的影响。这里对策略和结果，以及博弈方之间的不对称性等几个基本方面作一些讨论，其他特点则在对分析具体动态博弈模型时再作讨论。

一、动态博弈的策略和结果

在静态博弈中，博弈方一次性同时选择的行为就是博弈方的策略，这些策略的策略组合，以及所对应的各方得益，就是博弈的结果。但是在动态博弈中，各个博弈方的选择和行为不仅有先后之分，而且一个博弈方的选择很可能不是只有一次，而是有几次甚至多次，并且在不同阶段的多次行为之间有内在联系，是不能分割的整体。因此在动态博弈中，研究某个博弈方某个阶段的行为，或者将各个阶段的行为割裂开来研究意义是不大的。动态博弈博弈方决策的内容，也是决定博弈结果的关键，不是博弈方在单个阶段的行为，而是各博弈方在整个博弈中轮到选择的每个阶段，针对前面阶段的各种情况作相应选择和行为的完整计划，以及由不同博弈方的这种计划构成的组合。这种计划就是动态博弈中博弈方的“策略”。

三国演义中刘备过江招亲时，诸葛亮给刘备的三个锦囊，甚至还要加上让刘备过江招亲本身，加起来才构成诸葛亮与周瑜“博弈”时采用的一个“策略”。在仿冒和反仿冒博弈中，仿冒企业A“在第一阶段仿冒，如果第二阶段B制止，第三阶段就不仿冒，否则第三阶段继续仿冒”，被仿冒企业B“第一阶段A仿冒时第二阶段不制止，第三阶段A继续仿冒时第四阶段制止”，分别是该动态博弈中两博弈方的各一个策略。在动态博弈中各博弈方的决策内容就是选择、确定这样的策略，我们主要分析的也是这样的策略。

当我们把动态博弈理解成各博弈方之间以这样的策略进行博弈、对抗时，在形式上似乎与前一章讨论的静态博弈就一致起来了，两博弈方之间的动态博弈也可以用得益矩阵表示（矩阵行列分别代表两博弈方上述意义上的策略，元素同样是相应策略组合得益的二元数组），称为动态博弈的“得益矩阵形”或“策略形”。不过，得益矩阵表示动态博弈总体上还是不如扩展形好，因为得益矩阵无法反映动态博弈的次序关系，以及不同阶段之间的内在影响和联系。通过今后的分析我们对此会有更多的体会。

动态博弈的结果首先是指各博弈方上述类型的策略构成的策略组合。例如在仿冒和反仿冒博弈中，仿冒企业A与被仿冒企业B采用前述策略构成的策略组合。其次，动态博弈的结果是各博弈方的策略组合形成的一条联结各个阶段的“路径”（Path）。在仿冒和反仿冒博弈中会看到“第一阶段A仿冒，第二阶段B不制止，第三阶段A仿冒，第四阶段B制止”，在该博弈的扩展形图上形成了一条连接每个阶段的路径。最后，实施上述策略组合的最终结果，落实到给A和B各带来2单位的得益，就是上述路径终端处得益数组中的数字。因此，在一个动态博弈中，博弈的结果包括双方（或多方）采用的策略组合，实现的博弈路径和各博弈方的得益。

动态博弈在策略和博弈结果方面的特点和与静态博弈的差异很重要，因为它们会对博弈方之间的利益关系和行为方式产生很大影响。我们在分析动态博弈时必须重视这些特点。

二、动态博弈的非对称性

因为动态博弈中各个博弈方的选择行为有先后次序，且后行为者能观察到此前选择行为博弈方的选择行为，因此动态博弈中各博弈方的地位是不对称的。这一点与所有博弈方一次性同时选择的静态博弈也明显不同。

一般来说，由于后行为的博弈方有更多的信息帮助自己选择行为，可减少他们决策的盲目性，针对性地作选择，因此处于较有利的地位。不过，后行为和具有较多信息一定较有利，一定能得到较好的结果的结论并不总是成立的。对单人博弈，也即个人最优化决策问题来讲，可以断言信息越多越有利是成立的。而对两人以上的博弈问题来说，有时却可能出现相反的情形，信息较多的博弈方并不一定能得到更大的利益。我们以后会通过具体的例子来证明这种“异常情况”的存在。事实上，也正是因为博弈论能够揭示诸如“信息多反而得益少”的，表面上不合常规现象的存在和根源，才使博弈论成为一种引人入胜的理论。

3.2 可信性和纳什均衡的问题

本节开始讨论动态博弈的分析方法。首先可以肯定的是，虽然动态博弈中的策略概念与静态博弈中有所不同，但当我们重新定义了动态博弈中博弈方的策略的概念以后，动态博弈仍然还是具有策略和利益相互依存性的决策问题。那么，我们在静态博弈分析中针对具有策略和利益相互依存特性决策问题发展的核心分析方法，也就是纳什均衡分析，在动态博弈分析中是否仍然适用呢？如果这个答案是肯定的，那么除了需要注意动态博弈的策略与静态博弈有所不同以外，我们可以把静态博弈分析的方法全部搬到动态博弈中来，动态博弈分析的问题也就解决了，不需要多作讨论。

当然，上述问题的答案是否定的，静态博弈的纳什均衡分析并不能直接套用到动态博弈中，进行动态博弈分析仍然是有价值的。纳什均衡分析在动态博弈中的失效，与动态博弈各博弈方策略中选择行为的“可信性”问题是联系在一起的。为此，我们首先来讨论这个在动态博弈分析中非常重要的“可信性”问题。

3.2.1 相机选择和策略中的可信性问题

动态博弈中博弈方的策略是他们自己预先设定的，在各个博弈阶段，针对各种情况的相应行为选择的计划。这些策略实际上并没有强制力，而且实施起来有一个过程，因此只要符合博弈方自己的利益，他们完全可以在博弈过程中改变计划。我们称这种问题为动态博弈中的“相机选择”（Contingent Play）问题。相机选择的存在使得博弈方的策略中，所设定的各个阶段、各种情况下会采取行为的“可信性”（Credibility）有了疑问。也就是说，各个博弈方是否会真正、始终按照自己的策略所设定的方案行为，还是可能临时改变自己的行动方案呢？

为了使读者对相机选择和可信性问题有更准确的理解，我们以一个“开金矿博弈”问题及其几个不同的版本为例进行一些分析。开金矿博弈的基本问题是这样的：甲在开采一价值4万元的金矿时缺1万元资金，而乙正好有1万元资金可以投资。设甲想说服乙将这1万元资金借给自己用于开矿，并许诺在采到金子后与乙对半分成，乙是否该将钱借给甲呢？假设金矿的价值是经过权威部门探测确认的，没必要怀疑，则乙最需要关心的就是甲采到金子后是否会履行诺言跟自己平

分，因为万一甲采到金子后不但不跟乙平分，而且还赖账或卷款潜逃，乙会连自己的本钱都收不回来。我们用图3.2中的扩展形表示这个博弈问题。

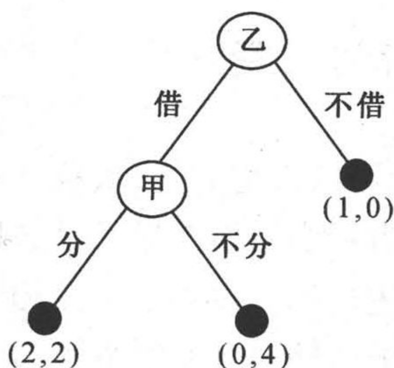


图3.2　开金矿博弈

图3.2中最上方的圆圈表示乙的选择信息集或称选择节点（node），乙在此处有“借”和“不借”两种可能的行为选择。如果乙选择“不借”则博弈结束，他能保住1万元本钱而甲得不到开矿的利润，如乙选择“借”则到达甲的选择信息集，轮到甲进行选择。因为开采过程不需要考虑，因此在甲的选择节点，甲的两种可选择的行为是“分”与“不分”。无论甲选择“分”还是“不分”博弈都告结束。“分”则皆大欢喜，甲得2万元开矿利润，而乙的1万元本钱也增值成了2万元。若甲选择“不分”能得到4万元，乙则血本无归。图3.2中三个终端黑点处的数组，表示由各博弈方各阶段行为依次构成的，到达这些终端的“路径”所实现的各博弈方得益，其中第一个数字是先行为的乙的得益，第二个数字是后行为的甲的得益。

现在我们很清楚乙的处境，选择“不借”虽然能保住本钱但也不会有更多的收益；选择“借”时，若甲信守诺言则不但能保住本钱，还能获得100%的利润，但如果甲食言则会血本无归。因此，他决策的关键是要判断甲的许诺是否可信。注意在第一章就已经说明过，我们一般假设博弈方都是以自身利益（得益）最大化为目标的，即他们不考虑道德因素，除非能把道德因素折算成数量化的效用综合进得益中。在这样的原则下，甲轮到行为时的选择必然是“不分”，即独吞采到的金子，实现自己的最大利益4万。乙当然清楚甲的行为准则，因此他不可能被甲的不会信守的许诺所蛊惑，知道一旦借钱给甲，甲采到金子后决不会跟自己平分，因此最合理的选择是“不借”而不是“借”，保住

自己的本钱为上。对乙来说，本博弈中甲有一个不可信的许诺。

有不可信的许诺，使得甲、乙的合作最终成为不可能，这当然不是在开金矿这个问题上的最佳结局，因为开金矿的3万元社会净利益（金的价值减去开采成本，或者是甲的2万元开矿利润和乙的1万元资本增值）没有能够实现。那么，有没有办法使甲的许诺变成可信的，从而使乙愿意选择“借”，然后甲遵守诺言选择“分”，最终增加双方的利益呢？事实上这是完全可能的，关键在于必须增加一些对甲行为的制约。

在图3.2的开金矿博弈中，当甲选择“不分”而独吞4万元金子时，乙完全无可奈何，没有保护自己权益的任何手段，这正是造成乙面对甲的不可信的诺言，只能采用消极方法避免被骗的关键原因。如果我们让乙在甲违约时可以用法律武器，即“打官司”保护自己的利益，则情况就会有所不同。因为正义在乙这边，而法律是支持正义的，因此乙与甲打官司应该能够获胜，这样乙的合法权益就有保障，不用害怕会被甲非法侵占。这时候双方的选择，以及相关的对对方选择的判断，就都会发生变化，博弈的结果就会不同。

考虑到打官司通常要消耗大量人力物力，并且常常不能充分保障胜诉当事人的全部权益，因此我们假设打官司的结果是乙能收回本钱1万元，而甲则会失去全部采金收入。这样博弈就成为图3.3中扩展形所表示的两博弈方之间的三阶段动态博弈。与图3.2的博弈相比，现在多了一个乙选择是否打官司的第三阶段。

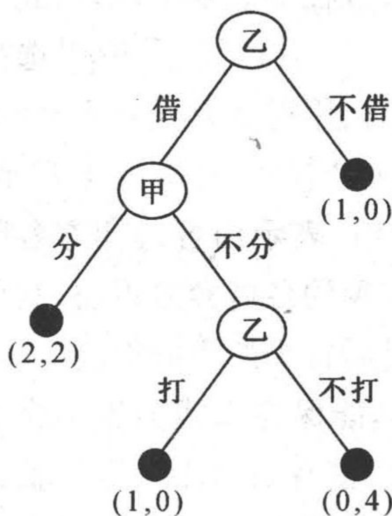


图3.3　有法律保障的开金矿博弈

加不加这个第三阶段，博弈的结果大不相同。现在，当博弈进行到第三阶段，即甲选择“不分”时，乙可以选择“打”官司来讨回公道。如果乙选“不打”官司，则甲独吞4万元，乙什么好处也没有，仍然是血本无归，但当他选择“打”官司时，则能收回自己的1万元本钱，
乙“打”官司的得益比“不打”官司的得益大，因此即使不考虑惩罚见利忘义的甲的心理快慰，乙的惟一选择也是“打”官司。对甲来说，他完全清楚乙的上述思路，知道乙“打”官司的威胁是可信的，知道如果自己在第二阶段选择“不分”，等着他的必然是一场官司和失去所有的收入，因此甲符合个体理性的选择是“分”而不是“不分”，双方共享利益，各得2万元。也就是说，这时甲的“分”的许诺成了可信的诺言。也就是说，在乙的利益受到法律保障（虽然还不十分充分）的情况下，甲的“分”钱许诺变成可信的会信守的许诺。这样，乙第一阶段选择“借”就成了合理的选择。最终结果是乙在第一阶段选择“借”，甲在第二阶段选择“分”，从而结束博弈，双方各得到得益2，皆大欢喜。此时乙的完整策略是“第一阶段选择‘借’，若第二阶段甲选择‘不分’，第三阶段选择‘打’，即打官司”，甲的完整策略就是“第二阶段选择‘分’”。这就是这个三阶段动态博弈的解。

上述分析告诉我们，在一个由都有私心，都更重视自身利益的成员组成的社会中，完善公正的法律制度不但能保障社会的公平，而且还能提高社会经济活动的效率，是实现最有效率的社会分工合作的重要保障。当然，要充分保障社会公平和经济活动的效率，法律制度必须要满足两方面的要求，一是对人们正当权益的保护力度足够大，二是对侵害他人利益者有足够的震慑作用，如果达不到这种水平，法律制度的作用就是很有限的甚至完全无效。我们只要把上述博弈第三阶段乙选择打官司以后的双方得益改成图3.4中的情况就可以论证上述观点。

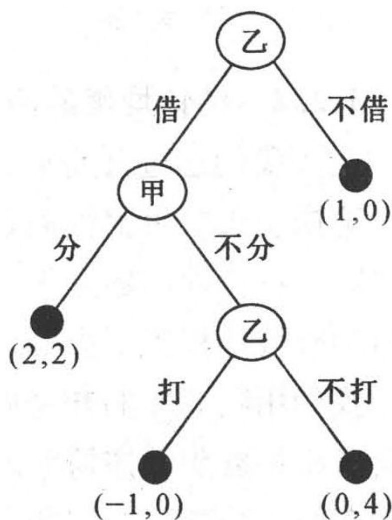


图3.4　法律保障不足的开金矿博弈

图3.4中得益的意义是，在第三阶段乙选择“打”官司并不能收回自己的本钱，而且要进一步承受1万元的损失。这种得益情况的现实意义是，法律诉讼非常劳民伤财，因此有时可能打赢官司只是让被告破财受一点惩罚，在经济上并不一定合算。由于当前我国法制建设还不够完善严密，司法机构执法能力也有问题，并且也存在司法腐败和“执行难”的问题，因此有理不一定打赢官司，赢了官司却反而输了钱的事情，在我国不仅存在，而且还有一定普遍性。

如果开金矿博弈中各博弈方的得益，特别是第三阶段乙选择“打”官司以后的得益，确实如图3.4所示，那么这时候乙在第三个阶段“打”官司的威胁就不再是可信的了，是一种“不可信的”（Incredible）“空头威胁”（Empty Threats）。因为这时候乙“打”官司不仅不能改善自己的经济状况，而且还会使自己的经济情况更加恶化，理性的乙是不可能选择“打”官司的。甲清楚乙的这种思路，虽然他在第二阶段选择时会考虑如果第三阶段乙“打”官司会对自己不利，因此对乙第三阶段“打”官司的威胁或潜在威胁会有顾忌，但最终他仍然会选择“不分”。因为他知道乙第三阶段“打”官司的威胁并不是可信的，这样他在第二阶段“分”钱的许诺自然也就不可信了。进一步回到第一阶段乙的选择，乙现在很清楚，只有选择“不借”才是保险的，因为一旦借给对方，那么基本上可以肯定甲不会遵守诺言，而且自己到时候还只能哑巴吃黄连，不可能真正实施损人不利己的法律行动。

通过上面对几个不同版本开金矿博弈的分析，我们清楚了在动态博弈

问题中，各个博弈方的选择和博弈的结果，与各个博弈方在各个博弈阶段选择各种行为的可信程度有很大关系。有时候虽然有些博弈方很想或会声称要采取特定的行动，以影响和制约对方的行为，但如果这些行动缺乏以经济利益为基础的可信性，那么这些想法或声明最终就不会有真正的效力，就只能落空。因此，可信性问题是动态博弈分析的一个中心问题，需要对它十分重视。

3.2.2　纳什均衡的问题

上面我们通过开金矿博弈的几个不同版本，说明了动态博弈问题的相机选择引出的可信性问题，以及可信性在动态博弈分析中的关键意义。但实际上可信性问题最重要的意义，还在于它对纳什均衡在动态分析博弈中的有效性提出了质疑。

我们用图3.4的开金矿博弈来阐明这种质疑的内涵。把静态博弈的策略概念扩展到动态博弈的策略以后，理论上完全可以用静态博弈的纳什均衡概念分析这个博弈。根据纳什均衡的定义不难判断，由乙的策略“第一阶段‘借’，当甲第二阶段选择‘不分’时，第三阶段选择‘打’”，甲的策略“第二阶段无条件‘分’”，构成的策略组合是一个纳什均衡。因为给定对方的策略，双方的策略都是符合自己最大利益的最佳策略，单独偏离对自己都是不利的。例如给定乙的第一、第三阶段的选择，甲在第二阶段选择“分”是最好的，“不分”导致法律纠纷得不偿失。而给定甲在第二阶段会选择“分”，乙第一阶段应该选择“借”，第三阶段选择的“打”，也是符合自己利益的。这里需要注意的是，在双方的策略下，乙第三阶段的“打”并不需要真正实施，但因为它是保证第二阶段甲会选择“分”的关键，因此乙的策略中必须包含这个选择，即使单独改变这个选择不会影响利益（给定甲没有想到也改变策略），乙也不能随便改变该选择。既然双方的上述策略构成一个纳什均衡，那么按照我们在第二章中对纳什均衡的讨论，可知这个策略组合应该是具有稳定性的，可以成为预测博弈结果的基础。由于该纳什均衡实现的结果是一种合作的较好的结果，因此我们似乎应该判断两个博弈方会这样选择，没有理由不采用这种策略组合。

但事实上，前面对这个博弈的直接分析已经得出结论，那就是在这个博弈中乙在第一阶段不会选择“借”，甲在第二阶段也不会选择“分”，乙在第三阶段也不会选择“打”，与上述纳什均衡指示的结果完全相反。为什么会出现这种明显的矛盾呢？

其实，如果我们对这个博弈作进一步的深入分析，不难发现上述矛盾

的根源所在，这就是上述纳什均衡具有一种内在不稳定性，并不是真正稳定的。而上述纳什均衡不稳定的原因，主要在于如果甲在第二阶段选择了“不分”而不是“分”，乙策略中设定的第三阶段“打”是不可信的，不可能真正实施，理由是该行为对乙自身也是不利的，追求自身利益最大化的乙的理性不允许他（或她）这么做。甲只要稍作分析就可以掌握乙的这个弱点，因此不可能理睬乙策略中的“打”官司威胁，在第二阶段不会选择“分”。反过来乙也不会愚蠢到想靠一个明显不可信的威胁撑腰，冒险将资金借给甲，因此他（或她）在第一阶段也不可能“借”。

纳什均衡在动态博弈可能缺乏稳定性的根源，正是在于它不能排除博弈方策略中所包含的不可信的行为设定，不能解决动态博弈的相机选择引起的可信性问题。纳什均衡概念的这种缺陷，使得它在分析动态博弈时往往不能作出可靠的判断和预测，作用和价值受到很大限制，也使得我们必须考虑引进更有效的分析动态博弈的概念和方法。实际上，上面的分析已经提醒我们，动态博弈的有效分析概念，除了要符合纳什均衡的基本要求以外，还必须满足另一个关键的要求，那就是它（或者它们）必须能够排除博弈方策略中不可信的行为设定，也就是各种不可信的威胁和承诺。只有满足这样要求的均衡概念在动态博弈分析中才有真正的稳定性，才能对动态博弈作出有效的分析和预测。这个基本判断为我们今后对动态博弈的进一步分析指明了方向。

3.2.3 逆推归纳法

首先值得注意的是，我们在3.2.1中对几种版本开金矿博弈的分析结论都是正确的，对博弈方的选择和博弈结果都作出了正确的判断，都排除了博弈方不可信的行为选择。3.2.1中的分析之所以能做到这一点，根本原因是（虽然我们没有明讲，但事实上都是）采用了一种分析动态博弈的有效方法，即从动态博弈的最后一个阶段博弈方的行为开始分析，逐步倒推回前一个阶段相应博弈方的行为选择，一直到第一个阶段的分析方法。这种分析方法称为“逆推归纳法”（Backwards Induction）。

逆推归纳法的逻辑基础是这样的：动态博弈中先行为的理性的博弈方，在前面阶段选择行为时必然会先考虑后行为博弈方在后面阶段中将会怎样选择行为，只有在博弈的最后一个阶段选择的，不再有后续阶段牵制的博弈方，才能直接作出明确选择。而当后面阶段博弈方的选择确定以后，前一阶段博弈方的行为也就容易确定了。

逆推归纳法的一般方法是这样的：从动态博弈的最后一个阶段开始分析，每一次确定出所分析阶段博弈方的选择和路径，然后再确定前一个阶段的博弈方选择和路径。逆推归纳到某个阶段，那么这个阶段及以后的博弈结果就可以肯定下来，该阶段的选择节点等于一个结束终端。我们甚至可以用不包括该阶段与其后所有阶段博弈的等价博弈来代替原来的博弈。

例如，对于图3.4中法律保障不足的开金矿博弈来说，逆推归纳法的第一步是先分析第三阶段乙是否打官司的选择，由于“打”官司比“不打”官司损失更大，他必然会选择“不打”官司。因此一旦博弈进行到这个阶段，结果必然是乙选择“不打”官司，双方得益为（0，4）。所以在分析前两个阶段的博弈时，上述三阶段博弈与图3.5中的两阶段博弈是完全等价的。

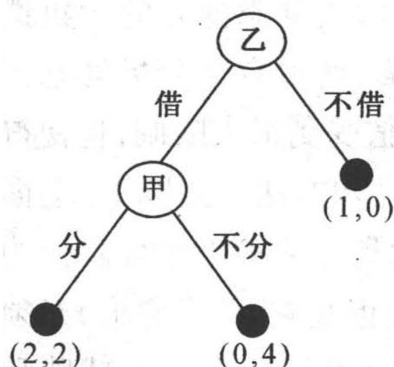


图3.5　法律保障不足开金矿博弈的等价博弈（一）

更进一步，如果我们对上述两阶段博弈继续运用逆推归纳法，则可知甲在第二阶段的选择必然是“不分”，因此该博弈可进一步化为图3.6中的等价博弈。最后得到的这个等价博弈已经只是一个单人博弈了，分析这个单人博弈非常简单，乙“不借”的选择是很显然的。

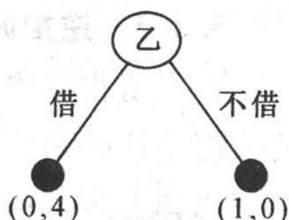


图3.6　法律保障不足开金矿博弈的等价博弈（二）

根据上述分析我们知道，逆推归纳法事实上就是把多阶段动态博弈化为一系列的单人博弈，通过对一系列单人博弈的分析，确定各博弈方在各自选择阶段的选择，最终对动态博弈结果，包括博弈的路径和各博弈方的得益等作出判断，归纳各个博弈方各阶段的选择则可得到各个博弈方在整个动态博弈中的策略。

特别重要的是，由于逆推归纳法确定的各个博弈方在各阶段的选择，都是建立在后续阶段各个博弈方理性选择基础上的，因此自然排除了包含不可信的威胁或承诺的可能性，因此它得出的结论是比较可靠的，确定的各个博弈方的策略组合是有稳定性的。这正是为什么在对图3.4开金矿博弈的分析中，用这种分析方法得出的结论比纳什均衡分析的结论更加正确的原因。事实上，逆推归纳法是在动态博弈分析中使用得最普遍的方法，在分析完全且完美信息动态博弈中非常有用。

3.3　子博弈和子博弈完美纳什均衡

由于在动态博弈中纳什均衡不能排除不可信的行为选择，不是真正具有稳定性的均衡概念，因此需要发展能排除不可信行为选择的新的均衡概念，以满足动态博弈分析的需要。塞尔顿（1965）提出的“子博弈完美纳什均衡”（Subgame Perfect Nash Equilibrium）正是满足上述需要的博弈均衡概念。本节的主要任务就是介绍这个均衡概念和以这个均衡概念为核心的动态博弈分析。

3.3.1　子博弈

介绍子博弈完美纳什均衡之前必须先引进“子博弈”（Subgame）概念。“子博弈”即动态博弈中满足一定要求的局部所构成的次级博弈。我们用图3.4中的三阶段开金矿博弈为例来说明什么是子博弈。

在图3.4的三阶段开金矿博弈中，如果乙在第一个阶段选择了“借”，意味着这个动态博弈进行到了甲作选择的第二阶段。此时甲面临的是一个在乙已经借钱给他的前提下，自己选择是否分成，然后再由乙选择是否打官司的两阶段动态博弈问题，很显然这本身也构成一个完整的动态博弈。我们称这个包含在原三阶段开金矿博弈中的两阶段动态博

弈为原博弈的一个“子博弈”，它就是图3.7中虚线框中的部分。

因为子博弈是动态博弈分析中一个非常关键的概念，我们应该对它有准确的理解。这里再给出一个较正式的定义。

定义：由一个动态博弈第一阶段以外的某阶段开始的后续博弈阶段构成的，有初始信息集和进行博弈所需要的全部信息，能够自成一个博弈的原博弈的一部分，称为原动态博弈的一个“子博弈”。

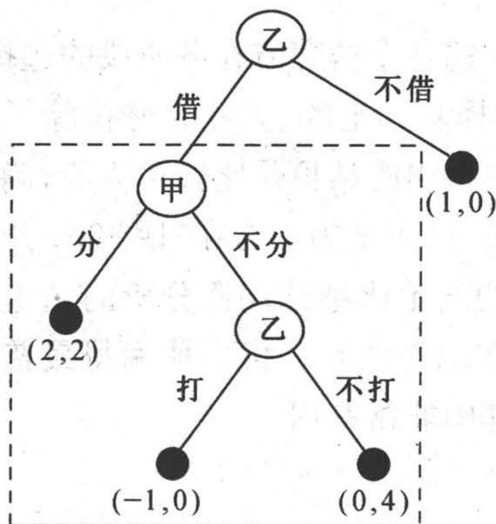


图3.7　有不可信的威胁和诺言开金矿博弈的子博弈

很显然，图3.7中虚线框中的部分完全满足这个定义，因此是这个开金矿博弈的一个子博弈。

由于上述子博弈仍然是动态博弈，因此我们还可以进一步讨论这个子博弈的子博弈问题。按照子博弈的定义，上面开金矿博弈的子博弈中，当甲选择不分，轮到乙选择“打”还是“不打”的第三阶段，就是这个子博弈的子博弈，我们称后面这个子博弈为原博弈的“二级子博弈”。图3.8中外、内两层虚线框分别表示图3.4开金矿博弈的两级子博弈。本例的这个二级子博弈是一个单人博弈，已经不可能再有子博弈。但当动态博弈的阶段数更多时，还可能存在更多层次的子博弈。

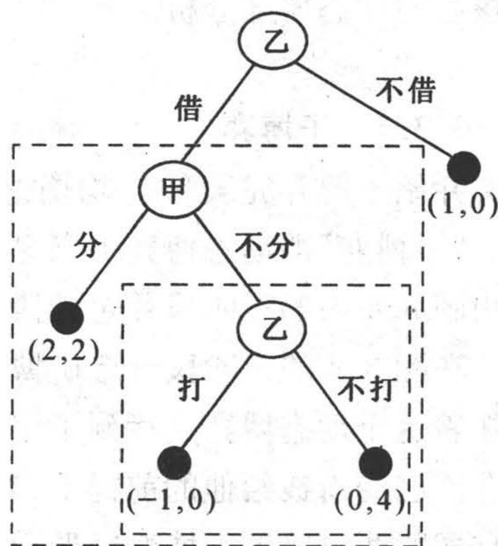


图3.8　有不可信威胁和诺言的开金矿博弈的两级子博弈

子博弈在动态博弈中是很普遍的，完美信息多阶段动态博弈基本上都有一级或多级子博弈。例如图3.2的开金矿博弈中，乙选择借以后，甲进行选择的第二个阶段构成这个博弈的一个子博弈。图3.1的仿冒和反仿冒博弈中，A第一阶段选择仿冒以后，接着B选择是否制止，以及双方的后续反应，也构成一个子博弈。由于这个子博弈本身是一个三阶段动态博弈，因此它还有子博弈，分别是B选择不制止后A选择是否继续仿冒及B是否终于制止的第二级子博弈，以及第三阶段A选择继续仿冒以后B选择是否制止的第三级子博弈。子博弈不仅在可以用扩展形表示的动态博弈中存在，事实上在无法用扩展形表示的无限多种策略动态博弈中也存在。例如在无限多种策略的讨价还价博弈中，一个博弈方提出的报价可以有无限多种，因此这种博弈不能用扩展形表示。但在这种动态博弈中，当一博弈方在第一阶段提出一个报价以后，第二阶段开始另一博弈方选择是否接受报价，或者提出什么反报价等，就构成原博弈的一个子博弈。

不过，我们也必须注意，并不是动态博弈的任何部分都能构成子博弈，也不是所有多阶段动态博弈都有子博弈。首先子博弈不能包括原博弈的第一个阶段，这也意味着动态博弈本身不会是它自己的子博弈。其次子博弈必须有一个明确的初始信息集，以及必须包含初始阶段之后的所有博弈阶段，这意味着子博弈不能分割任何信息集，也意味着在有多节点信息集的不完美信息博弈中可能不存在子博弈等。对

于这些情况，我们将在讨论不完美信息动态博弈的章节中进一步说明。

3.3.2　子博弈完美纳什均衡

有了子博弈概念，就可以引进分析动态博弈的“子博弈完美纳什均衡”概念。这里我们用一种比较直观简单的方法，先给出“子博弈完美纳什均衡”的定义。

定义：如果在一个完美信息的动态博弈中，各博弈方的策略构成的一个策略组合满足，在整个动态博弈及它的所有子博弈中都构成纳什均衡，那么这个策略组合称为该动态博弈的一个“子博弈完美纳什均衡”。

子博弈完美纳什均衡与纳什均衡的根本不同之处，也是这个概念的价值所在，就在于子博弈完美纳什均衡能够排除均衡策略中不可信的威胁或承诺，因此是真正稳定的，而非子博弈完美的纳什均衡则不能做到这一点。

纳什均衡不能排除不可信行为选择的问题早就论证过了，事实上正是我们引进子博弈完美纳什均衡概念的动因。子博弈完美纳什均衡能够排除策略组合中不可信行为选择的原因，是虽然包含不可信行为选择的策略组合可以构成整个博弈的纳什均衡，但其中的不可信行为选择，至少在博弈的某些子博弈中不符合博弈方的自身利益，因而不构成纳什均衡，因此要求在所有子博弈中都是纳什均衡的子博弈完美纳什均衡，就排除了其中存在不可信行为选择的可能性，从而在动态博弈分析中具有真正的稳定性。

以图3.4的开金矿博弈为例。双方的策略组合“乙第一阶段选择‘借’，第三阶段选择‘打’；甲第二阶段选择‘分’”虽然是整个博弈的一个纳什均衡，但这个策略组合中乙的策略要求乙在第三阶段单人博弈构成的子博弈中选择的“打”，不是该子博弈的一个纳什均衡，因此根据子博弈完美纳什均衡的定义判断，这个策略组合确实不是一个子博弈完美纳什均衡。这也正是上述纳什均衡策略组合不稳定的根源。

相反，策略组合“乙在第一阶段选择‘不借’，如果有第三阶段选择则选‘不打’；甲如果有第二阶段选择选‘不分’”，则是图3.4开金矿博弈中的子博弈完美纳什均衡。因为该策略组合的双方策略不仅在整个博弈中构成纳什均衡，而且在两级子博弈中也都构成纳什均衡，从而不存

在任何不可信的威胁或承诺，根据子博弈完美纳什均衡的定义，该策略组合构成这个动态博弈的一个子博弈完美纳什均衡。事实上这也是该动态博弈惟一的子博弈完美纳什均衡，因此也是这个博弈的真正稳定的结果。双方按照这样的策略行为的结果，实现的博弈路径是乙第一个阶段选择“不借”，从而结束博弈，双方得益分别为1和0，也就是合作不可能实现。

值得注意的是，在图3.4开金矿博弈中，当两个博弈方按照上述子博弈完美纳什均衡策略组合行为时，实际上不会进行到博弈的第二、第三阶段，两个博弈方在第二、三阶段的行为实际上不会发生。我们称此时第二阶段甲的选择节点和第三阶段乙的选择节点为“不在均衡路径上”的，两博弈方的策略中在这两个节点的选择称为“不在均衡路径上的选择”。我们必须强调，规定博弈方策略中“不在均衡路径上的选择”是很重要的。一个子博弈完美纳什均衡必须对博弈方在所有选择节点处的选择都作出规定，包括最终不在均衡路径上的节点，而且不管是在均衡路径上的选择还是不在均衡路径上的选择，都必须在相应子博弈中构成纳什均衡，不能包含任何不可信的威胁或承诺，否则就不能保证一个策略组合是子博弈完美纳什均衡。

子博弈完美纳什均衡本身也是纳什均衡，是比纳什均衡更强的均衡概念。子博弈完美纳什均衡在动态博弈分析中的地位与纳什均衡在静态博弈分析中一样，是最核心的分析概念和基本着眼点。要对动态博弈作出有效的分析，首先必须找出它们的子博弈完美纳什均衡，必须判断一个策略组合是不是子博弈完美纳什均衡。

求完美信息动态博弈子博弈完美纳什均衡最基本的方法，正是第二节中介绍的逆推归纳法。引进了子博弈和子博弈完美纳什均衡概念以后，逆推归纳法事实上可以理解为，从动态博弈的最后一级子博弈开始，逐步找博弈方在各级子博弈中的最优选择，最终找出动态博弈的子博弈完美纳什均衡。因为我们前面已经说过，逆推归纳法确定的各博弈方的策略是不包含不可信行为选择的，因此逆推归纳法与子博弈完美纳什均衡之间在本质上是完全一致性的，找出的策略组合一定是子博弈完美纳什均衡。作为练习，读者不妨自己运用逆推归纳法求一些简单的动态博弈问题，如导论中介绍的“先来后到”博弈等的子博弈完美纳什均衡。

3.4　几个经典动态博弈模型

子博弈完美纳什均衡和逆推归纳法是分析完全且完美信息动态博弈的

有效均衡概念和分析方法。本节将运用这两种分析工具，讨论几个从现实经济问题中抽象出来的经典动态博弈模型。

3.4.1　寡占的斯塔克博格模型

我们首先分析一种动态的寡头市场产量博弈模型，称为斯塔克博格（Stackelberg）模型。该模型假设寡头市场上有两个厂商，与古诺模型一样，这两个厂商的决策内容也是产量。但在这两个厂商中，一方较强一方较弱，因此它们的产量决策是由较强的一方先进行选择，较弱的一方则根据较强一方的产量选择自己的产量。由于这两个厂商的选择不仅有先后之分，且后选择的厂商在选择时知道前一个厂商的选择，因此这是一个动态博弈问题。我们再假设博弈结构的其他方面，如策略空间、得益函数和信息结构等，与两寡头连续产量的古诺模型也都一样，因此这个斯塔克博格模型是一个完全且完美信息的动态博弈。与古诺模型的惟一区别只是两博弈方的选择现在是先后的而不是同时的。

上述斯塔克博格模型与许多现实的市场情况是吻合的。当然，也许在现实中更可能是有一个领头厂商和不止一个追随厂商。这里先考虑一个追随厂商的情况，分析方法和结论也不难推广到多个追随厂商的模型。

由于斯塔克博格模型中两博弈方的决策内容是产量，而可以选择的产量水平有无限多个，因此这是一个两博弈方都有无限多种可选策略的无限策略动态博弈，无法用扩展形表示，只能用描述得益函数的方法表示。设模型中的两个寡头为厂商1和厂商2；他们的策略空间（q_1、q_2的集合）都是$[0, Q_{max})$中的所有实数，其中Q_{max}可看作不至于使价格降到亏本的最大限度产量，或者是该最大限度产量和厂商生产能力中较低的一个水平；厂商1是领头厂商，因此他先选择，厂商2追随其后；设价格函数为$P=P(Q)=8-Q$（其中$Q=q_1+q_2$），两厂商的边际生产成本为$c_1=c_2=2$，且没有固定成本。

根据上述假设，不难知道两厂商的得益函数分别为：

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(q_1, q_2) = q_1 P(Q) - c_1 q_1 \\ &= q_1[8-(q_1+q_2)] - 2q_1 \\ &= 6q_1 - q_1 q_2 - q_1^2 \end{aligned}$$

和

$$
\begin{aligned}
u_2 &= u_2(q_1, q_2) = q_2 P(Q) - c_2 q_2 \\
&= q_2[8-(q_1+q_2)] - 2q_2 \\
&= 6q_2 - q_1 q_2 - q_2^2
\end{aligned}
$$

它们和相应古诺模型的得益函数完全相同。

我们考虑用逆推归纳法分析这个博弈，找它的子博弈完美纳什均衡。根据逆推归纳法的思路，先分析第二个阶段厂商2的决策。在第二阶段厂商2决策时，厂商1选择的q_1实际上已经决定了，并且厂商2知道q_1，因此对厂商2来说，相当于是在给定q_1的情况下求使u_2实现最大值的q_2。这样的q_2必须满足：

$6-2q_2-q_1=0$

即

$$
q_2 = \frac{1}{2}(6-q_1) = 3 - \frac{q_1}{2} \qquad (3.1)
$$

按照第二章的概念，这实际上就是厂商2对厂商1产量的一个反应函数。

厂商1知道厂商2的这种决策思路，因此在选择q_1时就知道厂商2的产量q_2会根据公式（3.1）确定，所以可以直接将（3.1）式代入自己的得益函数，这样厂商1的得益函数实际上转化成了他自己产量的一元函数：

$$
\begin{aligned}
u_1(q_1, q_2^*) &= 6q_1 - q_1 q_2^* - q_1^2 = 6q_1 - q_1\left(3-\frac{q_1}{2}\right) - q_1^2 \\
&= 3q_1 - \frac{1}{2}q_1^2 = u_1(q_1) \qquad (3.2)
\end{aligned}
$$

换句话说，当把厂商2的反应方式考虑进来以后，厂商1的得益就完全可以由他自己控制了。因此他可以直接根据（3.2）式求出使自己的得益最大的。令时（3.2）式对q_1的导数等于0，可得

$$3-q_1^*=0$$
$$q_1^*=3$$

即厂商1的最佳产量是生产3单位。此时厂商2的最佳产量是单位。此时市场价格为3.5，双方的得益（利润）分别为4.5和2.25单位。

厂商1在第一阶段选择3单位产量，厂商2在第二阶段选择1.5单位产量，就是运用逆推归纳法分析得出的策略组合，也就是这个动态博弈的惟一的子博弈完美纳什均衡。

将上述结果与两寡头同时选择产量的古诺模型的结果进行比较，不难发现先后选择的动态博弈与同时选择的静态博弈确实是有差别的。上述斯塔克博格模型除了博弈方的选择次序以外，其他方面都与古诺模型完全相同，但斯塔克博格模型的产量大于古诺模型，价格低于古诺模型（这两点对消费者都更有利！），总利润（两厂商的得益之和）小于古诺模型，不过其中厂商1的得益却大于古诺模型中两个厂商的得益（$u_1=u_2=4$），更大于本模型中厂商2的得益。最后这一点反映了该模型中两厂商所处地位的不对称性的作用，因为厂商1具有先行的主动，且他又把握了理性的厂商2必然会根据自己的选择进行理性选择这一点，从而能通过选择较大的产量得到较多的利益。

本博弈也揭示了这样一个事实：在信息不对称的博弈中，信息较多的博弈方（如本博弈中的厂商2，在决策之前可先知道厂商1的选择，因此拥有较多的信息）不一定能得到较多的利益。这一点正是两人以上的博弈与单人博弈的不同之处。在现实生活中这样的现象其实很普遍。如在某些机会面前，一拥而上大家会撞车都要吃亏，这时往往是不知利害，盲目的人冲了上去，得到了利益，而懂得利害关系的理智的人则会犹豫顾虑，从而失去机会。这虽然比所有的人都盲动造成严重后果要好得多，但造物的奖惩却完全搞错了方向。这种情况往往也是一种很难摆脱的“悖论”或者说是“宿命”。

3.4.2　劳资博弈

接下来分析一个里昂惕夫（Leontief）1946年提出的，分别代表劳资双方的工会和厂商之间的博弈模型。该博弈模型假设工资完全由工会决定，而厂商则根据工会要求的工资高低决定雇佣工人的数量。

容易理解，工会不会只追求较高的工资这一个目标，必然还会同时希

望有较多的工人得到雇佣，高工资加高失业率并不符合工人总体的利益，当然低工资水平实现的高就业也不符合工会的利益。因此，工会代表的劳方效用应该是工资率和雇佣数两者的函数，即u＝u（W，L），其中W和L分别表示工资率和厂商雇佣的工人数。

可以假设厂商只关心一个根本目标，那就是利润，也就是厂商的效用可以直接用利润来表示。利润是收益和成本之差，如果假设收益是劳动雇佣数量的函数R（L），再假设厂商只有劳动成本，因此总成本等于工资率乘雇佣劳动数量W×L，这样厂商的利润函数为π＝π（W，L）＝R（L）－W×L，也是工资率和劳动雇佣数两者的函数。

假设工会和厂商之间的博弈过程是这样的：先由工会决定工资率，然后厂商根据工会提出的工资率决定雇佣多少劳动。为了简便起见，假设工资率和雇佣数都是连续可分的，因此双方都有无限多种选择。工会和厂商的得益分别是效用u（W，L）和利润π（W，L）。

我们用逆推归纳法分析这个博弈。第一步先分析第二阶段厂商的选择，也就是厂商对工会选择的工资率W的反应函数L（W）。设工会提出的工资率为W，那么厂商实现自己最大得益（利润）的雇佣数L，就是最大值问题

$$\max_{L\geqslant 0}\pi(W,L)=\max_{L\geqslant 0}[R(L)-WL]$$

的解。对于通常满足连续性和边际收益递减的收益和利润函数，能使π对L的导数π′（W，L）＝R′（L）－W＝0的L，就是实现最大利润的雇佣数。因此对具体的问题，只要从R′（L）－W＝0中解出L，就是在给定工会选择工资率W时厂商的最优雇佣数量。

R′（L）－W＝0的经济意义是厂商增加雇佣的边际收益，也就是雇佣的最后一单位劳动所能增加的收益，等于雇佣一单位劳动的边际成本，在本模型中也是平均成本，即工资率。在收益函数R（L）的图形上反映出来，就是厂商取得最大利润的雇佣数L＊（W）对应的R（L）曲线上点处的切线斜率一定等于工资率，如图3.9所示。如果在图中作出厂商的成本线WL，则WL与上述切线必然是平行的，意味着在L＊（W）处R（L）与WL之间的距离R（L）－WL（正是厂商的利润）最大。

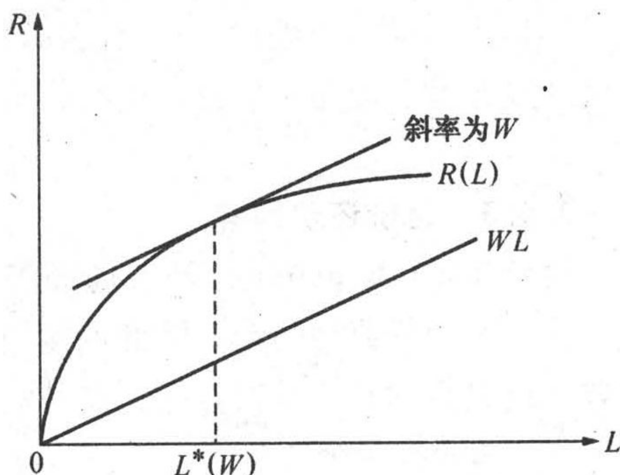


图3.9　厂商的反应函数

第二步回到第一阶段工会的选择。由于工会了解厂商的决策方法，因此它完全清楚对应自己选择的每种工资率W，厂商将会选择的雇佣数一定是由上述方式决定的L^*（W）。因此，工会需要解决的决策问题变成选择w^*，使它满足是最大值问题

$$\max_{W \geqslant 0} u[W, L^*(W)]$$

的解。如果我们给出了工会效用函数的具体形式，就可以通过解这个最大值问题，求出符合工会最大利益的工资率w^*。

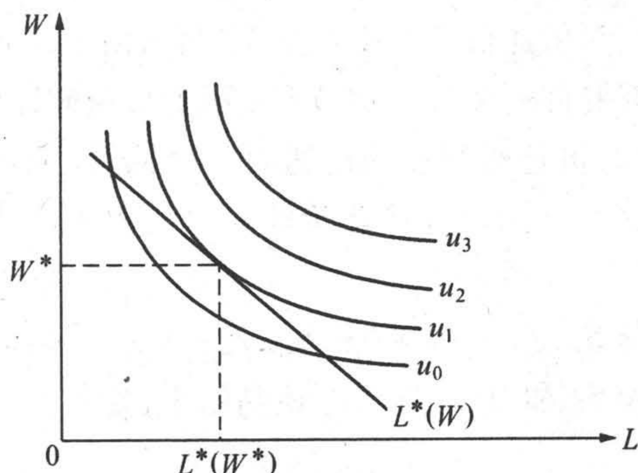


图3.10　工会的无差异曲线

如果我们已经有了对应工会效用函数u（W，L）的W和L之间的无差异曲线，如图3.10所示，其中位置越高的无差异曲线表示工会的效用越高。那么，我们可以通过将厂商的反应函数L＊（W）画在图3.10上，得出w＊的一个图解。因为事实上，与厂商的反应函数相切的那条无差异曲线对应的效用，就是工会能实现的最大效用，切点的纵坐标w＊正是工会实现这个最大效用必须选择的工资率，横坐标则是厂商对工会的w＊的最佳反应L＊（w＊）。因此这个博弈的均衡解就是[w＊，L＊（W）]。因为上述通过逆推归纳法找出的策略组合中，肯定不包含任何不会信守的威胁或诺言，因此这个均衡就是一个子博弈完美纳什均衡。

给出上述模型中效用函数、收益函数的具体形式，就可以求出数字化的具体均衡解。读者不妨自己进行一些练习。

3.4.3　讨价还价博弈

讨价还价（Bargaining）是市场经济中最常见、普通的事情。讨价还价在博弈论中是典型的动态博弈问题，也是博弈论最早研究的一种博弈问题。这里我们对这种博弈问题作一些分析。

一、三回合讨价还价

首先讨论一个三回合讨价还价博弈。假设有两人就如何分享1万元现金进行谈判，并且已经定下了这样的规则：首先由甲提出一个分割比例，对甲提出的比例乙可以接受也可以拒绝；如果乙拒绝甲的方案，则他自己应提出另一个方案，让甲选择接受与否……在上述循环过程中，只要任何一方接受对方的方案，博弈就告结束，而如果方案被拒绝，则被拒绝的方案与以后的讨价还价不再有关系。再设每一次一方提出一个方案和另一方选择是否接受为一个回合，讨价还价每多进行一个回合，由于谈判费用和利息损失等，双方的利益都要打一个折扣δ（$0<\delta<1$），我们称δ为“消耗系数”。如果进一步假设讨价还价最多只能进行三个回合，到第三回合乙必须接受甲的方案，则这个三回合讨价还价博弈可用下述方式作更清楚的描述：

第一回合，甲的方案是自己得S_1，乙得$10000-S_1$，乙可以选择接受或不接受，接受则双方得益分别为S_1和$10000-S_1$，谈判结束，如果乙不接受，则开始下一回合；

第二回合，乙的方案是甲得S_2，自己得$10000-S_2$，由甲选择是否接受，接受则双方得益分别为δS_2和$\delta(10000-S_2)$，谈判结束，如甲不接受则进行下一回合；

第三回合，甲提出自己得S，乙得10000 - S，这时乙必须接受，双方实际得益分别为$\delta^2 S$和$\delta^2(10000-S)$。

上述三回合中双方提出的S_1、S_2和S都可以是0到10000之间的任意金额，即使我们考虑到货币有最小单位，它们的可能取值也有许多种。因此，我们不妨认为这个三回合讨价还价博弈中，两博弈方可提出的S_1、S_2和S都有无限多种，是一个无限策略的动态博弈，它是无法用标准的扩展形表示的。不过，如果我们先不考虑两博弈方对S_1、S_2和S的具体选择，那么在形式上也可以用一个扩展形表示这个博弈，如图3.11所示。这种图形表示对理解本博弈的分析是有好处的。

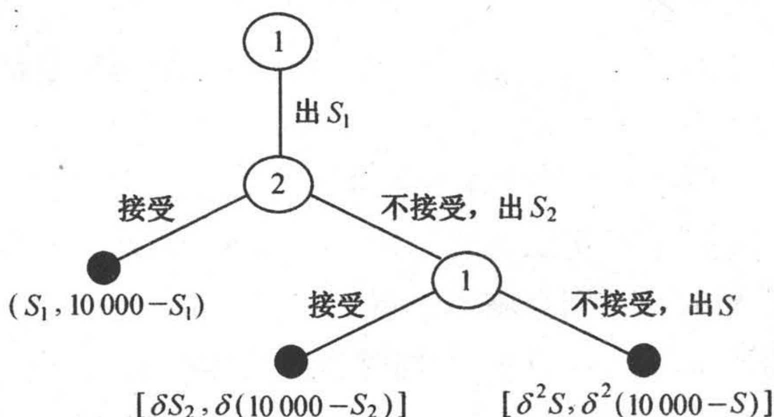


图3.11　三回合讨价还价博弈

首先对这个博弈的特点作一些讨论。本博弈的关键有两点，第一是第三回合甲的方案有强制力，即进行到该回合甲提出的分割比例S：10000 - S，乙必须接受，并且这一点两博弈方都是清楚的；第二是该博弈每多进行一个回合总得益就会下降一个比例，因此让谈判拖得越长对双方都可能越不利，如果必须让对方得的数额不如早点让其得到，这对自己是有利的。

还是用逆推归纳法分析这个博弈，先分析博弈的第三个回合。在第三回合，因为甲的出价S乙必须接受，因此通常甲会选择S = 10000，也就是自己独得这笔钱。不过，为了容纳更多的可能性，也为了这里得到的分析结论在讨论无限回合讨价还价博弈时比较容易利用，这里暂先不认定S = 10000，仍然保留S作为甲在该回合的出价。这样当博弈进行到第三回合时，我们知道双方的得益分别为$\delta^2 S$和δ^2（10000 - S）。

现在推回到第二回合乙的选择。乙知道一旦博弈进行到第三回合，甲将出S，自己将得δ^2（10000 - S）而甲得$\delta^2 S$。如果乙已经拒绝了第一回合甲的方案，此时他该怎样出价才能使自己的得益最大化呢？如果他出的S_2使甲选择接受的得益小于第三回合的得益，那么方案肯定会被拒绝，肯定要进行到第三回合，自己会得到δ^2（10000 - S）。如果自己出的S_2既能让甲接受（意味着甲的得益不小于第三回合得益），而又能使自己的得益比第三回合的得益大，尽可能大，那么这样的S_2就是最符合乙的利益的。假设任一博弈方只要得益不小于下一回合自己出价时的得益，就愿意接受对方的出价，那么乙在第二回合能让甲接受的，也是可能使自己得最大利益的S_2，应满足使

甲的得益$\delta S_2 = \delta^2 S$，即$S_2 = \delta S$。此时乙的得益为$\delta(10000 - \delta S) = 10000\delta - \delta^2 S$。因为$0 < \delta < 1$，因此该得益与进行到第三回合的得益$\delta^2(10000 - S)$相比要大一些，这是乙可能得到的最大得益。

最后再回到第一回合甲的考虑。甲一开始就知道第三回合自己的得益是$\delta^2 S$，也知道乙会在第二回合出价$S_2 = \delta S$，因此进行到第二回合自己的得益也是$\delta^2 S$，而乙则会满足于得到$10000\delta - \delta^2 S$。因此，如果甲在第一回合就给乙$10000\delta - \delta^2 S$，而同时自己又能得到比$\delta^2 S$更大的利益，那当然是更理想的。实现这一想法只要令S_1满足$10000 - S_1 = 10000\delta - \delta^2 S$，即$S_1 = 10000 - 10000\delta + \delta^2 S$即可。因为此时乙的得益与到第二回合的利益相同，还是$10000\delta - \delta^2 S$，而甲的得益$10000 - 10000\delta + \delta^2 S$则比进行到第二、第三回合的得益$\delta^2 S$更大（根据$\delta < 1$）。因此这个博弈在甲第三回合会出$S$，而且对方必须接受的情况下，甲第一回合出价$S_1 = 10000 - 10000\delta + \delta^2 S$，乙方接受，甲、乙双方得益$10000 - 10000\delta + \delta^2 S$和$10000\delta - \delta^2 S$，是这个博弈的子博弈完美纳什均衡解。

注意在本博弈中，得出上述结论的前提是甲在第三回合的出价S必须是双方都预先知道的。如果因为甲在第三回合的方案乙必须接受，因此甲提出$S = 10000$，那么博弈的解就是甲在第一回合出价$S_1 = 10000(1 - \delta + \delta^2)$，乙接受，双方的得益$[10000(1 - \delta + \delta^2), 10000(\delta - \delta^2)]$。在这种情况下，双方获得利益的比例取决于$\delta - \delta^2$的大小。$\delta - \delta^2$越大，甲的比例越小，乙的比例越大。当$\delta = 0.5$时，$\delta - \delta^2$有最大值0.25；当$0.5 < \delta < 1$时，$\delta$越大，$\delta - \delta^2$越小，甲的得益越大，乙的得益越小；当$0 < \delta < 0.5$时，$\delta$越大，$\delta - \delta^2$越大，甲的得益越小，乙的得益越大。这种结果反映了在此博弈中，乙仗以讨价还价的筹码就是可以跟甲拖时间。因为虽然最终甲可以争得全部利益，但拖延时间是会给甲造成损失的，拖延时间对甲造成的损失越大，甲愿意分给乙以求早日结束讨价还价的利益就越大。只有当甲完全不怕旷日持久的谈判（$\delta = 1$），或者乙的争夺是毁灭性的（$\delta = 0$）时，居于有利地位的甲方才不需要花钱买太平，可保证自己的全部利益。

上述博弈问题及其结果，在社会经济中有许多现实的例子。如经济活动中的利润分配、债务纠纷，或者财产继承争执等，都是这个博弈模型的原型。该模型的第一、第二回合相当于纠纷或争执的各方以不同形式的调解过程，而第三回合则相当于最后提交给司法或仲裁机构进行裁决。如果争议的标的本来就是甲的合法权益，那么法律或仲裁的结果应该是将标的判断给甲。这就是上述模型中第三回合甲的出价有强制力的现实根据。模型中的消耗系数则相当于经济纠纷中，相关各

方花费在谈判和诉讼等方面的时间金钱代价等。

二、无限回合讨价还价

现在我们在上述三回合讨价还价博弈分析的基础上，进一步讨论一个无限回合的讨价还价博弈。无限回合讨价还价博弈在第三回合并不会强制结束，只要双方互不接受对方的出价方案，则博弈就要不断进行下去，奇数回合由甲出价乙选择是否接受，偶数回合由乙出价甲选择接受与否。这可理解成缺乏作出有效的最终判决的，具有强制效力的司法、仲裁机构的情况。无限回合讨价还价博弈中同样有，或者说更必须有一个消耗系数δ。

由于无限回合讨价还价不像有限回合讨价还价那样，有一个可作为逆推归纳法起始点的最后回合，因此按常规思路，逆推归纳法肯定无法应用。夏克德（Shaked）和萨顿（Sutton）1984年提出了一种解决这个博弈问题的思路，要点是对一个无限回合博弈来讲，从第三回合开始（假如能到达第三回合的话），还是从第一回合开始，结果应该都是一样的。在无限回合讨价还价博弈中，不管是从第一回合开始还是从第三回合开始，都是先由甲出价，然后双方交替出价，直到一方接受为止。

有了上述结论以后就有办法了。我们可以先假设整个博弈有一个逆推归纳的解（怎么得来的并不重要，只要认为这个解存在即可），甲和乙的得益分别为S和10000－S。即甲在第一回合出价S，乙接受时双方的得益。根据夏克德和萨顿的结论，从第三回合开始这个无限回合博弈，与从第一回合开始应该得到一样的结果，因此上述逆推归纳的解也应该是从第三回合开始的博弈的结果。也就是说，第三回合也应该是甲出S，乙接受，双方得益S和10000－S，而且这个结果是最终结果。

如果再回过头把上述第三回合理解成从第一阶段开始的无限回合博弈的第三回合，那么由于甲在第三回合的出价是最终出价，因此这个无限回合博弈相当于一个前面讨论过的，甲在第三回合的出价有强制力的三回合讨价还价博弈。根据前面对三回合讨价还价博弈的逆推归纳法的结论可知，该博弈的解是甲在第一回合出价$S_1 = 10000 - 10000\delta + \delta_2 S$，乙方接受，双方得益（$10000 - 10000\delta + \delta_2 S$，$10000\delta - \delta_2 S$）。由于这个三回合博弈等于从第一回合开始的无限回合讨价还价博弈，因此$S = S_1 = 10000 - 10000\delta + \delta_2 S$。从这个方程中可解得$S = \frac{10\,000}{1+\delta}$，即在这个无

限回合讨价还价博弈中，均衡的结果是甲在第一回合出价 $S^* = \frac{10\,000}{1+\delta}$，乙接受并获得 $10\,000 - S^* = \frac{10\,000\delta}{1+\delta}$。

3.4.4 委托人—代理人理论

委托人（Principle）和代理人（Agents）之间的博弈关系是现代经济学研究的重要内容，通常称为“委托人—代理人理论”或者“委托—代理理论”。委托人—代理人关系的核心内容是两人动态博弈。这里作为动态博弈分析的应用，对委托人—代理人理论作一些介绍。

一、委托人—代理人关系

经济社会中活动有大量一方委托另一方完成特定工作的情况。如企业雇佣工人进行生产，店主雇佣店员销售商品，企业主聘请经理管理企业，业主请物业公司管理物业，人们聘请律师为他们辩护等。这些关系的关键特征是委托方的利益与被委托方的行为有密切关系，但委托方不能直接控制被委托方的行为，甚至对被委托方工作的监督也有困难，只能通过报酬等间接影响被委托方的行为。除了有书面合同、协议，或至少有口头委托的明显委托关系以外，还有大量经济社会关系虽然没有明显的委托关系，但也有一方利益与另一方的行为有关，但不能控制另一方行为且可能有监督困难，只能通过间接手段影响另一方行为的特征。如市民与市政府官员、基金购买者与基金管理者、人民与军队的关系等。所有这些关系在经济学中都称为“委托人—代理人关系”，是委托人—代理人理论研究的内容，其中（明显或隐蔽的）委托方称为“委托人”，（明显或隐蔽的）被委托方称为“代理人”。

根据松散程度、委托内容、监督难易等的不同，委托人—代理人关系有多种不同的情况，其中最关键的差异是监督的难易。例如流水线装配工的工作比较容易监督，但外派采购员、保险推销员的工作就很难监督。如果代理人的工作情况在成果中会完全反映出来，也就是说工作成果完全取决于工作情况，那么就不存在监督问题，因为根据成果完全可判定代理人的工作情况。但工作成果往往并不完全取决于代理人的工作情况，如律师努力工作并不能保证打赢官司，商店的销售额也不只是取决于店员的工作态度，在这种情况下监督问题就无法避免。

正是因为监督困难的存在，因此委托人如何促使代理人的行为符合委

托人的利益，就是委托人—代理人理论最重要的一个课题。由于委托人可以利用的手段主要是委托合同的设计，因此这种问题也称为“激励机制设计”或“机制设计”。进一步，由于委托合同的核心条款主要是工资、奖金或股权等薪酬制度内容，因此委托人—代理人关系常常就是工资制度选择的博弈。

二、无不确定性的委托人—代理人模型

为了便于理解，我们从最简单的模型开始讨论。我们假设代理人的工作成果没有不确定性，也就是代理人的产出是努力程度的确定性函数，因此委托人可以根据成果掌握代理人的工作情况，不存在监督问题。此外，假设委托关系基于一种标准合同，委托人的选择是提供或不提供这份合同，不选择支付给代理人的报酬或报酬函数。代理人的选择首先是是否接受合同，其次是是否努力工作，也就是只有努力或偷懒两种努力水平。这是一个两个博弈方之间的，每阶段都有两种选择的三阶段动态博弈模型，如图3.12中扩展形所示。

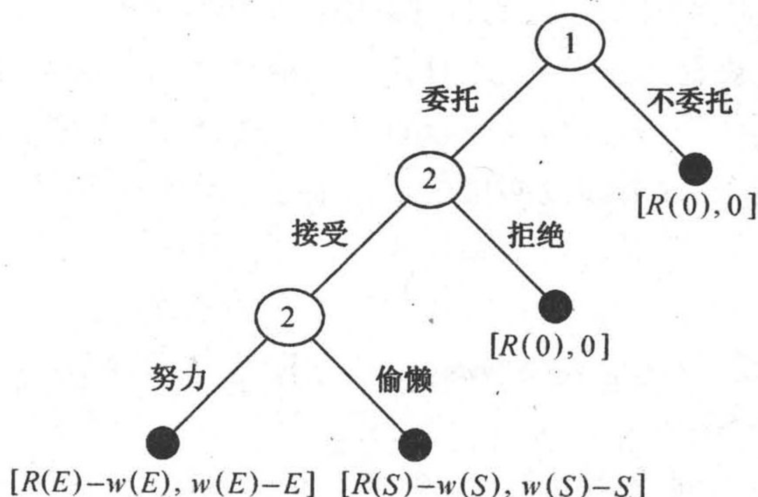


图3.12　无不确定性的委托人—代理人模型

上述扩展形中博弈方1代表委托人，博弈方2代表代理人。第一个阶段是委托人的选择阶段，选择内容为是否委托，也就是是否向对方提出一个委托合同。如果他选择不委托，当然得不到代理人的服务，R（0）表示没有代理人的服务时委托人的利益。在实际问题中，R（0）有不同的情况，当代理人的服务对委托人至关紧要时R（0）可能是0甚至负值，当代理人的服务对委托人来说并不关键时R（0）

也可以是正值。委托人选择不委托代理人就没有利益，该终端得益数组中的0即反映这种情况。如果委托人选择委托，则由代理人选择。

代理人先在第二阶段选择是否接受委托。若代理人选择不接受委托，结果与委托人不委托没有区别，双方得益与第一阶段委托人不委托完全相同。如果代理人选择接受委托，那么他还需要在第三阶段选择是否努力。

代理人在第三阶段选择努力（高努力水平）还是偷懒（低努力水平）。如果代理人选择努力，那么委托人得到较高的产出R（E），但要支付较高的报酬w（E）给代理人，代理人得到较高的报酬w（E），但有较高的负效用-E，因此委托人和代理人的得益分别是R（E）-w（E）和w（E）-E。如果代理人选择偷懒，那么委托人得到较低产出R（S），给代理人支付较低报酬w（S），代理人得到较低报酬w（S），但只有较低的负效用-S，此时双方得益分别为R（S）-w（S）和w（S）-S。

因为在这个博弈中，两博弈方都清楚自己和对方的得益情况，也都能观察到对方的选择（即使委托人无法观察代理人第三阶段的选择，因为委托人能观察代理人的工作成果，而工作成果与努力程度有确定性对应，因此委托人仍然可以完全清楚代理人的选择），因此本博弈是一个完全且完美信息的动态博弈，适合用逆推归纳法进行分析。

首先讨论代理人第三阶段对是否努力的选择，也就是在给定委托人第一阶段选择了委托，代理人自己第二阶段选择接受委托的情况下，第三阶段选择努力还是偷懒。根据理性博弈方的决策原则不难知道，如果

$$w(E)-E>w(S)-S$$

也就是

$$w(E)>w(S)+E-S$$

时，代理人会选择努力。上述不等式也称为代理人努力的“激励相容约束”，（Incentive Compatibility Constraint），也就是委托人在自己提出委托和代理人接受委托的前提下，促使代理人努力工作必须满足的条件。其中第二个不等式的经济意义是，只有当努力工作的代理人得到的报酬，达到在偷懒的代理人也能得到的基本报酬以上，还有一个至少不低于能补偿努力工作比偷懒更大负效用的增加额时，代理人才可能自觉选择努力工作。

反过来，如果

w（S）-S＞w（E）-E

那么代理人肯定会选择偷懒。该不等式是代理人偷懒的“激励相容约束”。从该激励相容约束可以得到的一个直接推论是，由于偷懒的负效用肯定小于努力工作的负效用，因此如果偷懒和努力得到的报酬相同，即w（S）＝w（E），那么偷懒的激励相容约束自动满足，代理人必然选择偷懒。

现在回到第二阶段代理人对是否接受委托的选择。由于对应具体得益情况的不同，第三阶段代理人的选择有努力和偷懒两种可能，因此我们必须分两种情况讨论第二阶段的选择。图3.13（a）反映的是代理人第三阶段选择努力的情况，图3.13（b）反映的则是代理人第三阶段选择偷懒的情况。

根据图3.13不难看出，在两种情况下代理人选择接受而不是拒绝的条件分别是w（E）-E＞0和w（S）-S＞0。这两个不等式分别称为两种情况下的“参与约束”（Participation Constraint），也就是代理人愿意接受委托人委托的基本条件。值得说明的问题是，如果考虑代理人有接受其他委托的可能性，那么上述参与约束不等式就不会只是要求大于0，而是会要求大于代理人放弃的其他机会的利益，也就是他的机会成本。

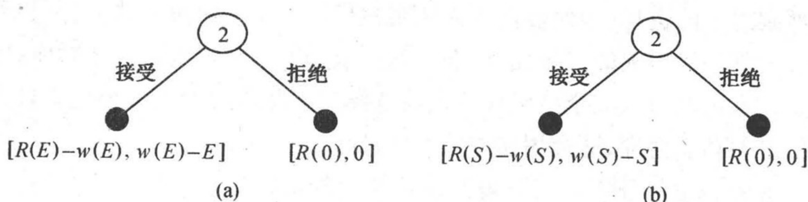


图3.13　第二阶段代理人的选择

最后我们回到第一阶段委托人的选择。如果代理人在第二阶段选择的是拒绝，那么委托人的选择其实是无关紧要的，因为委托不委托结果都一样。如果代理人第二阶段会选择接受，那么仍然有两种不同的情况，也就是第三阶段选择努力和偷懒的两种情况。由于委托人清楚代理人的选择，因此可以针对两种情况分别选择。委托人面临的两种选择情况如图3.14所示，其中（a）图对应第三阶段代理人选择努力的情况，（b）图对应第三阶段代理人选择偷懒的情况。

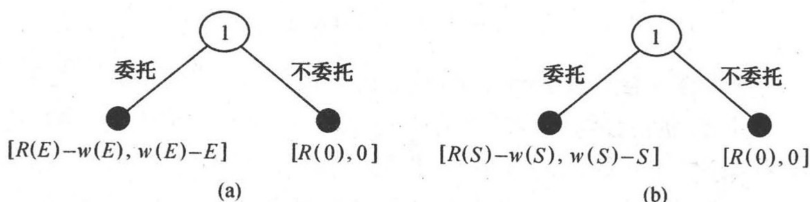


图3.14　第一阶段委托人的选择

很显然，在前一种情况下，如果R（E）－w（E）＞R（0）委托人会选择委托，如果R（E）－w（E）＜R（0）委托人会选择不委托。在第二种情况下，则是R（S）－w（S）＞R（0）时委托人会选择委托，当w（S）－S＜R（0）时委托人会选择不委托。

归纳三个阶段两博弈方的选择，就得到了本博弈的子博弈完美纳什均衡。注意我们在上述分析中都只考虑了严格不等式的情况而回避了等式的情况。这一点正是博弈分析的困难之一，因为当两种选择的利益相同时很难肯定博弈方的选择。在第五部分讨论激励机制设计时我们会考虑等式的情况，但这并不等于说不存在这方面的疑问。

为了对上述分析的认识更深刻，我们用一个数值例子作进一步的说明。假设努力的投入产出函数为R（e）＝10e－e^2，代理人努力即努力水平2单位，偷懒即努力水平1单位，而且努力的负效用等于努力水平的数值，也就是E＝2，S＝1。因此R（0）＝0，R（E）＝16，R（S）＝9。再假设w（E）＝4，w（S）＝2。这样该博弈的得益结构就如图3.15中所示。

根据上述分析及结论不难看出，在这个数值例子中，因为w（E）－E＝2＞w（S）－S＝1满足促使代理人努力的激励相容约束，w（E）－E＝2＞0满足代理人接受委托的参与约束，R（E）－w（E）＝12＞R（0）＝0也满足委托人提出委托的条件，因此这个数值例子的子博弈完美纳什均衡是委托人选择委托，代理人接受委托并努力工作。由于这是逆推归纳法得到的结果，也是本博弈惟一的子博弈完美纳什均衡，因此是该博弈可以预测的结果。

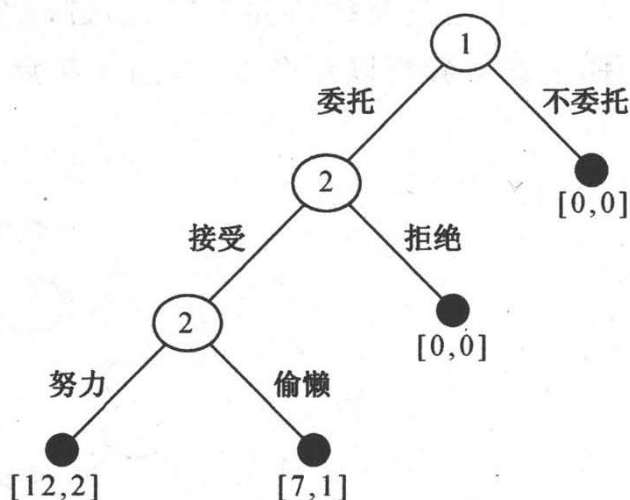


图3.15　无不确定性的委托人—代理人模型（数值例子）

三、有不确定性但可监督的委托人—代理人博弈

上一个模型中代理人的努力与其工作成果之间有确定性的对应关系，因此委托人对代理人的工作不存在监督困难。这里再讨论一种虽然代理人的努力成果有不确定性，但委托人对代理人有完全监督的委托人—代理人模型。

首先，由于现在代理人的努力和成果之间不再完全一致，因此就有一个根据工作情况还是成果支付报酬的问题。一般来说，在委托人对代理人的工作有完全监督的情况下，通常是根据代理人的工作情况而不是工作成果支付报酬。这意味着产出不确定性的风险完全由委托人承担，根据是风险主要来源于环境或随机因素，与代理人的行为无关。委托人根据代理人的工作情况而不是工作成果支付报酬，也意味着代理人工作成果的不确定性直接影响的只有委托人的选择，不会影响代理人的选择，但会通过委托人的选择对代理人的利益产生间接影响。

为了简单起见，我们假设模型中的不确定性表现为：有20和10单位两种可能的产出，代理人努力时产出20的概率是0.9，产出10的概率是0.1；代理人偷懒时反过来产出20的概率是0.1，产出10的概率是0.9。再假设R（0）＝0，其他则与前一个模型一样。如果像导论中介绍的商人运输路线博弈一样，引进一个“自然”博弈方0反映不确定性，那么该博弈可以用图3.16所示扩展形表示。

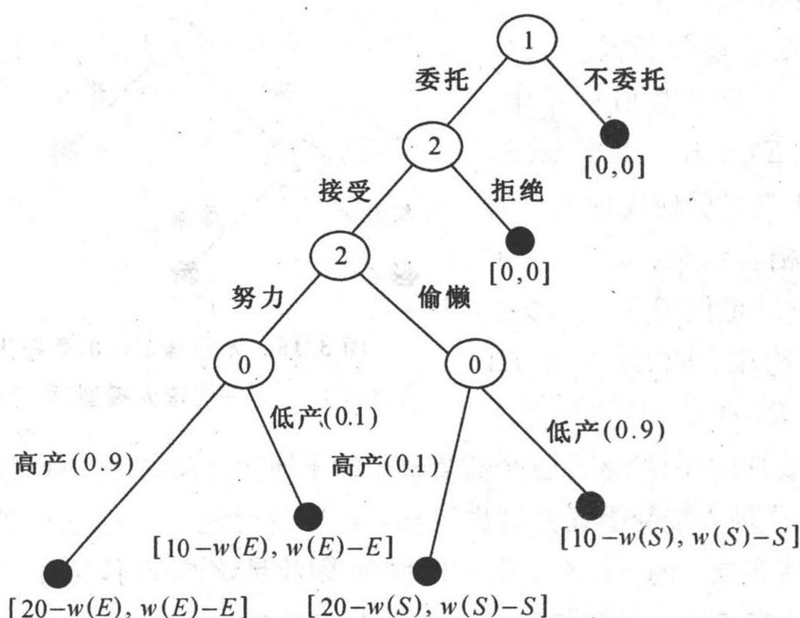


图3.16　努力成果不确定但可监督的委托人—代理人模型

根据上述扩展形我们明白，在引进了一个根据概率分布选择的自然博弈方以后，这个博弈仍然是一个完全且完美信息的动态博弈，仍然可以用逆推归纳法进行分析。由于博弈方0，也就是“自然”是按照概率分布随机选择，因此不需要对它进行分析，我们的分析从代理人第三阶段的选择开始。

不难发现对于代理人的选择来说，这个博弈模型与前一个模型其实并没有差别。因为代理人的报酬和努力的负效用都与工作成果没有关系，“自然”对高产低产的选择并不直接影响他的利益。因此，代理人在本模型中努力或偷懒的激励相容约束和参与约束条件与前一个模型完全相同，也就是当w（E）－E＞w（S）－S时选择努力，当w（S）－S＞w（E）－E时选择偷懒，在两种情况下分别满足w（E）－E＞0和w（S）－S＞0会接受委托，否则不接受委托。

现在分析委托人在第一阶段的选择，也正是本模型与前一个模型的主要不同之处。由于本模型中委托人对代理人的工作有完全的监督，也完全清楚代理人的选择，因此仍然是根据两种不同的情况分别进行选择。

假设代理人会选择接受委托并努力工作，那么委托人有0.9的可能性获得对应高产出的得益，有0.1的可能性得到的是对应低产出的得益。因此，对于风险中性的委托人来说，如果选择委托的期望得益大于不委托，即

$$0.9\times[20-w(E)]+0.1\times[10-w(E)]>0$$

那么他应该选择委托，如果选择委托的期望得益小于不委托，即

$$0.9\times[20-w(E)]+0.1\times[10-w(E)]<0$$

则他应该选择不委托。

在代理人会选择接受委托并偷懒的情况下，则委托人有0.1的可能性获得对应高产出的得益，有0.9的可能性得到的是对应低产出的得益。因此，如果选择委托的期望得益大于不委托，即

$$0.1\times[20-w(S)]+0.9\times[10-w(S)]>0$$

那么他应该选择委托，如果他选择委托的期望得益小于不委托，即

$$0.1\times[20-w(S)]+0.9\times[10-w(S)]<0$$

则他应该选择不委托。

上述双方的选择就是对应两种不同情况的子博弈完美纳什均衡。如果代理人不会接受委托，委托人是否委托无差异给出上述模型中E、S、w（E）、w（S）的数值，则可以得出具体的结论。

四、有不确定性且不可监督的委托人—代理人博弈

现在我们讨论委托人—代理人关系中比较重要的情况，也就是代理人的工作成果有不确定性，而且委托人无法监督代理人工作的委托人—代理人模型。我们首先能够肯定的是，现在委托人不可能根据代理人的工作情况支付报酬，只能根据代理人的工作成果支付报酬，除非支付固定的报酬。

如果除了委托人对代理人的监督从可以监督改为无法监督，以及委托人现在是根据代理人的工作成果而不是工作情况支付报酬以外，其他方面与前一个模型都相同，那么我们可以用图3.17中的扩展形表示该博弈。

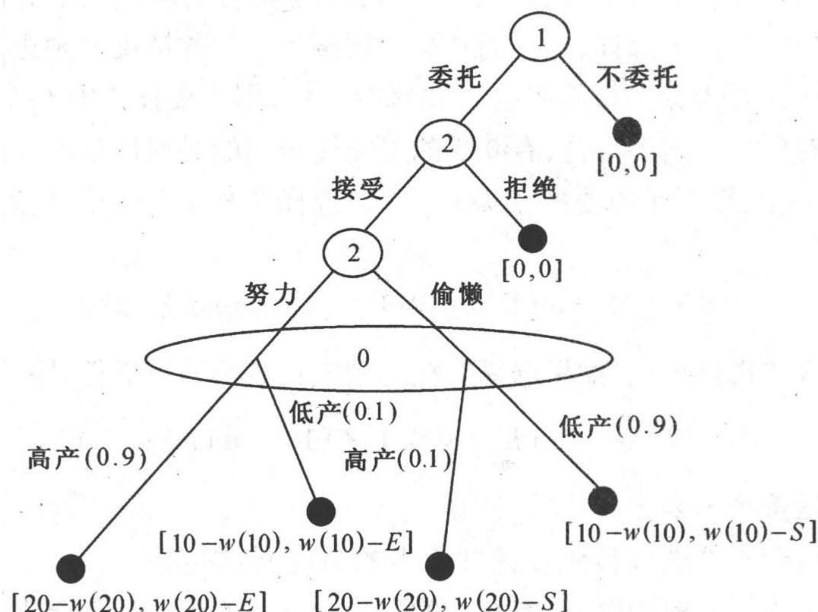


图3.17　努力成果不确定且不可监督的委托人—代理人模型

图3.17与图3.16的差异主要有两方面。第一是“自然”最后一阶段不是分别针对代理人的两种选择进行选择。这种差异主要影响的是委托人对高产或低产究竟是代理人努力或偷懒的结果，还是随机因素影响的结果的判断。第二是双方得益函数中的报酬项现在是工作成果的函数而不再是努力程度的函数。

在这个模型中，双方的选择和最后的均衡与前面的模型都有了较大的区别。因为现在代理人的利益也直接受到不确定性的影响。由于在这种情况下，委托人—代理人模型主要的问题是如何激励代理人努力工作，因此这里主要分析促使代理人选择努力的激励相容约束、参与约束，以及委托人相应选择委托的条件。

其实在假设代理人是风险中性的情况下，只要他选择努力的期望得益大于选择偷懒的期望得益，即

$0.9\times[w(20)-E]+0.1\times[w(10)-E]$

$>0.1\times[w(20)-S]+0.9\times[w(10)-S]$

那么他就会选择努力工作。上述不等式就是该模型的激励相容约束。

在第三阶段代理人选择努力的情况下，再倒推回第二阶段，则只要他选择接受的期望得益大于不接受的得益0，即

$$0.9\times[w(20)-E]+0.1\times[w(10)-E]>0$$

那么代理人就会选择接受委托。该不等式就是目前模型的参与约束。

现在讨论委托人在第一阶段的选择。事实上，虽然委托人无法看到代理人在第三阶段的选择，但对代理人的决策思路还是清楚的。因此给定模型中的E、S、w（20）、w（10）的数值或公式，他完全可以知道代理人是否会选择努力。假设委托人判断代理人会选择努力，那么根据模型中的设定，委托人的期望得益为$0.9\times[20-w(20)]+0.1\times[10-w(10)]$。因此对风险中性的委托人来说，当

$$0.9\times[20-w(20)]+0.1\times[10-w(10)]>0$$

时，他就会选择委托。这就是委托人选择委托的基本条件。

在上述几个约束条件满足的情况下，双方的上述选择构成该模型的子博弈完美纳什均衡。如果该模型主要是解决委托人如何激励代理人努力工作的激励机制设计问题，那么委托人应该根据上述激励相容约束和参与约束条件，以及E和S的数值，确定w（20）和w（10）的数值。读者也可以自行讨论一些数值的例子。

五、选择报酬和连续努力水平的委托人—代理人模型

现在我们进一步讨论不仅努力成果不确定且不可监督，而且委托人可以选择报酬函数（也就是薪酬制度），代理人在连续区间中选择努力水平e的委托人—代理人模型。此外，我们还考虑代理人有正值的机会成本，也就是不接受该委托的利益（其他工作的报酬或闲暇的效用）U，并假设努力的负效用是努力水平的单调递增的凸函数$C=C(e)$。

现在，代理人可以选择的努力水平e分布在某个连续区间，其产出R是e的随机函数，我们仍用$R=R(e)$表示。由于是不完全监督，委托人不知道e，只能根据R支付报酬，即$w=w(R)$。这意味着w中至少部分是计件工资或利润提成。不过，由于R与e有关，因此w还是与e有关，$w=w(R)=w[R(e)]$也是随机函数关系。这样，委托人的得益函数为$R-w=R(e)-w[R(e)]$，代理人的得益函数为$w-C=w[R(e)]-C(e)$。

简单起见，我们可以利用前几个模型的相关结论，直接利用参与约束

和激励相容约束的思想，讨论本模型的激励机制设计问题。

现在讨论本模型的参与约束。因为代理人只有在接受委托得到的利益不小于机会成本$\overline{U}$，也就是

$$w[R(e)]-C(e)\geqslant\overline{U}$$

时才愿意接受委托。所以上述不等式就是该模型的参与约束。从参与约束的角度，在代理人接受委托的前提下，委托人当然希望付出的报酬越小越好，因此实际的参与约束是w[R（e）] = C（e）+ $\overline{U}$。这样委托人的得益函数就是R（e） - w[R（e）] = R（e） - C（e） - $\overline{U}$。

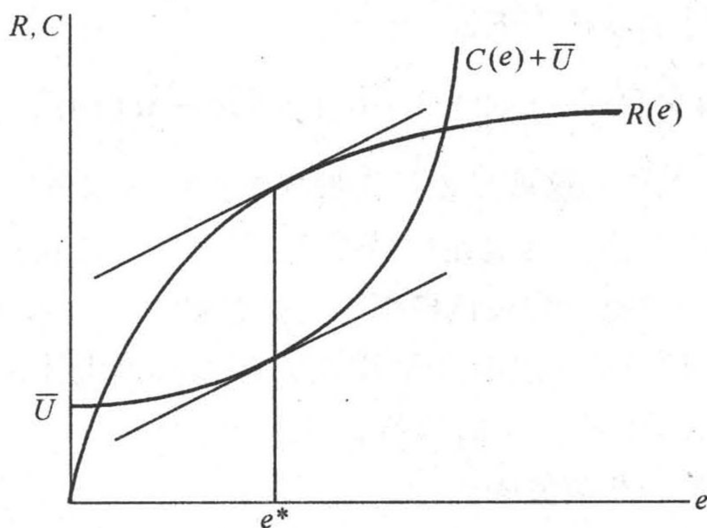


图3.18　委托人希望的代理人努力水平（满足参与约束）

根据上述得益函数，委托人首先可以求出最符合自身利益的代理人努力水平e*。如果如图3.18所示，R（e）是通常的凹函数，而C（e）是单调递增的凸函数，那么e*就是图中使R（e）曲线的切线与C（e）+U曲线的切线平行的努力水平。

在满足参与约束的条件下，代理人愿意接受工作但努力水平不一定是 e^* ，因为代理人是根据自身利益最大化行为。要代理人自觉选择 e^* ，e^* 也必须符合他自己的最大利益，即对其他任何努力水平e，都有

$$w[R(e^*)]-C(e^*)\geq w[R(e)]-C(e)$$

这就是该模型的激励相容约束。满足激励相容约束条件意味着代理人的利益与委托人的利益完全一致，代理人的行为就会符合委托人的最大利益。

如果委托人按照上述参与约束和激励相容约束设计报酬函数，就能使代理人的行为符合自己的利益。

为了读者更好地理解上述激励机制设计的思想，这里用一个店主和店员的具体问题来进行分析。在店主和店员的委托人—代理人问题中，R是商店的利润，e是店员的努力。由于利润不仅取决于店员的努力，还取决于市场情况等，因此R是e的随机函数，我们假设是一个线性随机函数 $R=R(e)=4e+\eta$ ，其中η是均值为0的随机扰动项。再假设店员的负效用函数为 $C=C(e)=e^2$ ，店员接受该工作的机会成本 $U=1$。

由于店主无法掌握店员的实际努力，因此只能根据利润水平付报酬。设店主采用的报酬计算公式为 $S=A+B[R(e)]=A+B[4e+\eta]$ ，其中A和B都是常参数。该报酬公式意味着店员的工资由固定工资A和利润分成 $B[4e+\eta]$ 两部分组成，实际上就是常见的基本工资加利润提成奖金的工资制度。这样店主的得益（纯利润）函数为 $4e+\eta-A-B[4e+\eta]=4(1-B)e+(1-B)\eta-A$ ，因为η是均值为0的随机变量，因此期望得益为 $4(1-B)e-A$。店员的得益函数为 $A+B[4e+\eta]-e^2$ ，期望得益为 $A+4Be-e^2$ 。现在店主面临的关键问题是确定A和B的水平，以使这种工资制度成为一种有效的激励。

在上述假设下，参与约束条件为

$$A+B[4e+\eta]-e^2\geq 1$$

或

$$A+B[4e+\eta]\geq e^2+1$$

如果店员是风险中性的，那么只要期望净利益

$$A+4Be-e^2\geq 1$$

或

$A + 4Be \geq e^2 + 1$

店员就愿意接受该工作。我们假设店员已经接受了这个工作，那么由于店员的得益为$A + B[4e + \eta] - e^2$，期望得益为$A + 4Be - e^2$，因此当店员是“风险中性”的时，$e^* = 2B$符合店员的最大利益。这意味着店员符合自身利益的最佳努力水平取决于利润提成比例B。当$B = 0$时$e^* = 0$，即店员没有努力的愿望，当B较大时，店员的努力愿望e^*也随之增大，当$B = 0.5$，即提成比例为50%时，店员愿意付出的努力$e^* = 2 \times 0.5 = 1$等。

我们现在再来看店主的选择问题，也就是店主对A和B的选择。首先，店主的选择必须满足店员参与约束条件的下限：

$A + B[4e + \eta] = e^2 + 1$　　　　　　　　（3.3）

这样店主的得益公式为$4e + \eta - e^2 - 1$，期望得益为$4e - e^2 - 1$。容易求出当$e^{**} = 2$时，店主的期望得益最大（等于3），即$e^{**} = 2$是符合店主最大利益的最佳店员努力水平。令$e^* = e^{**} = 2$，代入店员的最优选择$e^* = 2B$，可得

$B = 1$　　　　　　　　（3.4）

再将$e = e^{**} = 2$代入参与约束（3.3）式，得$A + B(8 + \eta) = 5$。两边求数学期望，得

$A + 8B = 5$　　　　　　　　（3.5）

根据（3.4）和（3.5）式可以解得，$B = 1$，$A = -3$。也就是说，店主的最优激励工资计算公式是$w = A + B(R) = -3 + R$。这个工资公式的意义是，商店100%的营业利润都成为店员的提成，店主不但不发固定工资，而且向店员收取3单位的承包费或租金，其实质是一种承包或租赁经营制。

双方的上述策略组合是本博弈惟一的子博弈完美纳什均衡。在该均衡下，所有的不确定性风险实际上都是由店员承担，而不是由店主承担的。如果代理人属于“风险厌恶”或称“风险规避”的类型，那么这种承包制和固定租金租赁制就无法采用。事实上，当店员是风险厌恶类型时，每单位带风险的期望得益在他的决策选择中的分量就会下降，均衡的情况就会有所变化，就会采用某种带分成的制度安排。

3.5 有同时选择的动态博弈模型

本节介绍一类与前面有所不同的动态博弈模型，这种模型中至少在某个阶段存在博弈方的同时选择。这种类型的博弈问题在现实经济中是很多的，例如伯特兰德寡头竞争模型中2个或更多追随厂商，而且追随厂商同时决定产量的情况，就是典型的一个例子。由于这种动态博弈中存在博弈方的同时选择，因此与静态博弈有相似之处或内在联系。本节主要讨论有同时选择的两阶段博弈模型。

3.5.1 标准模型

为了使分析思路比较清楚，我们先给出一种标准模型。后面讨论的具体博弈问题可看作这种标准模型的具体化，当然它们各有一些不同的特点。这种有同时选择的两阶段博弈的标准模型包括这样几个方面的假设：

1.博弈中有四个博弈方，分别称为博弈方1、博弈方2、博弈方3和博弈方4。

2.第一阶段是博弈方1和博弈方2的选择阶段，他们同时在各自的可选策略（行为）集合A_1和A_2中分别选择a_1和a_2。

3.第二阶段是博弈方3和博弈方4的选择阶段，他们在看到博弈方1和博弈方2的选择a_1和a_2以后，同时在各自的可选策略（行为）集合a_3和a_4中分别选择a_3和a_4。

4.各博弈方的得益都取决于所有博弈方的策略a_1、a_2、a_3和a_4，即博弈方i的得益是各个博弈方所选择策略的多元函数$u_i=u_i(a_1, a_2, a_3, a_4)$。

现实经济中的不少博弈问题与上述标准模型是基本一致的。如我们即将介绍的国际竞争和最优关税博弈问题中，两个制订关税的国家就是标准模型中的博弈方1和博弈方2，两国各自的一个相互进行产量竞争的企业就是模型中的博弈方3和博弈方4。现实中也有许多两阶段有同时选择的博弈问题中，某个阶段只有一个博弈方，或者前后两个阶段的博弈方是相同的，即第一阶段的博弈方1、2就是第二阶段的博弈方3、4。这些差别并不影响模型的基本分析方法。

因为两阶段有同时选择的博弈仍然是动态博弈，而且仍然有完全和完美信息的特征，因此分析这种博弈问题的基本方法仍然是逆推归纳法，核心均衡概念仍然是子博弈完美纳什均衡。当然因为存在同时选择，因此每个阶段不再是单人最优化问题，而可能是一个静态博弈。此外，子博弈的含义在这里也有所变化，这种模型的子博弈就是第二阶段两博弈方的同时选择，本身也是一个静态博弈。

3.5.2 间接融资和挤兑风险

银行制度是现代经济生活中不可或缺的重要组成部分，其核心是间接融通社会资金的信贷业务。银行信贷对社会经济发展的作用无可估量，但它在带来巨大利益的同时也蕴涵或者说孕育着巨大的风险。要很好地防范金融、经济风险，必须对这些金融活动引发金融风险的内在机制有深入的了解。这里用一个有同时选择的两阶段博弈模型，对银行信贷业务的本质特征和潜在风险作一些讨论。

设一家银行为了给一个企业贷放一笔20000元的贷款，以20%的年利率吸引客户的存款。若两个客户各有10000元资金，如果他们把资金作为1年期定期存款存入该银行，那么银行就可以向企业贷款。如果两客户都不愿存款或只有一个客户存款，那么银行就无法给上述企业贷款，这时候客户都能保住自己的本金。

在两客户都存款，从而银行给上述企业提供贷款的情况下，如果银行满1年收回贷款，企业就能完成一笔生意，银行可收回贷款本息支付存款客户的存款本息。但如果在不满1年的时候，一个客户单独或两个客户同时要求提前取出存款，银行就不得不提前收回贷款，企业的生意无法完成。假设这时候企业只能收回80%的本钱，并全部偿还给银行。若是一个客户要求提前取款，则银行会偿还其全部本金，余款则属于另一客户，若两客户同时要求提前取款，则平分收回的资金。为了简单起见，我们假设银行不收任何佣金、手续费。

根据上述假设，该间接融资问题可以用一个两个客户之间的，第一阶段同时选择是否存款，第二阶段同时选择是否提前取款的两阶段博弈表示。如图3.19的两个得益矩阵所示。

客户2

		不存	存款
客户1	不存	1，1	1，1
	存款	1，1	下一阶段

(a) 第一阶段

客户2

		提前	到期
客户1	提前	0.8，0.8	1，0.6
	到期	0.6，1	1.2，1.2

(b) 第二阶段

图3.19　间接融资——客户的博弈

我们用逆推归纳法来分析这个博弈，首先分析第二阶段两个博弈方的选择。容易看出，该博弈有两个纯策略纳什均衡（提前，提前）和（到期，到期），分别对应得益（0.8，0.8）和（1.2，1.2），后一个明显帕累托优于前一个。通常情况下，我们应该判断该博弈的结果是（到期，到期），双方得益（1.2，1.2），也就是两客户都等存款到期去取款，收回本金并获得利息。但根据上一章的分析，这种博弈并不能保证实现这种理想的结果。因为只要有一个客户认为另一客户有提前取款的可能性，那么前者的合理选择就不再是到期取款，而是提前取款，而且上述考虑有多层次交互作用，因此常常会导致前一个低效率的纳什均衡。

现在回到第一阶段两客户对是否存款的选择。如果第二阶段的博弈结果是比较理想的（到期，到期）纳什均衡，那么这时候第一阶段的博弈相当于图3.20得益矩阵所示。

客户2

		不存	存款
客户1	不存	1，1	1，1
	存款	1，1	1.2，1.2

图3.20　间接融资博弈第一阶段等价博弈（一）

在这种情况下，第一阶段也有两个纯策略纳什均衡，一个是（不存，不存），另一个是（存款，存款）。这两个纳什均衡中也是后一个帕累托优于前一个，而且后一个也是上策均衡和风险上策均衡，因此显然两客户都会选择后一个均衡，也就是都会选择存款给银行。这是银行间接融资制度很好起作用的情况。

如果第二阶段的博弈结果是较不理想的（提前，提前）纳什均衡，那么第一阶段的博弈相当于图3.21的得益矩阵所示。

		客户2 不存	客户2 存款
客户1	不存	1，1	1，1
	存款	1，1	0.8，0.8

图3.21　间接融资博弈第一阶段等价博弈（二）

此时，（不存，不存）是两客户的纳什均衡，也是上策均衡，因此两客户都会选择“不存”。这相当于客户不再信任银行，银行系统崩溃的情况。但这种情况本身却不会引起银行挤兑的风潮和金融危机，因为在这种情况下客户根本就没有把资金存入银行。

事实上，导致银行挤兑风潮和金融危机的内在机制是这样的：对于客户来说，由于上述两阶段博弈的第二阶段的结果其实是有不确定性的，因此他们在作第一阶段选择的时候，并不能完全肯定究竟第二阶段会出现哪种结果。这就意味着他们在第一阶段选择的时候可能是以第二阶段将是（到期，到期）纳什均衡为基础的，因此选择了（存款，存款）而没有选择（不存，不存），但第二阶段实际上却由于某种谣传引起的恐慌等原因，最终出现的却是（提前，提前）的纳什均衡，也就是客户挤提存款的情况。这正是现实中引起银行倒闭的许多“银行挤兑”风潮的制度性根源。

上述间接融资博弈也揭示了经济决策中一类低效率均衡存在的原因。不过上述博弈与囚徒的困境还是有差异的，因为它本身存在一种有效率的均衡结果，因此只要我们注意调控或采用某些保险制度，就能避免低效率均衡的出现。在银行挤兑问题上，只要有权威的政府机构等出面保证客户资金的安全或澄清谣言，就可避免严重的银行挤兑风潮的发生及造成严重后果。这也是为什么各国政府要建立信贷保证、保险制度，对存款进行保护、保险的原因。

其实，由于现代银行的经营活动受到国家法律法规的严格管理，多数国家都有防止银行风险的整套方法，因此正规银行业务引发大的金融和社会风险的情况已经比较少了。现代更容易引发金融、社会风险的其实主要是不正规的非法金融活动，如地下钱庄和非法集资等。因为非法金融活动常常通过恶意欺骗的手段吸引人们参加，用借新债还旧债的方法，而不是经营利润偿还到期资金，信用差、管理差而且缺乏保险措施，引起金融风险并引发社会问题的可能性必然要大得多。

3.5.3 国际竞争和最优关税

现在讨论一个最优关税选择问题，这个博弈模型是博弈理论在国际经济学中的经典应用。模型中有两个相似的国家，我们分别称它们为国家1和国家2，这两个国家在本博弈中作为博弈方决定本国进口商品的关税税率。假设两国各有一个企业（可看作是国内企业的集合体）生产同一种既内销又相互出口的商品，我们称这两个企业为企业1和企业2。可以把模型中的两个国家理解成两个相互隔离的市场，两国的消费者在各自的国内市场上既可以购买国货，也可以购买进口货，国货和进口货之间是可完全替代的。

如果用Q_i记在国家i市场上的商品总量，则该市场的市场出清价格P_i为Q_i的函数，我们设该函数为$P_i=P_i(Q_i)=a-Q_i$，$i=1,2$。设企业i生产h_i供内销和e_i供出口，因此$Q_i=h_i+e_j$，$i,j=1,2$，当$i=1$时，$j=2$，当$i=2$时，$j=1$。再假设两企业的边际生产成本同为常数c，且都无固定成本，则企业i的生产总成本为$c(h_i+e_i)$。当企业出口时，因为进口国征收的关税也是它的成本，如果国家j的关税率为t_j，则企业i的出口成本为$ce_i+t_je_i$，国内销售成本为ch_i。

假设先由两国政府同时制订关税率t_1和t_2，然后企业1和企业2根据t_1和t_2同时决定各自的内销和出口产量h_1、e_1和h_2、e_2。这就是一个两阶段都有同时选择的四方动态博弈。其中在第一阶段决定关税的两个国家相当于标准模型中的博弈方1和2，在第二阶段决定内销和出口产量的两国企业相当于标准模型中的博弈方3和4。

在这个博弈中，企业作为博弈方的得益是它们惟一关心的利润：

$$\pi_i=\pi_i(t_i,t_j,h_i,h_j,e_i,e_j)=P_ih_i+P_je_i-c(h_i+e_i)-t_je_i$$

$$=[a-(h_i+e_j)]h_i+[a-(e_i+h_j)]e_i-c(h_i+e_i)-t_je_i$$

国家作为博弈方的得益则是它们所关心的社会总福利，包括消费者剩余、本国企业利润和国家关税收入三部分：

$$\begin{aligned}w_i&=w_i(t_i,t_j,h_i,h_j,e_i,e_j)\\&=\frac{1}{2}(h_i+e_j)^2+\pi_i+t_ie_j\end{aligned}$$

其中 $i=1, 2; \frac{1}{2}(h_i+e_j)^2$ 是国家i国内居民作为消费者的消费者剩余，是根据市场出清价格对应的需求函数导出来的。

我们用逆推归纳法来分析这个博弈，先从第二阶段企业的选择开始。假设两国已选择关税率分别为t_1和t_2，则如果 $(h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$ 是在设定t_1、t_2的情况下两企业之间的一个纳什均衡，那么（h_i，e_i）必须是下列最大值问题的解：

$$\max_{h_i, e_i \geqslant 0} \pi_i(t_i, t_j, h_i, h_j^*, e_i, e_j^*)$$

由于π_i可以分成企业在国内市场的利润和国外市场的利润两部分之和，且国内市场的利润取决于h_i和，国外市场的利润取决于e_i和 h_j^*，因此上述最大值问题可分解为下列两个最大值问题[1]：

$$\max_{h_i \geqslant 0}\{h_i[a-(h_i+e_j^*)-c]\} \tag{3.6}$$

和

$$\max_{e_i \geqslant 0}\{e_i[a-(e_i+h_j^*)-c]-t_j e_i\} \tag{3.7}$$

假设 $e_j^* \leqslant a-c$, 我们可从（3.6）式解得

$$h_i^* = \frac{1}{2}(a-e_j^*-c) \tag{3.8}$$

假设 $h_j^* \leqslant a-c-t_j$，我们可从（3.7）解得

$$e_i^* = \frac{1}{2}(a-h_j^*-c-t_j) \tag{3.9}$$

求出的 h_i^* 和 e_i^* 都是满足各自假设的。

由于（3.8）和（3.9）都是对i＝1，2和j＝2，1成立的，因此我们可得到四个方程的联立方程组。解之可得：

$$h_i^* = \frac{a-c+t_i}{3} \quad e_i^* = \frac{a-c-2t_j}{3} \qquad (3.10)$$

其中i＝1，2和j＝2，1。这就是在设定t_1和t_2的情况下，两企业第二阶段静态博弈的纳什均衡。

在分析第一个阶段博弈之前，我们可以对上述结果先作一些讨论。如果没有关税，也就是令t_1和t_2都等于0，那么本博弈就相当于是国内国外两个市场的古诺模型，两企业在两市场的均衡产量确实都为（a－c）/3，与古诺模型的均衡产量完全一样。关税的存在使得两企业在两个市场上的边际成本都发生了变化。在i国市场，企业i的边际成本为c而企业j的边际成本为c＋t_i。因为企业j的边际成本高于古诺模型的边际成本，因此它必然会少生产一些，而企业j少生产就会使市场出清价格有上升的趋势，从而使企业i可以多生产一些。因此，h_i^* 是t_i的增函数而 e_j^* 则是t_i的减函数。也就是说，一国的关税具有保护本国企业，提高本国企业国内市场占有率，打击外国企业的作用。这也是世界各国普遍设置关税，倾向于提高进口关税的主要原因。

现在我们回到第一阶段两个国家之间的博弈，即两国家同时选择t_1和t_2。因为国家1和国家2都清楚两国企业的决策思路和方式，即知道当两国政府确定t_1和t_2以后，两国的企业会根据（3.10）式决定均衡产量 $(h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$，因此两国的得益将为

$$w_i = w_i(t_1, t_2, h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$$

，其中 h_1^*、e_1^*、h_2^*、e_2^* 都是t_1和t_2的函数。为了简便起见，我们简单地用wi（t_1，t_2），i＝1，2，来表示上述两国的得益。

对国家i来说，它现在是要选择 t_i^* ，满足：

$$\max_{t_i \geq 0} w_i(t_i, t_j^*)$$

我们把（3.10）式决定的均衡产量 $(h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$ 代入国家i的福利函数，可得：

$$w_i(t_i, t_j^*) = \frac{[2(a-c)-t_i]^2}{18} + \frac{(a-c+t_i)^2}{9} + \frac{(a-c-2t_j^*)^2}{9} + \frac{t_i(a-c-2t_j^*)}{3}$$

因此我们令上式对t i 的导数在 $t_i = t_i^*$ 时为0，可得两方程联立的方程组。解之得：

$$t_i^* = \frac{a-c}{3}$$

该式对i＝1，2都成立，也就是说，两国的最佳关税选择都是

$$t_1 = t_2 = \frac{a-c}{3}$$

。将它们代入（3.10）式得：

$$h_i^* = \frac{4(a-c)}{9},\ e_i^* = \frac{a-c}{9},\ i = 1, 2$$

这就是两企业在第二阶段，已知关税都为（a－c）/3以后的最佳内销和出口产量选择。两企业的总产量都是

$h_i^* + e_i^* = 5(a-c)/9$。因为上面推导出的两个阶段的选择都是纳什均衡，因此肯定不存在任何不可信的承诺或威胁，这是一个子博弈完美纳什均衡解。

3.5.4 工资奖金制度

上一节的委托人—代理人博弈讨论了激励机制的问题。其实，由于工作激励是现代经济和经营管理中最重要的一个课题，因此解决这个问题的思路也很多。委托人—代理人模型中所讨论的问题有一个特定的背景，那就是代理人似乎是惟一和不可替代的。事实上，现实中可以承担同样工作的代理人往往不是惟一的，而且他们相互之间还常常会进行竞争。如果考虑这样的因素，那么工作激励的思路也可以有所变化，以实现更有效的激励。拉齐尔（Lazear）和罗森（Rosen）1981年提出的一种可称为“工资奖金制度”的模型，就是在存在相互竞争雇员的前提下，雇主通过让雇员进行竞赛的方法实现有效激励的博弈模型。这个博弈模型的基本假设是这样的：

1.一个雇主有两个雇员。雇员i（$i=1，2$）的产出函数为$y_i=e_i+\varepsilon_i$，其中e_i为雇员i的努力水平，而ε_i则是随机扰动。雇员的努力水平是由雇员自己决定，或者说自己选择的。假设雇员付出努力有负效用，负效用是e的函数g（e），并且g（e）满足$g'(e)>0$和$g''(e)>0$，即g（e）是上升的凸曲线，其经济意义是负效用随努力程度提高而增大，并且增大的速度不断加快，这是符合实际的心理效用规律的。扰动项ε_1和ε_2相当于从分布密度为f（ε），均值为0的概率分布中独立抽取。

2.因为雇员的产出能够观察到而他们的努力水平却无法观察到，因此不可能根据雇员的努力程度支付报酬，最多只能根据产量支付报酬。雇主为了激励雇员努力工作，先宣布产量高（或业绩好）的雇员（即竞赛的获胜者）将得到较高的工资w_h，而产量低的工人只能得到较低的工资w_l。或者换一个方式理解，是两个雇员无论产量高低都能得到的基本工资为w_l，而产量较高的雇员还能得到一笔奖金w_h-w_l。后一种理解方式正是本博弈称为“工资奖金制度”的原因。

3.再假设两雇员在已知雇主宣布的工资奖金制度的情况下，同时独立选择各自的工作努力程度e_i，$e_i\geq 0$。

很显然，这个博弈模型是一个两阶段有同时选择的动态博弈模型，雇主决定w_h和w_l是这个博弈的第一阶段，两雇员在知道雇主定的工资标准以后同时选择努力程度e_i是第二阶段。这个博弈中两雇员的得益可以用得到的工资奖金减去付出努力的负效用表示，即$u(w,e)=w-g(e)$，其中$g(e)>0$。雇主是追求利润最大化的，因此雇主的得益函数就是产出减去成本。这里假设雇主的成本就是工资成本，

因此雇主的得益函数为$y_1 + y_2 - w_h - w_l$。这个模型与前一个问题的主要不同之处是各博弈方的得益有不确定性。但该博弈并不是不完全信息博弈，因为各博弈方不只是相互对其他博弈方的得益不清楚，而是对自己的得益同样也不能确定，因此与博弈方有私人信息，或者故意对其他博弈方隐瞒信息的不完全信息博弈是不同的。在这样的博弈中，只要已知不确定性的概率分布，设定各个博弈方的风险偏好类型，根据期望得益决策，就与一般完全信息的两阶段有同时选择博弈没有区别。

我们同样用逆推归纳法分析这个博弈。不过需要注意的是，在本博弈中存在一个新的问题，那就是如果雇主定的工资标准过低，雇员可能会不接受这种竞赛机会，宁愿去找其他工作。因此这个博弈中雇主决定的工资率是有低限约束的。这种低限约束就是“参与约束”。

现在开始用逆推归纳法进行分析。首先分析当雇主已经决定了w_h和w_l以后，两个雇员都愿意参加竞赛而不是寻找其他的工作，并同时对自己努力程度进行选择。由于两个雇员选择时雇主已经宣布了w_h和w_l，因此对他们来说w_h和w_l是一个已知的不变因素。这时候两雇员面临的是他们之间通过选择努力程度相互竞争的一个静态博弈问题。这个静态博弈的结果当然是两雇员选择的努力水平 (e_1^*, e_2^*) 构成一个纳什均衡。假设两个雇员都是风险中性的，那么每个雇员的纳什均衡策略，也就是给定对方的选择，自己选择的努力程度一定要使自己的期望得益最大化。即对任意 i，e_i^* 必须是下列最大值问题的解：

$$\max_{e_i \geqslant 0}[w_h \cdot P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} + w_l \cdot P\{y_i(e_i) \leqslant y_j(e_j^*)\} - g(e_i)]$$

$$= \max_{e_i \geqslant 0}[(w_h - w_l) \cdot P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} + w_l - g(e_i)]$$

其中$y_i = e_i + \varepsilon_i$，$i = 1, 2$，$P\{\ldots\}$表示括号中不等式成立的概率。根据最大化问题的一阶条件，可得：

$$(w_h - w_l)\frac{\partial P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\}}{\partial e_i} = g'(e_i) \qquad (3.11)$$

这是雇员i所选择的努力程度必须满足的基本条件，其经济意义是雇员付出努力的边际收入必须等于付出努力的边际负效用数值。

为了根据上述关系式进一步确定两雇员对努力程度的具体选择，我们先把模型假设的产出函数及随机扰动的概率分布代入上述最大值问题中的概率公式，再利用条件概率的贝叶斯法则得：

$$\begin{aligned} P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} &= P\{\varepsilon_i > e_j^* + \varepsilon_j - e_i\} \\ &= \int_{\varepsilon_j} P\{\varepsilon_i > e_j^* + \varepsilon_j - e_i \mid \varepsilon_j\} \cdot f(\varepsilon_j) \mathrm{d}\varepsilon_j \\ &= \int_{\varepsilon_j} [1 - F(e_j^* - e_i + \varepsilon_j)] f(\varepsilon_j) \mathrm{d}\varepsilon_j \end{aligned}$$

把该概率公式代入（3.11）式，可得：

$$(w_h - w_l)\int_{\varepsilon_j} f(e_j^* - e_i + \varepsilon_j) f(\varepsilon_j) \mathrm{d}\varepsilon_j = g'(e_i)$$

由于本博弈中的两个雇员的情况是一样的，因此我们可以假设他们对努力程度的选择也相同，即，这样就得到

$$(w_h - w_l)\int_{\varepsilon_j} f^2(\varepsilon_j) \mathrm{d}\varepsilon_j = g'(e^*) \qquad (3.12)$$

这就是两雇员之间静态博弈的纳什均衡，也就是他们在给定工资、奖金水平下的最优努力水平决定公式。如果我们进一步给出产出函数中随机项的具体分布，以及两雇员努力负效用函数g（e）的具体形式，那么就可以从（3.12）式中解出两雇员的具体选择。

当然，即使不给出这些信息，我们也能对上述两雇员第二阶段均衡选择的结果进行一些讨论。由于根据我们假设的g（e）是增函数，因此（3.12）式说明对胜方的奖励力度（奖金额）较大，也就是$w_h - w_l$较大，会提高雇员的努力程度e^*。另一方面，如果奖励不变，即$w_h - w_l$固定，而对产出的扰动因素的影响扩大，也就是竞赛的结果更多取决于“运气”而不是雇员的努力，那么雇员就会觉得努力是不值得的，就会选择较小的e^*。如果进一步假设ε_i服从方差为σ^2的正态分布，那么

$$\int_{\varepsilon_j} f^2(\varepsilon_j) \mathrm{d}\varepsilon_j = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}}$$

把上式代入（3.12）式，则明显有当σ增大时，e^*将减小的结论。

值得注意的是，在某些期望回报和努力之间关系，以及雇员有其他工作机会的情况下，雇员实际选择的努力也可能是角解$e_1=e_2=0$。也就是说，如果工资、奖金水平太低，而付出努力的负效用又很大（工作很辛苦），或者其他地方能找到更好工作的情况下，雇员有可能会不接受这个工作。对此我们在雇主的第一阶段工资水平选择中必须加以考虑。

现在我们再回头分析第一阶段。因为雇员的参与是雇主激励机制有效的起码条件，如果无法保证雇员会接受工作、参与竞赛，那么雇主设计的任何旨在激励雇员努力工作的工资奖金制度必然是无效的，因此我们首先分析保证两雇员都接受工作机会，愿意参加上述竞赛的条件。

由于上述雇员之间博弈的均衡是对称均衡，双方的策略选择相同，因此双方赢得竞赛的机会都是1/2。这样，雇员愿意接受该工作参与竞赛的基本条件是该工作提供的期望得益至少不低于替代工作机会能提供的得益。如果我们假设两个雇员能得到的其他工作机会提供的得益是Ua，那么保证雇员接受工作和参与竞赛的基本条件是：

$$\frac{1}{2}w_h+\frac{1}{2}w_l-g(e^*)\geqslant U_a$$

我们称它为“参与约束”。参与约束是激励机制设计中不能忽视的一个很重要的方面。由于从接受工作和参与竞赛的角度，在能保证雇员接受工作和参加竞赛的前提下，雇主必然会尽可能压低工资奖金，因此参与约束条件可进一步理解为

$$\frac{1}{2}w_h+\frac{1}{2}w_l-g(e^*)=U_a$$

这样可得到

$$w_h+w_l=2g(e^*)+2U_a \qquad (3.13)$$

$$w_l=2U_a+2g(e^*)-w_h$$

现在设上述参与约束条件已经满足，因此两雇员都愿意参加竞赛而不

是寻找其他的工作。这时候根据对第二阶段两雇员静态博弈的分析已知，两雇员在工资水平为w_h和w_l时，所选择的努力程度是相同的e^*，而且都满足（3.12）式。因此，雇主的利润函数为

$$y_1 + y_2 - w_h - w_l = 2e^* + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - w_h - w_l$$

由于ε_1和ε_2都是均值为0的随机变量，因此雇主的期望利润为$2e^* - w_h - w_l$。雇主选择工资水平w_h和w_l的根本目标是实现期望利润最大化，即

$$\max_{w_h \geqslant w_l > 0} \{2e^* - w_h - w_l\}$$

再根据（3.13）式，上述雇主的决策可以转化为促使雇员的努力程度满足

$$\max_{e^* > 0} \{2e^* - 2U_a - 2g(e^*)\}$$

由于Ua是外生确定的常数，因此雇主利润最大化要求的雇员努力程度的一阶条件为

$$1 - g'(e^*) = 0 \qquad (3.14)$$

如果给出$g(e)$的具体函数形式，就可以解出满足雇主利润最大化要求的e^*，然后代入上述参与约束等式和两雇员的均衡方程（3.12）式，求出最优的工资水平w_h^*和w_l^*。

即使不求出具体的最优工资水平，我们也可以得到一些有用的结论。我们可以把（3.14）式代入（3.12）式，得到

$$(w_h - w_l)\int_{\varepsilon_j} f^2(\varepsilon_j)\mathrm{d}\varepsilon_j = 1,$$

$$(w_h - w_l) = 1\Big/\int_{\varepsilon_j} f^2(\varepsilon_j)\mathrm{d}\varepsilon_j 。$$

该式的意义是具有有效激励作用，且符合雇主利益的奖金水平（$w_h - w_l$），只与工作成绩的不确定性有关，与产出函数随机因素概率

分布的方差正相关。

3.6 动态博弈分析的问题和扩展讨论

通过引进子博弈完美纳什均衡和逆推归纳法，似乎已经克服了相机选择给动态博弈分析造成的困难，但如果对这些概念和分析方法作进一步的分析，我们不难发现事情并没有这么简单。关键是子博弈完美纳什均衡和逆推归纳法对博弈方的理性和分析能力要求很高，而且在应用中还可能遇到一些特殊的困难，从而使以它们为核心的动态博弈分析的基础受到影响。本节将对这些问题作一些讨论，并简单介绍颤抖手均衡和顺推归纳法的思想，以使我们对动态博弈分析有更深入的理解。

3.6.1 逆推归纳法的问题

动态博弈分析的中心内容是子博弈完美纳什均衡分析，子博弈完美纳什均衡分析的核心方法是逆推归纳法。逆推归纳法思路清楚，并能得出强烈的结论，是一种很高效的工具。但有突出优点的事物往往也有严重的弱点。

首先是逆推归纳法只能分析明确设定的博弈问题，要求博弈的结构，包括次序、规则和得益情况等都非常清楚，并且各个博弈方了解博弈结构，相互知道对方了解博弈结构。现实经济中的博弈问题常常没有明确的设定，要求各博弈方都完全清楚问题背景，且相互有完全的信任更不容易，因此运用逆推归纳法会有脱离实际的可能。其次是逆推归纳法也不能分析比较复杂的动态博弈。因为逆推归纳法的推理方法是从动态博弈的最后阶段开始对每种可能路径进行比较，因此适用范围是人们有能力比较判断的选择路径数量，包括数量不很大的离散策略，或者有连续得益函数的连续分布策略。例如象棋博弈虽然是一种完全信息的动态博弈，而且博弈阶段和路径数量是有限的，但因为象棋博弈的路径数量很大，即使最先进的电子计算机也无法在短时间内找出每步的最优决策，因此象棋比赛中不可能有人一开始就用逆推归纳法下棋。此外，在遇到两条路径利益相同的情况时逆推归纳法也会发生选择困难。因为逆推归纳法是通过逐个阶段的惟一最优选择寻找均衡路径的方法，如果某个博弈方在某个阶段遇到两种无差异的行为，就无法确定惟一的最优路径，逆推归纳法程序会在这里中断。这通常意味着存在多个子博弈完美纳什均衡，因此与静态博弈中多重纳

什均衡的情况一致。

其实，逆推归纳法更大的问题是对博弈方的理性要求太高，不仅要求所有博弈方都有高度的理性，不允许博弈方犯任何错误，而且要求所有博弈方相互了解和信任对方的理性，对理性（个体理性、集体理性、风险偏好等）有相同的理解，或进一步有“理性的共同知识”（Common Knowledgc of Rationality，CKR）(2)。现实中的决策者通常有相当大的理性局限，也必然会犯错误，对理性的相同理解和理性的共同知识更难满足，因此很难保证逆推归纳法得出的结论与他们的行为一致，基于逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡分析的预测的有效性往往就会有问题。

进一步，博弈方的理性局限和犯错误的可能性，还给我们提出了新的问题。对于理性的博弈方来说，如果其他博弈方偏离子博弈完美纳什均衡路径时，应该怎样进行后面的博弈就是一个很困难的问题。我们可以通过下面这个例子来更好地理解这个问题。

图3.22是一个并不复杂的三阶段动态博弈。用逆推归纳法很容易找出这个博弈的子博弈完美纳什均衡策略组合和相应的博弈路径，子博弈完美纳什均衡是“博弈方1在第一阶段选择L，第三阶段选择T；博弈方2在第二阶段选择N”，相应博弈路径是博弈方1第一阶段选择L，博弈结束。如果是在两个完全理性的博弈方之间进行博弈，上述策略组合和路径就是该博弈的必然结果。但如果考虑到博弈方理性的有限性，就不能完全排除博弈方1有在第一阶段的行为选择（也可理解成行为实施）中犯错误，采用R而不是L的可能性。这时候如果博弈方2是理性的，他应该怎样进行选择呢？

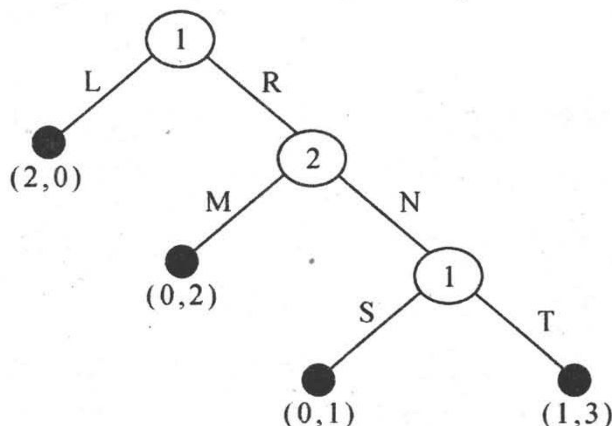


图3.22　博弈方“犯错误”导致的问题

如果按照上述子博弈完美纳什均衡的策略，博弈方2应该选择N，从而把进一步选择的权利交给博弈方1，因为理性的博弈方1在第三阶段会选择T，这样博弈方2可以得到3单位得益，比第二阶段自己直接选择M得到2单位得益更多。但一个明显的问题是，博弈方1在第一阶段选择R而不是L以后，博弈方2还能相信博弈方1的理性吗？！这种疑问的根据是，如果博弈方1确实是理性的，那么就绝对不会放弃在第一阶段选择L获得在本博弈中最高得益的机会，博弈方1放弃了这个机会只能说明他的理性有局限。因此，博弈方2在第二阶段仍然以博弈方1的理性为基础的选择N肯定应该受到怀疑。

这种问题给博弈方2的分析和决策造成了困难。这时候博弈方2首先必须确定的是博弈方1在第一阶段错误的性质，也就是说要确定博弈方1第一阶段所犯错误只是一种偶然的错误，并不意味着下一阶段还会继续犯错误，下一阶段犯错误的可能性并不大，还是应该认为博弈方1的理性层次很低，因此下一阶段继续犯错误的可能性非常大。此外，在有些博弈问题中，还需要考虑其他博弈方的“错误”究竟是不是含有某种深意，是不是故意犯的错误，目的是向另一方发出某种信号等。很显然，对于“犯错误”行为的判断不同，有效的对策就不同，对犯错误的性质的判断，正是解决犯错误引出问题的根本基础。

3.6.2　颤抖手均衡和顺推归纳法

应该怎样理解博弈方的错误，或者说博弈方相互之间怎样理解对方的错误？如果不能相信在前面阶段选择中犯错误的博弈方的理性，那么在后面阶段行为的博弈方该如何判断和行为，包括犯错误的博弈方在后面阶段的博弈中该怎样判断和行为，以及怎样判断对方对自己的判断的判断呢？这样的问题可以不断地递推下去。在确实遇到博弈方犯错误的情况下，这些关于理性及其判断的推理对后面的博弈进程和结果有重要的，甚至决定性的影响。这里简单介绍理解博弈方“犯错误”性质的两种主要方法。

一、颤抖手均衡

第一种方法是塞尔顿提出的“颤抖手均衡”的思想。颤抖手均衡是理解有限理性的博弈方在动态博弈中偏离子博弈完美纳什均衡行为最重要的思想之一，也是精练子博弈完美纳什均衡的一种均衡概念。

		博弈方2	
		L	R
博弈方1	U	10，0	6，2
	D	10，1	2，0

图3.23　一个2×2博弈的颤抖手均衡

由于扩展型表示的简单动态博弈可以转化成策略形，并用得益矩阵表示（矩阵的行列分别表示动态博弈中博弈方的策略），而用得益矩阵形式更容易说明颤抖手均衡的思想，因此我们首先用得益矩阵形式表示的博弈介绍颤抖手均衡的思想。以图3.23中博弈为例。在这个博弈中（D，L）和（U，R）都是纳什均衡，其中（D，L）对博弈方1较为有利，（U，R）对博弈方2较为有利。在不考虑博弈方的选择和行为偏差的情况下，这两个纳什均衡都是稳定的，都是该博弈可能的结果。

如果考虑到博弈方的选择和行为可能出现偏差，情况就会发生一定的变化。因为如果博弈方2有可能采用R，不管这种可能性多么小，博弈方1的最佳选择就是U而不是D。而博弈方2考虑到博弈方1的这种思路，就会选择R而不是L。因此（D，L）不再是一个具有稳定性的均衡。反过来，（U，R）的情况就不同。因为从这个策略组合出发，不管博弈方2是否有偏离R的可能，博弈方1都没有必要偏离U；对博弈方2来说，虽然博弈方1从U偏离到D对他的利益有不利影响，但只要博弈方1偏离的可能性不超过2/3，那么自己改变策略并不合理。因此（U，R）对于概率较小的偶然偏差来说具有稳定性，我们称具有这样性质的策略组合为“颤抖手均衡”(3)。很显然，（D，L）就不是一个颤抖手均衡。

注意如果我们把上面这个博弈中博弈方1的得益情况作少量改变，颤抖手均衡的情况就会发生变化。我们看下面图3.24中得益矩阵的情况。

		博弈方2	
		L	R
博弈方1	U	9，0	6，2
	D	10，1	2，0

图3.24　一个2×2博弈的颤抖手均衡

图3.24中博弈与图3.23博弈的惟一区别是策略组合（U，L）的博弈方1得益少了1单位。但正是这一点差异，使得在前一个博弈中非颤抖手均衡的（D，L），变成了后一个博弈中的颤抖手均衡。因为现在即使博弈方1仍然会考虑博弈方2偏离L错误选择R的可能性，但只要这种可能性确实很小（如不超过20%），那么博弈方1坚持选择D，而不是转向U，是最佳策略。因此在后一个博弈中（D，L）也是一个颤抖手均衡，该博弈有两个颤抖手均衡。

通过这两个例子的对比实际上我们不难看出，一个策略组合要是一个颤抖手均衡，首先必须是一个纳什均衡，其次是不能包含任何“弱劣策略”，也就是偏离对偏离者没有损失的策略。包含弱劣策略的纳什均衡不可能是颤抖手均衡，因为它们经不起任何非完全理性的“扰动”，缺乏在有限理性条件下的稳定性。

现在我们回到扩展形表示的动态博弈的情况。首先看图3.25中的博弈。在这个博弈中有两条子博弈完美纳什均衡的路径，一条是博弈方1在第一阶段选择L结束博弈，另一条是R—N—T—V。但第二条不是颤抖手均衡路径，因为只要博弈方1考虑到博弈方2在第二阶段有任何一点偏离N的可能性，第一阶段就不可能坚持R策略，因此后一条路径对应的子博弈完美纳什均衡是不稳定的。

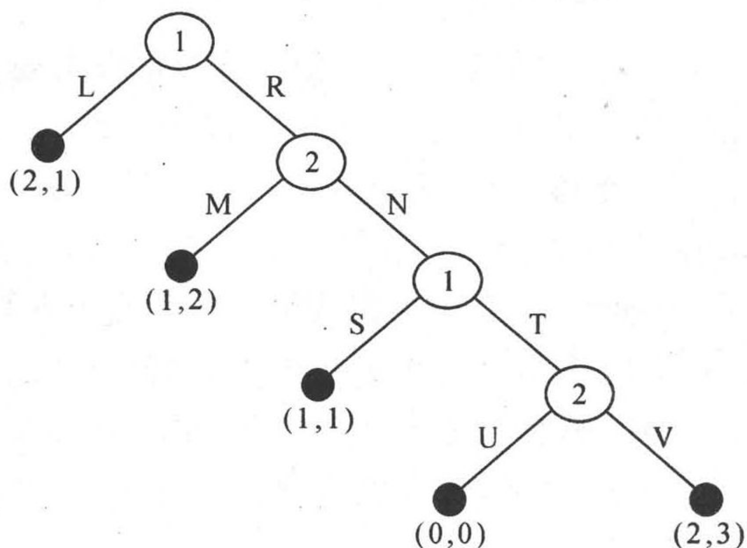


图3.25　扩展形动态博弈的颤抖手均衡

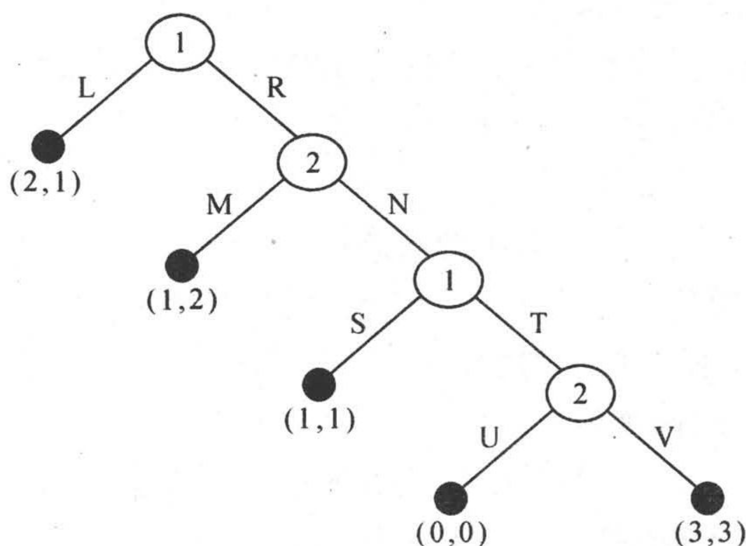


图3.26　扩展形动态博弈的颤抖手均衡

如果把这个博弈改变成图3.26中情况，情况也会发生变化。这时候该博弈中的R—N—T—V既是该博弈惟一的子博弈完美纳什均衡路径，同时也是颤抖手均衡。因为只要每个博弈方犯错误，偏离该路径的概率比较小，那么博弈方主观上都有坚持它的愿望。

通过上述分析可以看出，颤抖手均衡就是一种精练子博弈完美纳什均衡的概念。能够通过颤抖手均衡检验的子博弈纳什均衡，在动态博弈中的稳定性必然更强，预测也更加可靠一些。当然，颤抖手均衡本身并没有解决博弈方犯错误的问题，因此也不能保证它的预测一定就是实际博弈的结果，即使动态博弈中有惟一的颤抖手均衡。

最后，我们回到图3.22中的动态博弈问题。根据上述颤抖手均衡的思想，不难发现这个博弈中博弈方1在第一阶段选择L结束博弈，是该博弈惟一的子博弈完美纳什均衡路径，也是该博弈惟一的颤抖手均衡。但如果在实际进行这个博弈时，博弈方1在第一阶段选择了R而不是L，那么这时候博弈方2如果根据颤抖手均衡的思想来考虑，在第二阶段就还是会选择N而不是M，因为在从第二阶段博弈方的选择开始的子博弈中，M—T既是子博弈完美纳什均衡路径，也是颤抖手均衡路径，由于颤抖手均衡的思想把博弈方在各个阶段的错误看作是互不相关的小概率事件，因此博弈方1在第一阶段的错误不会使博弈方2不敢选择N。

二、顺推归纳法

颤抖手均衡只是理解博弈方错误和精练均衡的思想方法和概念之一，我们其实并不能保证它一定与现实中博弈方的思想方法一致，现实中的博弈方对相关问题很可能有其他的理解和处理方法，“顺推归纳法”（Forwards Induction）就是其中最重要的一种。

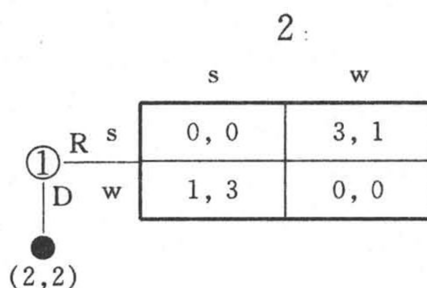


图3.27　van Damme博弈

我们用图3.27中van Damme（1989）提出的博弈例子说明顺推归纳法的思想。这个博弈第一阶段是博弈方1的选择阶段，博弈方1首先必须在D和R之间选择，如果他选择D，那么结束博弈，双方各得2；如果他选择R，则双方进行第二阶段的静态博弈。这个静态博弈有三个纳什均衡，即纯策略纳什均衡（s，w）和（w，s），以及双方都以3/4和1/4的概率分布随机选择s和w的混合策略纳什均衡。注意如果进行第二阶段的静态博弈，那么上述三个纳什均衡给双方的平均得益明显小于2。

这个博弈的纳什均衡路径之一，是博弈方1在第一阶段就选择D，而如果达到第二阶段的静态博弈（博弈方1自己在第一阶段实际选择了R），双方再采用第二阶段静态博弈的纳什均衡（w，s）。容易验证，（Dw，s）是该博弈的子博弈完美纳什均衡，并且也是颤抖手均衡。

但对于（Dw，s）是否确实是这个博弈的具有稳定性的均衡是有疑问的。因为如果在这个博弈中博弈方1在第一阶段确实选择了R，那么显然有比博弈方1的选择是出了差错更有说服力的解释，那就是博弈方1是有意识这么选择的。如果把这个博弈表示成图3.28中的得益矩阵（或称策略形）形式就很容易理解这一点。根据该策略形不难明白一个理性的博弈方本身就是不会选择Rw的，因为它是严格下策，博弈方1在第一阶段选择R而不选择D，就是准备在第二阶段选择s。在这样

的判断下，博弈方2在第二阶段的最佳选择就只有w。如果博弈方1相信博弈方2有分析能力，就可以预计到博弈方2的推理，知道自己第一阶段选择R，有把握在第二阶段实现对自己比较有利的均衡（s，w），这当然比第一阶段直接选择D更有利。因此既是子博弈完美纳什均衡，又是颤抖手均衡的（Dw，s），实际上是不稳定的。在这个博弈中真正具有稳定性，比较可能出现的均衡，是另一个子博弈完美纳什均衡和颤抖手均衡（Rs，w）。

		博弈方 2	
		s	w
博弈方1	D	2, 2	2, 2
	Rs	0, 0	3, 1
	Rw	1, 3	0, 0

图3.28　van Damme博弈策略形

上述分析说明了颤抖手均衡的思想方法确实并不能完全解决动态博弈中均衡的精炼问题。上述根据博弈方前面阶段的行为，包括偏离特定均衡路径的行为，推断他们的思路并为后面阶段博弈提供依据的分析方法，就是“顺推归纳法”。顺推归纳法考虑的是博弈方有意识偏离子博弈完美纳什均衡和颤抖手均衡路径的可能性，而不是偶然性的错误。顺推归纳法是精练纳什均衡的另一种重要的方法。

3.6.3　蜈蚣博弈问题

前面讨论的主要问题是现实中决策者理性的局限对逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡分析预测能力的影响。这似乎隐含了如果决策者满足完全理性假设，那么博弈的结果就一定可以通过逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡分析预测，如果进一步运用颤抖手均衡和顺推归纳法等思想，就可以得出更精确的预测。但这并不完全是事实，因为在动态博弈分析中还有其他意想不到的困难。对此我们可以通过“蜈蚣博弈”（Centipede Game）加以说明。

“蜈蚣博弈”是Rosenthal（1981）提出的一个动态博弈问题。之所以称为“蜈蚣博弈”是因为它的扩展形很像一条蜈蚣。蜈蚣博弈可以有不同的版本，图3.29给出的只是比较常见的一种，由1和2两个博弈方轮

流选择的多阶段动态博弈，共有198个阶段，所有得益数组中第一个数字是博弈方1的得益，第二个数字是博弈方2的得益。

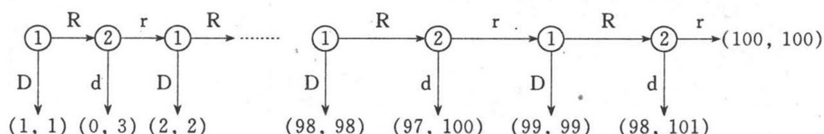


图3.29　蜈蚣博弈

上述博弈是两个博弈方之间的完全且完美信息的动态博弈，适合运用逆推归纳法进行分析。首先看博弈最后一个阶段博弈方2的选择，不难发现d是他的最佳选择，意味着如果博弈进行到这个阶段，博弈方1和2将分别得到98和101。然后再逆推回倒数第二个阶段博弈方1的选择，不难发现他的选择是D，因此博弈进行到这个阶段双方得益应该都是99。再逆推回倒数第三个阶段博弈方2的选择，同样不难发现博弈方2还是会选择d。依次类推，我们一直可逆推到博弈方1在第一阶段就会选择D，直接结束博弈，双方得益都是1。这就是逆推归纳法找出的本博弈的惟一的子博弈完美纳什均衡路径。

在这个博弈中，从个体理性出发的最优选择最终会导致极差结果的问题，发展到了极致。但蜈蚣博弈受到重视的更主要的原因，还在于事实上上述逆推归纳法分析结果与人们的直觉很不一致，而且实验的结果也证实了人们的直觉，在绝大多数随意选择的博弈方之间进行该博弈时，通常都不会出现上述逆推归纳法预测的结果。

上述理论与实际不一致的关键在哪里呢？答案可以从参加实验的博弈方1，对为什么会在第一次选择时选择R将主动权交给博弈方2这个问题的典型回答中找到，典型回答是“1元（假设我们在实验中采用的单位是元）的损失并不是一个很大的风险，即使博弈方2第一次选择时选择了d，自己损失1元也没有什么了不起，自己在第一次选择时选D虽然肯定能得到1元，但与选R保留获得99元的潜在可能相比，前者显然并不是好的选择”。因此至少在该博弈的初始阶段，选择把主动权交给对方，让博弈延续下去，对双方都是有很大潜在利益的投机，因此出现不符合理论预测结果的可能性很大。其实，对第一个选择的博弈方来说，只要感觉博弈方2有很小的合作精神，那么在第一阶段选择R而不是D就是真正理性的选择，而采用R而不是D也是他发现博弈方2是否有合作精神的惟一办法。

如果博弈方1在第一阶段确实选择了R，那么博弈方2在第二阶段会如何选择呢？很显然，如果博弈方2能够理解博弈方1的第一阶段选择中

包含的信号，也就是按照顺推归纳法的思路进行分析，那么他也会选择让博弈延续到下一个阶段而不是结束博弈。这种初步的合作对进一步的合作精神和相互的信心有明显的加强作用，因此该博弈中一旦出现合作的良好开端，合作必定会出现并持续下去，从而进一步否定逆推归纳分析得出的结论。

但是，我们并不能期望这种合作一直持续到最后一个阶段。因为随着结束阶段的临近，双方进一步合作的潜在利益越来越小，停止合作的可能性会越来越大，只要博弈方都是理性经济人，那么合作持续到最后一刻的可能性是不存在的，逆推归纳法的逻辑肯定会在某个时刻起作用。当然，如果不增加进一步的假设或信息，逆推归纳法的逻辑究竟在什么时候起作用，也就是双方的合作究竟在什么时候停止，很难加以预测。

根据上述分析也可以这样推论：如果上述蜈蚣博弈的阶段数大大减少，譬如只有3个或者5个阶段，那么开始时合作的可能性就要小得多。因为选择合作的潜在利益减少了许多，而承担的初始风险却是同样的，逆推归纳法的逻辑随时可能起作用；反过来，蜈蚣博弈的长度进一步加长，那么合作的可能性将比原来的蜈蚣博弈更大，或许平均来说合作的阶段数也会大大增加。

本章内容提要

本章介绍了完全且完美信息动态博弈的基本分析方法，并分析了不少经典动态博弈模型，包括有同时选择的两阶段动态博弈模型。

本章第一节先对完全且完美信息动态博弈的概念、特点和表示方法作了讨论。第二节对动态博弈特有的相机选择和可信性问题，以及纳什均衡分析方法的失效进行了讨论，并介绍了逆推归纳法这种动态博弈分析的核心方法。第三节进一步引进了动态博弈分析的核心均衡概念，即子博弈完美纳什均衡。第四节运用逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡概念分析了几个经典的动态

博弈模型，包括斯塔克博格模型、劳资博弈模型、讨价还价博弈和委托人—代理人理论。第五节则用这些工具讨论了关于间接融资及其风险性、最优关税决定和工资制度选择的几种有同时选择的两阶段博弈模型。因为这些博弈模型不仅是动态博弈分析很好的应用例子，而且本身都是非常重要的经济决策问题，因此对这些经典博弈的分析，既有利于我们掌握动态博弈分析的思路和方法，也给我们提供了关于许多经济问题的重要结论和启示。

本章的最后一节揭示了逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡分析的问题和缺陷，并引进了颤抖手均衡、顺推归纳法的概念，通过蜈蚣博弈对动态博弈分析的问题作了进一步的引申讨论。这些讨论对于我们加深对动态博弈分析的理解也有非常大的作用，尽管这些讨论仍然是很不全面的。

本章基本概念

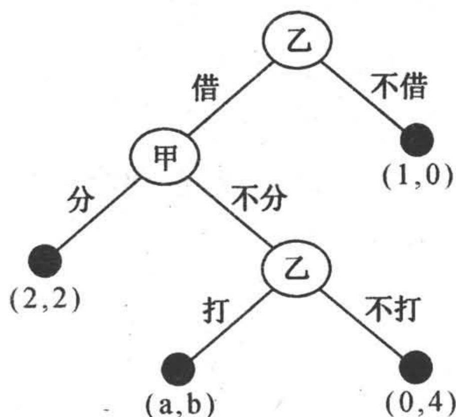
相机选择　可信性　子博弈　子博弈完美纳什均衡　逆推归纳法斯塔克博格模型　委托人—代理人理论　激励机制设计　激励相容约束参与约束　有同时选择的动态博弈　颤抖手均衡　顺推归纳法　蜈蚣博弈

本章思考题

1.动态博弈分析中为什么要引进子

博弈完美纳什均衡，它与纳什均衡是什么关系？

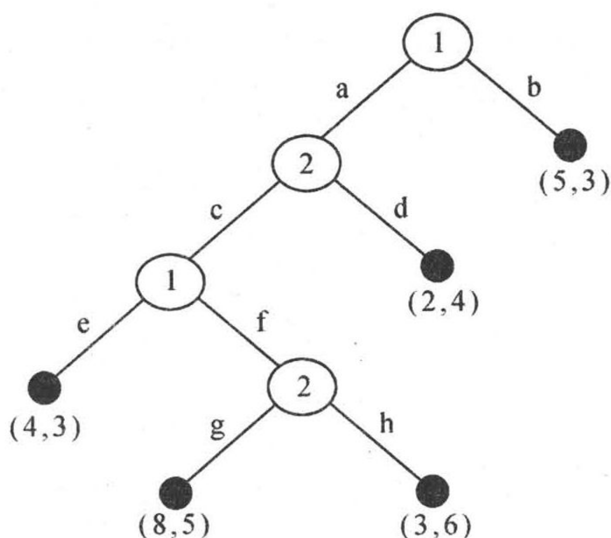
2.导论中图1.12的先来后到博弈中有几个纳什均衡，子博弈完美纳什均衡是什么？



3.博弈方的理性问题对动态博弈分析的影响是否比对静态博弈分析的影响更大？为什么？

4.如果开金矿博弈中第三阶段乙选择打官司后的结果尚不能肯定，即右图中a、b的数值不确定。试讨论本博弈可能有哪几种可能的结果。如果要本博弈中的“威胁”和“承诺”是可信的，a或b应满足什么条件？

5.设一四阶段两博弈方之间的动态博弈如下图所示。试找出全部子博弈，讨论该博弈中的可信性问题，求子博弈完美纳什均衡策略组合和博弈的结果。



6.三寡头市场有倒转的需求函数P = 100 - Q，其中Q是三厂商的产量之和，并且已知三个厂商都有常数边际成本2而无固定成本。如果厂商1和2先同时决定产量，厂商3根据厂商1和2的产量决策，问它们各自的产量和利润是多少？

7.求下列得益矩阵表示的对称博弈的颤抖手均衡。

博弈方 2

博弈方 1	A	B	C
A	0, 0	0, 0	0, 0
B	0, 0	1, 1	2, 0
C	0, 0	0, 2	2, 2

8.若有人拍卖价值100元的金币，拍卖规则如下：无底价，竞拍者可无限制地轮流叫价，每次加价幅度为1元以上，最后出价最高者获得金

币，但出价次高者也要交自己所报的金额且什么都得不到[这种拍卖规则是苏必克（Subik）设计的]。如果你参加了这样的拍卖，你会怎样叫价。这种拍卖问题有什么理论意义和现实意义。

9.根据3.4.4中对店主和店员之间委托人—代理人关系的分析，讨论在信息不完全的情况下，“基本工资+提成奖金”式的工资制度和租赁、承包制相比，哪种方式更能使雇员或承租、承包人的利益，与雇主或出租、发包人的利益一致，使代理人的行为更加符合委托人的利益？工资加奖金制度与租赁、承包制度各有什么优缺点？

【注释】

(1) 注意这种分解可行的前提是企业的生产没有固定成本，边际成本是常数，因此供给国内市场的数量和供给国外市场的数量对两个市场的平均成本都没有影响。

(2) 参见参考文献8。

(3) 颤抖手均衡较严格的定义是：如果有限策略博弈的一个纳什均衡（σ_1，…，σ_n）满足对每个博弈方i都存在一严格混合策略序列 $\{\sigma_i^m\}$，使得（1 $\lim_{m\to+\infty}\sigma_i^m=\sigma_i$；（2）对于任意正整数m，$(\sigma_1^m, \cdots, \sigma_n^m)$ 都是纳什均衡，那么（σ_1，

…，σ_n ）称为一个“颤抖手均衡”。注意上述定义中的混合策略序列必须是严格混合策略，即每个纯策略都有取到的可能性。此外这种混合策略序列只要存在一个即可。

第四章　重　复　博　弈

本章讨论重复博弈（Repeated Games）。重复博弈指基本博弈重复进行构成的博弈过程。虽然重复博弈形式上是基本博弈的重复进行，但博弈方的行为和博弈结果却不一定是基本博弈的简单重复，因为博弈方对于博弈会重复进行的意识，会使他们对利益的判断发生变化，从而使他们在重复博弈过程不同阶段的行为选择受到影响。这意味着我们不能把重复博弈当作基本博弈的简单叠加，必须把整个重复博弈过程作为整体进行研究。事实上这也正是需要讨论重复博弈问题的根本理由。

因为通常研究的大多数重复博弈是静态博弈的重复，而重复博弈又是一个动态过程，属于动态博弈的范畴，因此重复博弈与静态博弈和动态博弈都有关系。前两章的分析都是本章分析的基础。

4.1　重复博弈引论

4.1.1　为什么研究重复博弈

研究重复博弈的意义首先在于这种博弈关系在现实中有普遍性。前两章分别讨论的静态博弈和动态博弈模型，反映的都是社会经济活动中短期一次性的合作或竞争关系。但社会经济活动中除了短期一次性关系以外，还存在许多长期反复的合作和竞争关系。如两家企业在一个市场上的长期竞争，两个企业在遵守一份为期10年协议方面的默契，商业中的回头客问题等，就是长期经济合作和竞争关系的例子。

长期关系与短期关系之间的差别并不只是时间跨度长短的数量问题，而是有重要的性质差别。因为在短期关系中人们之间缺乏形成某种默契或合作关系，或者通过报复、制裁的威胁相互约束行为，追求共同利益的机会，而在长期关系中这样的机会就大得多。换句话说，就是长期关系中人们在考虑当前利益的同时需要兼顾未来利益，因此人们的行为选择和博弈的结果就更复杂，可能性也就更多。

当然，长期关系也可以理解成博弈阶段数较多，时间跨度较大的一般

动态博弈。但社会经济活动中的许多长期关系，并不像一般动态博弈那样，前一阶段与后一阶段之间有环环相扣的紧密联系，而是各个阶段之间有很强的相互独立性，各个阶段有独立的选择和利益，而且后面阶段选择的内容和利益形式上并不受前面阶段影响。例如商业活动中的回头客问题，商店和顾客的每次交易都是一个独立博弈关系，都有愿买愿卖或公平诚信的选择，都有利益和盈亏，把每次独立交易维系成回头客问题的仅仅是可能间接影响双方未来选择和利益的信誉、信任。把这种关系理解成重复博弈，显然比理解成复杂的长期动态博弈，更能反映问题的实质。这正是研究重复博弈的根本理由。

4.1.2　基本概念

一、重复博弈分类

重复博弈是静态或动态博弈的重复进行，或者说重复进行的过程。比较常见的是基本博弈重复两三次或者其他有限的次数，因为即使是社会经济活动中的长期关系，通常长度也是很有限的，有预定的结束时间。我们称这种由基本博弈的有限次重复构成的重复博弈为“有限次重复博弈”，可以用如下方式定义：

给定一个基本博弈G（可以是静态博弈，也可以是动态博弈），重复进行T次G，并且在每次重复G之前各博弈方都能观察到以前博弈的结果，这样的博弈过程称为“G的T次重复博弈”，记为G（T）。而G则称为G（T）的“原博弈”。G（T）中的每次重复称为G（T）的一个“阶段”。

注意重复博弈的一个阶段本身就是一个独立的静态博弈或动态博弈，各个博弈方都有相应的得益。这是重复博弈与一般动态博弈的主要区别之一。有限次重复博弈及其阶段与第三章讨论的有同时选择的动态博弈有一些相似，但重复博弈中各个阶段的博弈方和博弈内容都必须相同，而在有同时选择的动态博弈中则没有这样的要求。

理论上重复博弈可以无限制进行下去，不一定经过一定次数重复以后就必须结束。如果一个基本博弈G一直重复博弈下去，这样的重复博弈我们称为“无限次重复博弈”，记为G（∞）。无限次重复博弈的基本博弈也称为原博弈。无限次重复博弈是有无限个阶段的动态博弈。当然实际上谁都无法验证某个重复博弈确实会一直进行下去，因为人的生命和人类存在的时间都是有限的。但如果某个重复博弈没有可以预见的结束时间，各博弈方主观上认为博弈会不断进行下去，那么就

可以看作是无限次重复博弈，因为在这种情况下博弈方分析和决策的思路与无限次重复博弈是一致的。

除了有明确重复次数或结束时间的有限次重复博弈，以及无结束时间的无限次重复博弈以外，还有一种特殊的重复博弈问题，那就是重复博弈的次数虽然是有限的，但重复的次数或博弈结束的时间却是不确定的。这种重复博弈中博弈方的行为选择与确定结束时间的有限次重复博弈很不同，与无限次重复博弈则很相似，甚至可以通过某种方式与无限次重复博弈统一起来。这种重复博弈可以称为“随机结束的重复博弈”。

二、策略、子博弈和均衡路径

在动态博弈中，博弈方的一个策略意味着每次轮到其行为时针对每种可能情况如何选择的完整计划。由于重复博弈中每个博弈方在每个阶段都必须行为，因此博弈方的一个策略就是在每个阶段（即每次重复），针对每种情况（以前阶段的结果）如何行为的计划。

重复博弈是动态博弈，而且也有阶段的概念，因此它们也有子博弈的概念。重复博弈的子博弈就是从某个阶段（不包括第一阶段）开始，包括此后所有阶段的重复博弈部分。重复博弈的子博弈要么仍然是重复博弈（当重复次数在三次或以上时），只是重复的次数较少，要么就是原博弈（对两次重复博弈，或者三次及以上重复博弈的最后一个阶段）。有了子博弈的概念，与子博弈有关的概念和结论，包括子博弈完美纳什均衡概念，以逆推归纳法为核心的子博弈完美纳什均衡分析及相关结论，就都可以推广到重复博弈中。

动态博弈中各博弈方的策略组合对应一条路径，均衡策略组合则对应一条均衡路径，这些路径由各个阶段轮到行为的博弈方的行为依次连接而成。重复博弈也是动态博弈，也有路径的概念。但重复博弈的所有博弈方在每个阶段都必须行为，因此重复博弈的路径是由每个阶段博弈方的行为组合串联而成的。因为对应前一阶段的每种结果，下一阶段都有原博弈全部策略组合数那么多种可能的结果，如原博弈有m种策略组合，那么重复两次就有m^2条博弈路径，重复T次就有m^T条博弈路径，因此当T或m较大时，重复博弈的路径数是很大的。换句话说，重复博弈使博弈有了更多的可能性，分析重复博弈就是要在这些路径中找出具有稳定性的均衡路径，并分析它们的效率意义。

三、重复博弈的得益

任何博弈中博弈方策略选择的依据都是得益的大小，这在重复博弈中

仍然是成立的。但问题是重复博弈的得益与一次性博弈有所不同，因为它们的每个阶段本身就是一个博弈，各个博弈方都有得益，而不是整个博弈结束后有一个总的得益，因此博弈方是根据哪个得益选择，是根据当前阶段得益还是其他什么得益选择就成了问题。如果博弈方都是根据当前阶段得益选择，那么等于把重复博弈割裂成了一个个基本博弈，重复博弈就失去了意义。因此重复博弈中博弈方的行为、策略选择不可能只考虑本阶段的得益，而必须兼顾其他阶段的得益，或者说会考虑整个重复博弈过程得益的总体情况。

考虑重复博弈总体得益情况的方法之一是计算重复博弈的“总得益”，即博弈方各次重复得益的总和。另一种方法是计算各阶段的“平均得益”，即总得益除以重复次数。从研究重复博弈效率的角度，平均得益比总得益更有意义。需要注意的是，上述意义上的总得益和平均得益只有在有限次重复博弈中才能计算，或者说才保证是能够作为决策依据的有限数，在无限次重复博弈中不仅计算上述总得益和平均得益有困难，而且总得益常常是无穷大，因此无法作为判断和选择的依据。

此外，因为重复博弈的每次重复有时间上的先后次序，这意味着不同阶段的得益有时间上的先后之分。这在只有少数几次重复，而且每次重复间隔时间并不很长的情况下可能并不重要。但如果考虑的是重复次数很多，每次重复间隔时间又较长的有限次重复博弈，或者是无限次重复博弈时，得益的时间先后就不能不考虑。因为由于心理作用和资金有时间价值的原因，不同时间获得的单位利益对人们的价值是有差别的，忽略这一点就不可能得出符合实际的分析结论。解决这个问题的方法是引进将后一阶段得益折算成当前阶段得益（现在值）的贴现系数。贴现系数一般可以根据利率计算，公式为$\delta=1/(1+\gamma)$，其中γ是以一阶段为期限的市场利率。

有了贴现系数δ，如果一个T次重复博弈的某博弈方，某一均衡下各阶段得益分别为π_1，π_2，…，π_T，则考虑时间价值的重复博弈总得益现在值为

$$\pi=\pi_1+\delta\pi_2+\delta^2\pi_3+\cdots+\delta^{T-1}\pi_T=\sum_{t=1}^{T}\delta^{t-1}\pi_t$$

当然在重复次数较少，每次重复时间间隔不大，而且利率或通货膨胀率也较低的情况下，仍然可以用算术和表示有限次重复博弈的总得益。

给定贴现系数δ以后，若在无限次重复博弈一路径下，某博弈方各阶段得益为π_1，π_2，…，则该博弈方总得益的现在值就是对于无限次重复博弈来说，上述贴现系数δ和折算现在值的方法是必须的。因此有时无限次重复博弈也写成G（∞，δ）。

$$\pi = \pi_1 + \delta\pi_2 + \delta^2\pi_3 + \cdots = \sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

在考虑贴现因素的情况下，重复博弈的平均得益与不考虑贴现因素时的平均得益，必然也有所不同。通常可以用下列方式定义平均得益：

如果一常数 $\bar{\pi}$ 作为重复博弈（有限次重复或无限次重复）各个阶段的得益，能产生与得益序列π_1，π_2，…相同的现在值，则称 $\bar{\pi}$ 为π_1，π_2，…的“平均得益”。

很显然，无论是有限次重复博弈还是无限次重复博弈，如果一个重复博弈中某博弈方的得益本身始终是常数，那这个常数就是平均得益。这与不考虑贴现因素的情况是一样的。

有限次重复博弈不一定考虑贴现因素，因此不一定需要用上述平均得益概念。实际上如果把不考虑贴现因素理解为贴现率δ＝1，那么上述平均得益的定义仍然适用，而且与通常算术平均意义上的平均得益是一致的。

无限次重复博弈必然要考虑贴现问题，上述平均得益概念对无限次重复博弈就比较重要。由于无限次重复博弈每阶段得益都是 $\bar{\pi}$ 时，现在值为 $\bar{\pi}$ /（1－δ），而每阶段得益为π_1，π_2，…时，无限次重复博弈的得益现在值是 $\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$， 因此令

$$\bar{\pi}/(1-\delta)=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

$$\bar{\pi}=(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

这就是计算无限次重复博弈平均得益的公式。

四、随机停止和贴现率

如果对贴现率δ的含义作一些扩展，我们就可以把上述随机结束的重复博弈与无限次重复博弈统一起来。典型的随机结束重复博弈可以理解成在进行一个重复博弈时，每次都通过抽签来决定是否停止重复，如果抽到停止重复的概率为p，则抽到重复下去的概率为1 - p。设某博弈方在此博弈中的阶段得益为π_1，利率为γ，因为在第一次博弈以后能继续下一次重复的可能性是1 - p，因此第二阶段的期望得益为$\pi_2(1-p)/(1+\gamma)$，进一步第三阶段的期望得益为$\pi_3(1-p)^2/(1+\gamma)^2$，……所以该博弈方在该重复博弈中期望得益的现在值为：

$$\pi=\pi_1+\pi_2(1-p)/(1+\gamma)+\pi_3(1-p)^2/(1+\gamma)^2+\cdots$$
$$=\sum_{t=1}^{\infty}\pi_t\frac{(1-p)^{t-1}}{(1+\gamma)^{t-1}}=\sum_{t=1}^{\infty}\pi_t\left(\frac{1-p}{1+\gamma}\right)^{t-1}=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

其中最后一个等式是通过令（1 - p）/（1 + γ）= δ得到的。把这个δ与前面纯粹考虑时间价值的贴现率统一起来，我们就把已知概率的随机停止重复博弈与无限次重复博弈统一起来了，随机停止重复博弈问题可以当作无限次重复博弈来进行分析。因此，最终需要我们分析的仍然只是有限次重复博弈和无限次重复博弈两种类型的重复博弈。

4.2　有限次重复博弈

与无限次重复博弈相比，有限次重复博弈要更普遍一些，而且许多无限次重复博弈的分析也可以转化为有限次重复博弈，或者是以有限次重复博弈为基础的，因此我们首先介绍有限次重复博弈。由于重复次数较少的有限次重复博弈可以不考虑不同阶段得益的贴现问题，为了

简单起见，本节的讨论都不考虑贴现因素。

4.2.1　两人零和博弈的有限次重复博弈

重复零和博弈不会创造出新的利益。如重复进行猜硬币博弈，不管两个博弈方如何选择，每次重复的结果都是一方赢一方输，得益相加为0。因此在零和博弈或者它们的重复博弈中，双方合作的可能性根本不存在，即使双方都知道还要重复进行许多次基本博弈，也不会改变他们在当前阶段博弈中的行为方式，不可能变得（哪怕是暂时的）合作和顾及对方的利益。因此，在以猜硬币博弈为原博弈的有限次重复博弈中，每个博弈方的惟一正确的策略是在每次重复时都采用一次性博弈的纳什均衡策略，即各以0.5的概率随机选正面和反面的混合策略。重复博弈的结果是双方的平均期望得益和期望总得益都为0。

实际上，所有以零和博弈为原博弈的有限次重复博弈与猜硬币博弈的有限次重复一样，博弈方的正确策略都是重复一次性博弈中的纳什均衡策略。如在以齐威王田忌赛马作为原博弈的重复博弈中，不管重复次数多少，齐威王与田忌双方的正确策略都是在每次决定马的出场次序时采用混合策略，以1/6的相同概率随机选用6种可能的出场次序。每次重复齐威王的平均期望得益为1而田忌的平均期望得益为－1。如果重复T次，则齐威王的期望总得益为T，田忌的期望总得益为－T。

我们也可以用逆推归纳法论证上述结论。因为有限次重复博弈有最后一次重复，因此我们先从最后一次重复（也就是动态博弈的最后一个阶段）开始讨论。最后一次重复就是原零和博弈本身，而且已经不再有任何后续博弈，因此博弈方之间既没有任何合作的机会，也没有合作的必要，采用原博弈的混合策略纳什均衡策略是惟一合理的选择。逆推到倒数第二个阶段，有预见能力的理性博弈方都知道最后一个阶段的结果，因此在该阶段也不可能有合作的可能性。依次类推不难得出结论，在整个零和博弈的有限次重复博弈中，所有博弈方的惟一选择就是始终采用原博弈的混合策略纳什均衡策略。

上述结论也可以推广到非零和或多个博弈方，但博弈方的利益严格对立，没有纯策略纳什均衡的其他严格竞争博弈中。在以这些博弈作为原博弈构成的有限次重复博弈中，惟一的子博弈完美纳什均衡就是所有博弈方都始终采用原博弈的混合策略纳什均衡策略。

4.2.2 惟一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈

无纯策略纳什均衡的零和博弈和严格竞争博弈的有限次重复博弈，之所以不会改变博弈方的行为方式和博弈效率，原因是这些原博弈中博弈方之间的利益关系是严格对立的，矛盾是不可调和的。在有惟一纯策略纳什均衡的博弈中，博弈方之间的利益关系不再是始终对立的，而是有很大一致性甚至完全一致。在以这样的博弈为原博弈的有限次重复博弈中，博弈方的行为和博弈结果会不会发生本质的变化呢？

首先容易理解的是，如果原博弈惟一的纯策略纳什均衡本身就是帕累托效率意义上的最佳策略组合，那么因为符合所有博弈方的利益，因此有限次重复显然不会改变博弈方的行为方式。我们最关心的当然不是这种博弈，而是原博弈惟一的纳什均衡没有达到帕累托效率，因此存在通过合作进一步提高效率的潜在可能性的囚徒的困境式博弈，在有限次重复博弈中能不能实现合作和提高效率的问题。

一、有限次重复囚徒的困境博弈

我们首先以囚徒的困境博弈为例进行分析。囚徒的困境博弈是我们非常熟悉的两人静态博弈，这里仍然采用以前的假设，如图4.1所示。

		囚徒 2	
		坦白	不坦白
囚徒 1	坦白	−5, −5	0, −8
	不坦白	−8, 0	−1, −1

图4.1　囚徒的困境博弈

我们现在考虑该博弈重复两次的重复博弈，这可以理解成警方给这两个囚徒两次交代机会，两囚徒的最后得益（被关年数的负值）是两个阶段博弈中各自得益之和。在这个博弈构成的两次重复博弈中，两博弈方先进行第一次博弈，双方看到第一次博弈的结果以后再进行第二次博弈。

我们用逆推归纳法来分析该重复博弈，先分析第二阶段，也就是第二次重复时两博弈方的选择。很明显，这个第二阶段仍然是两囚徒之间的一个囚徒的困境博弈，此时前一阶段的结果已成为既成事实，此后又不再有任何的后续阶段，因此实现自身当前的最大利益是两博弈方

在该阶段决策中的惟一原则。因此我们不难得出结论，不管前一次博弈的结果如何，第二阶段的惟一结果就是原博弈惟一的纳什均衡（坦白，坦白），双方得益（－5，－5）。

现在再回到第一阶段，即第一次博弈。理性的博弈方在第一阶段就对后一阶段的结局非常清楚，知道第二个阶段的结果必然是（坦白，坦白），双方得益（－5，－5）。因此不管第一阶段的博弈结果是什么，双方在整个重复博弈中的最终得益，都将是第一阶段得益的基础上各加－5。因此从第一阶段的选择来看，这个重复博弈与图4.2中得益矩阵表示的一次性博弈实际上是完全等价的。

		囚徒 2	
		坦白	不坦白
囚徒 1	坦白	−10，−10	−5，−13
	不坦白	−13，−5	−6，−6

图4.2　逆推归纳法和等价博弈

由于图4.2得益矩阵中的得益不过是图4.1原博弈得益矩阵的所有得益上普遍加－5得到的，不可能改变博弈的均衡，因此该等价博弈仍然有惟一的纯策略纳什均衡（坦白，坦白），双方的得益则为（－10，－10）。这意味着两次重复囚徒的困境博弈的第一阶段结果与一次性博弈也一样，最终两次重复囚徒的困境仍然相当于一次性囚徒的困境博弈的简单重复。

根据上述分析方法，我们同样可以证明3次、4次，或者n次重复囚徒的困境博弈的结果都是一样的，那就是每次重复都采用原博弈惟一的纯策略纳什均衡，这就是这种重复博弈惟一的子博弈完美纳什均衡路径。

二、一般结论

事实上，上述结果是具有一般意义的。原博弈有惟一的纯策略纳什均衡的博弈，则有限次重复博弈的惟一均衡即各博弈方在每阶段（即每次重复）中都采用原博弈的纳什均衡策略。由于这样的均衡中各博弈方的策略都不存在不可信的威胁或许诺，因此这是子博弈完美纳什均衡。这也就是说，虽然此类原博弈可能存在潜在的合作利益，但因为有限次重复博弈的合作有确定的期限，因此最终效率较高的合作结果还是不会出现。这个一般结论可以归结为下面这个定理。

定理 设原博弈G有惟一的纯策略纳什均衡，则对任意正整数T，重复博弈G（T）有惟一的子博弈完美纳什均衡，即各博弈方每个阶段都采用G的纳什均衡策略。各博弈方在G（T）中的总得益为在G中得益的T倍，平均得益等于原博弈G中的得益。

这个定理也可以用逆推归纳法加以证明。证明要用到这样一个结论：在一个博弈中的每个博弈方的所有得益各自加上相同的值不会改变博弈均衡。这个结论的根据是所有策略组合的得益加相同数值不改变策略组合相互的优劣关系。

根据逆推归纳法，我们先分析该重复博弈的最后一个阶段，即第T次重复。由于第T次重复就是原博弈G，并且在该阶段之后不再重复，因此不管以前T－1阶段的博弈结果如何，在该阶段中各博弈方必然采用G的惟一的纳什均衡。然后再推回到前一阶段，即第T－1次重复。由于此时各博弈方都知道下一阶段博弈的结果，因此对每个博弈方来说，从该阶段开始的子博弈（最后两阶段）中各种策略组合的得益就是本阶段的得益加下一阶段的均衡得益，因为这个均衡得益是一个确定的值，因此根据前述结论，各博弈方在该阶段仍将采用G的惟一的纳什均衡。依此类推直至博弈的第一阶段。最终我们可得到结论，在原博弈G有惟一的纯策略纳什均衡时，各博弈方在每次重复时都采用G的纳什均衡，是有限次重复G[也就是G（T）]的惟一的子博弈完美纳什均衡。这就证明了定理。

三、有限次重复削价竞争博弈

有了上述一般结论，有惟一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈问题实际上就都解决了。这里应用上述结论对寡头市场削价竞争博弈的有限次重复博弈作一些讨论。寡头市场削价竞争博弈是市场经济中的常见博弈问题，可以用图4.3得益矩阵表示。

		寡头2	
		高价	低价
寡头1	高价	100，100	20，150
	低价	150，20	70，70

图4.3 削价竞争博弈

根据上述得益矩阵不难看出，这个寡头市场削价竞争博弈是一个典型的囚徒的困境型的博弈，一次性博弈的结果必然是双方都采用“削

价”策略，各得到70个单位的利益。这实际上相当于某种程度的价格战。很显然，一次性博弈的结果对两个寡头来说是不理想的，因为如果两个寡头可以形成合作，大家都采用高价，那么双方都能得到更高的利益100，这就是该博弈潜在的合作利益。由于两个寡头在同一个市场的竞争常常可以维持相当长的时间，因此可以看成重复博弈。如果假设两寡头都意识到相互竞争的市场格局大约可以持续5年，也就是面临一个5次重复博弈，它们是不是还会都采用低价，不断打价格战呢？

遗憾的是，上述问题的答案是肯定的。因为上述寡头市场削价竞争博弈是有惟一纯策略纳什均衡的博弈，因此根据前面得到的一般结论，以它为原博弈的有限次重复博弈的惟一的子博弈完美纳什均衡，就是两博弈方重复5次原博弈的纳什均衡策略，也就是削价，两寡头还是会不断打价格战。如果重复的次数是6次、7次等其他的有限次数，结果也是相似的。

同样地，上述一般结论也可以应用到古诺模型的重复博弈上。现实经济中也有在一定时间内反复多次的产量竞争模型，符合有限次重复古诺模型的基本特征。由于古诺模型也有惟一的纯策略纳什均衡，因此各个博弈方每次都会采用一次性博弈的古诺产量，这也是有限次重复古诺模型的惟一子博弈完美纳什均衡。

四、重复囚徒困境悖论和连锁店悖论

上面对有惟一纯策略纳什均衡博弈有限次重复博弈的分析及相关定理，分析思路清楚，结论也很强烈。但实际上在重复次数较多的情况下，上述结论还是可能有问题的，不仅可能与人们的直觉经验有矛盾，而且在理论上也会引起某些悖论。

首先是囚徒的困境博弈重复较多次数就会产生疑问。上述结论认为囚徒的困境博弈或囚徒的困境式博弈的有限次重复博弈，惟一的子博弈完美纳什均衡是每次都采用原博弈的纯策略纳什均衡，意味着有限次重复博弈并不能摆脱囚徒的困境的低效率均衡。但这与人们的直觉经验并不完全一致，因为根据这种结论寡头之间的价格战应该是随时都在发生的，但现实中寡头的价格战却明显没有这么普遍。当然这其中可能有寡头市场不符合有限次重复博弈假设的因素，但这也并不能完全排除上述理论和实践的直觉矛盾。此外，在重复囚徒的困境博弈的大量实验研究中，重复次数较大时的实验结果通常也与上述理论结论不同，包含合作的情况非常普遍。

另一个问题是塞尔顿1978年提出的“连锁店悖论”。连锁店悖论讨论的

问题是一个在n个市场（可理解成n个城镇）都开设有连锁店的企业，对于各个市场的竞争者是否应该加以打击排斥的策略选择。由于n个市场的竞争者一般不会同时进入竞争，如果忽略各个市场环境、竞争者不同等方面的微小差异，这个问题对上述连锁企业来说相当于一个n次重复的重复博弈，重复博弈的原博弈就是导论中图1.12扩展形表示的“先来后到”博弈。根据第三章的分析方法不难知道，竞争者选择进入，先占领市场的连锁企业选择不打击，是原博弈惟一的子博弈完美纳什均衡，是两个理性的博弈方之间博弈的惟一结果。根据上面的定理或者直接用逆推归纳法很容易证明，在以这个博弈为原博弈的有限次重复博弈中，惟一的子博弈完美纳什均衡是重复原博弈的纳什均衡。也就是每个市场的竞争者都进入，连锁企业都不加打击。但这种理论结论和预言也是显然有问题的，首先现实中类似问题的直觉经验与该理论结论明显不符。其次如果连锁企业对开头几个市场的竞争者不计代价地进行打击，那么这种打击的示范效应通常能够吓退其余市场的潜在竞争者，从而使得连锁企业能够独享其余几十个甚至更多市场的利益，总体上肯定是合算的。因此在理论上也能找到否定上述一般结论的根据，这也是关于有限次重复有惟一均衡博弈一般结论的悖论。

其实，有限次重复囚徒的困境博弈和连锁店悖论的问题，与上一章讨论的蜈蚣博弈都是相似的，问题的症结都在于在较多阶段的动态博弈中逆推归纳法的适用性。上述一般结论是根据逆推归纳法的逻辑和分析方法得到的，而否定一般结论的结论则是根据与逆推归纳法有很大差异的其他分析方法（如顺推归纳法等）得到的，当然难免会导致矛盾。因此，对我们来说最关键的问题是要弄清博弈方的决策所依据的逻辑，如果不搞清这一点，我们的判断就免不了要发生错误。

4.2.3 多个纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈

我们已经讨论了不存在纯策略纳什均衡和存在惟一的纯策略纳什均衡的两类博弈，作为原博弈构成的有限次重复博弈，它们共同的特点就是重复博弈本质上不过是原博弈的简单重复，重复博弈的子博弈完美纳什均衡就是每次重复采用原博弈的纳什均衡。这两类重复博弈并不能给博弈方带来比一次性博弈更好的结果。但是，如果重复博弈的原博弈有多于一个纯策略纳什均衡，情况就可能发生变化。我们以下面这个有两个纯策略纳什均衡博弈为例进行说明。

一、三价博弈的重复博弈

设一市场有两个生产同质产品的厂商，他们对产品的定价同有高、中、低三种可能。设高价时市场总利润为10个单位，中价时市场总利润为6个单位，低价时市场总利润为2个单位。再假设两厂商同时决定价格，价格不等时价格低者独享利润，价格相等时双方平分利润。这时候两厂商对价格的选择就构成了一个静态博弈问题，我们称为“三价博弈”，得益矩阵如图4.4所示。

		厂商2 H	厂商2 M	厂商2 L
厂商1	H	5，5	0，6	0，2
	M	6，0	3，3	0，2
	L	2，0	2，0	1，1

图4.4　三价博弈

很容易看出，这个三价博弈有两个纯策略纳什均衡（M，M）和（L，L），对应的双方得益分别是（3，3）和（1，1）。但这个博弈中两博弈方的总利益最大，而且也符合他们个体利益（仅次于在对方高价自己中价时的6单位得益）的策略组合（H，H）并不是纳什均衡，因此一次性博弈的结果不可能是效率最高的。那么，两次重复这个博弈情况会如何呢？

首先可以肯定的是，重复这个博弈使得博弈的可能结果出现了很多可能性，两次重复博弈的纯策略路径有$9\times9=81$种之多，加上带混合策略的路径可能结果的数量就更大。这些路径中的子博弈完美纳什均衡路径，有两阶段都采用原博弈同一个纯策略纳什均衡的，也有轮流采用不同纯策略纳什均衡的，也有两次都采用混合策略纳什均衡的，或者是混合策略均衡和纯策略均衡轮流采用。但最重要的是，在两次重复中确实存在第一阶段采用（H，H）的子博弈完美纳什均衡，其双方的策略是这样的：

博弈方1：第一次选H；如第一次结果为（H，H），则第二次选M，如第一次结果为任何其他策略组合，则第二次选L。

博弈方2：同博弈方1。

在上述双方策略组合下，两次重复博弈的路径一定为第一阶段（H，H），第二阶段（M，M），这是一个子博弈完美纳什均衡路径。这

个结论很容易证明：首先，第二阶段是一个原博弈的纳什均衡，因此不可能有哪一方会愿意单独偏离；其次，第一阶段的（H，H）虽然不是原博弈的纳什均衡，一方单独偏离，采用M能增加1单位得益，但这样做的后果是第二阶段至少要损失2单位的得益，因为对方所采用的是有“报复机制”的策略。因此偏离（H，H）是得不偿失的，合理的选择是坚持H。这就证明了上述策略组合确实是这个两次重复博弈的子博弈完美纳什均衡。

上述重复博弈中两个博弈方所采用的，首先试探合作，一旦发觉对方不合作则也用不合作相报复的策略，称为“触发策略”（Trigger Strategy）。触发策略是重复博弈中实现合作和提高均衡效率的关键机制，是重复博弈分析的重要“构件”之一。

实际上，在上述两次重复博弈中，当两博弈方都采用上述触发策略时，第二阶段都是一种条件选择。当第一阶段结果为（H，H）时，第二阶段必为（M，M），得益为（3，3）；而当第一阶段结果为其他8种结果时，第二阶段必为（L，L），得益为（1，1）。如果我们把（3，3）加到第一阶段（H，H）的得益上，把（1，1）加到第一阶段其他策略组合的得益上，就把原两次重复博弈化成了一个等价的一次性博弈，其得益矩阵如图4.5。这时候，我们当然很容易看出，（H，H）是一个纳什均衡，并且得益是两个博弈方的最佳得益，因此两博弈方必然会采用它（注意上述等价博弈是对应于两博弈方特定策略的，而不是一般意义的）。

厂商1 \ 厂商2	H	M	L
H	8, 8	1, 7	1, 3
M	7, 1	4, 4	1, 3
L	3, 1	3, 1	2, 2

图4.5　两次重复三价博弈的等价博弈

如果上面这个博弈重复的次数不是两次，而是三次或者更多，一般地说n次，结论也是相似的。仍然可以运用触发策略实现比较好的结果，子博弈完美纳什均衡路径为，除了最后一次重复以外，每次都采用（H，H），最后一次重复采用原博弈的纳什均衡（M，M）。当重复的次数较多时，平均得益接近于一次性博弈中（H，H）的得益（5，5）。

二、触发策略的进一步讨论

触发策略在理论上有很重要的意义，而且在现实问题中也不难找到这种策略的现实证据，因此它在重复博弈分析中有非常重要的作用。但如果仔细分析，不难发现上述触发策略也可能存在值得推敲的问题，就是报复机制的可信性。在上述两次重复三价博弈中，如果第一阶段的结果确实是（H，H），也就是在子博弈完美纳什均衡路径上，第二阶段的（M，M）符合双方的利益，当然不会存在问题。但如果第一阶段有二方偏离了均衡路径就会产生疑问。因为根据上述子博弈完美纳什均衡的策略，另一方将在第二阶段采用报复性的L策略，这样偏离的一方也只能采用L，双方都只能得到比较差的得益。因此上述触发策略在报复偏离均衡的博弈方的同时，报复者自己也会受到损失。如果未偏离的一方能够不计前嫌，还是与对方共同采用M，对他自己也是有利的。这必然引起上述触发策略是否真正可信的问题。

如果认为触发策略不可信，认为博弈方不可能真正采用触发策略，就相当于不管第一阶段结果如何，第二阶段都是（M，M），双方得益（3，3）。我们在第一阶段的所有得益上加（3，3），就得到这种情况下的两次重复博弈的等价一次性博弈，如图4.6中得益矩阵所示。不难发现，这时第一阶段的最佳选择不是（H，H），而是（M，M）。这意味着两次重复博弈的均衡路径是两次重复（M，M），即原博弈效率较高的一个纳什均衡。

		厂商2 H	厂商2 M	厂商2 L
厂商1	H	8，8	3，9	3，5
厂商1	M	9，3	6，6	3，5
厂商1	L	5，3	5，3	4，4

图4.6　重复三价博弈的等价博弈：不可信报复

实际上，触发策略中报复机制的可信性是一个很复杂的问题，会受到相互预期等很多复杂因素的影响。例如如果未偏离的一方并不想报复偏离的一方，而偏离的一方却因为害怕报复而采用L，结果是心慈手软的未偏离一方再次受到重大损失。这种可能性的存在，无疑会使报复机制的实施可能性大大增加。此外，我们还可以考虑策略的制定者和执行者相互分离，执行者会严格执行决策者指令的情况等，甚至可

以把重复博弈的策略理解成给博弈机器设定的程序。

其实，并不是每个重复博弈的触发策略都有可信性问题，触发策略在不少情况下是非常可信的。我们来看图4.7中得益矩阵表示的这个静态博弈的两次重复博弈。

根据图4.7中得益矩阵不难看出，这个博弈与前面的三价博弈的差别只是两博弈方都增加了两个可选策略，现在它有四个纯策略纳什均衡（M，M）、（L，L）、（P，P）和（Q，Q），得益分别是（3，3）、（1，1）、（4，1/2）和（1/2，4），效率较高的（H，H）也不是纳什均衡。正是由于比前一个博弈多了两个纯策略纳什均衡，因此在重复博弈中采用触发策略的余地就增加了，更重要的是构成的触发策略的报复机制更加可信。例如在两次重复中，两博弈方分别采用这样的触发策略：

		博弈方2				
		H	M	L	P	Q
博弈方1	H	5, 5	0, 6	0, 2	0, 0	0, 0
	M	6, 0	3, 3	0, 2	0, 0	0, 0
	L	2, 0	2, 0	1, 1	0, 0	0, 0
	P	0, 0	0, 0	0, 0	4, 1/2	0, 0
	Q	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	1/2, 4

图4.7　重复博弈时触发策略可信性较强的博弈

博弈方1：在第一阶段采用H，如果第一阶段的结果是（H，H），那么第二阶段采用M，否则采用P；

博弈方2：在第一阶段采用H，如果第一阶段的结果是（H，H），那么第二阶段采用M，否则采用Q。

不难证明，双方的上述触发策略组合构成该重复博弈的一个子博弈完美纳什均衡，而且双方的触发策略中的报复都是可信的，因为双方触发策略中的报复机制不仅本身可以构成纳什均衡，而且对报复者自己也是有利的。

三、两市场博弈的重复博弈

事实上，上述重复博弈中博弈方运用的触发策略，只是在有多个纯策略纳什均衡博弈的重复博弈中的有效策略之一，而且这种策略也并不是普遍适用的，在有些情况下其他策略可能比触发策略更有效。我们通过下面这个两市场博弈的重复博弈来加以说明。

		厂商2 A	厂商2 B
厂商1	A	3，3	1，* 4
	B	4，* 1	0，0

图4.8　两市场博弈

厂商1和厂商2同时面临两个市场机会A和B，假设每个厂商只有能力选择一个市场发展，即他们都有A或B两个可选策略。再假设对应两个厂商的不同选择，得益如图4.8中得益矩阵所示。这些得益情况的现实意义是，A市场较大但开发程度还很低，一家厂商单独不足以很好开发这个市场，因此单独一家选A市场得益只有1，而两家共同开发就能很好地发掘这个市场的潜力，故两家都选A市场双方都能得益3，总得益是6；与A市场相反，B市场是一个较小但开发程度较高的市场，因此只有一家厂商选B市场时，可得比较可观的4，但如果两家厂商都挤在这个市场则大家都会无利可图，只能得最差得益0。

很容易看出，上述一次性博弈有两个纯策略纳什均衡（A，B）和（B，A），得益分别为（1，4）和（4，1）。此外，该博弈还有一个混合策略纳什均衡，即厂商1和厂商2都以相同的概率在A、B之间随机选择，双方期望得益都等于0.25×（3+4+1+0）=2。如果两个厂商之间是严格不合作的，即不能相互商量并达成任何有约束力的协议，而且双方都是既希望自己独占B市场得高利润，又担心有在B市场两败俱伤的风险，也不甘心一家被单独留在A市场啃难啃的骨头，那么只有采取混合策略。当然混合策略所实现的期望得益其实也是很不理想的，但这却是一种无奈的选择。因为两个均衡的双方利益是不对称的，即使两厂商可以商量，也难以达成协议。因此在这个博弈的一次性博弈中，不仅总得益达到6，各得3的最佳结果（A，A）无法实现，而且在次佳的纳什均衡（A，B）和（B，A）上达成共识也不容易，博弈的结果很可能是或者部分包含（混合策略）双方采用B的最差结果。

那么，上述博弈的重复博弈又会怎样呢？我们仍然先考虑两次重复博

弈。首先，上述博弈的两次重复博弈有许多均衡路径。例如连续两次都采用原博弈同一个纯策略纳什均衡，第一次博弈（A，B）第二次还是（A，B），或第一次博弈（B，A）第二次还是（B，A），都是子博弈完美纳什均衡路径；连续两次采用混合策略均衡也是子博弈完美纳什均衡路径；两厂商轮流去两个市场，厂商1第一阶段去A第二阶段去B，厂商2在第一阶段去B第二阶段去A，即从（A，B）到（B，A），也是一条子博弈完美纳什均衡路径。厂商1先去B厂商2先去A也一样；一次纯策略均衡（A，B）或（B，A），另一次混合策略纳什均衡，同样也是子博弈完美纳什均衡路径。所有这些子博弈完美纳什均衡中两博弈方的策略都是无条件的，后一次博弈的选择并不取决于第一次博弈的结果。这与触发策略有明显的差别。其中轮流采用原博弈两个纯策略纳什均衡，即双方轮流去两个不同市场的策略，也是这类重复博弈中常用的策略，通常称为“轮换策略”。

很显然，上述不同的子博弈完美纳什均衡对应的双方得益有很大的差别。连续两次采用同一个纯策略纳什均衡的路径双方平均得益分别是（1，4）和（4，1）；两次采用混合策略纳什均衡则双方平均期望得益为2；采用轮换策略则平均得益都是2.5；一次纯策略，一次混合策略的双方平均得益分别是（1.5，3）和（3，1.5）。第一类均衡总得益比较高，但双方得益很不平衡；混合策略平均期望得益较低，因为包含了出现最不理想的（B，B）策略组合的可能性；相比较而言，双方采用轮换策略（如果能达成某种默契的话）的结果比前两种情况都要好一些和可接受一些，因为双方得益比采用混合策略的期望得益高，比两阶段同一纯策略纳什均衡的要公平，比一次纯策略一次混合策略均衡的期望得益也高。当然，双方都采用轮换策略仍然不是最理想的情况，因为与最佳结果（A，A）还有一定的差距。本博弈中之所以不能或不能部分实现最佳结果（A，A）的原因，是在这个两次重复博弈中博弈方没有运用触发策略的条件或者说机会。

为了对不同子博弈完美纳什均衡路径的效率进行比较，我们把它们各自的每阶段平均得益，以及原博弈纳什均衡的得益等，都在平面坐标图中表示出来，如图4.9所示。

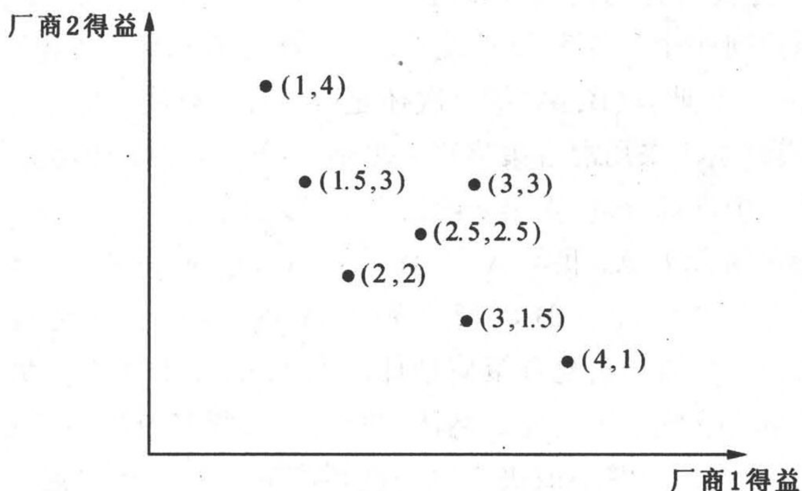


图4.9　两市场博弈及重复博弈各均衡的平均得益

图4.9更加直观地反映出，两市场博弈的重复博弈确实使博弈结果出现了更多的可能性，包括部分无论是平均得益还是公平性都比一次性博弈结果更好的均衡路径。这是令人很受鼓舞的结果。但两次重复博弈能够实现的均衡结果与该博弈潜在的最佳结果，得益为（3，3）的（A，A）还有差距，这种最佳结果是上述两次重复博弈无法实现的目标。

经过上述分析的启发我们不难想到，如果两市场博弈重复博弈的重复次数进一步增加，例如增加到3次或更多次，很有可能会使博弈结果有进一步的改善。我们首先讨论3次重复博弈的情况。

事实上，如果两市场博弈重复3次，则博弈的结果确实会得到进一步的改善，关键是在两次重复时没有条件运用的触发策略，在3次以上的重复博弈中有了运用的条件。例如现在厂商1和厂商2可以分别采用如下触发策略：

厂商1：第一阶段选A；如果第一阶段结果是（A，A），则第二阶段选A，如果第一阶段结果是（A，B），则第二阶段选B；第三阶段无条件选B。

厂商2：第一阶段选A，第二阶段无条件选B，如果第一阶段结果是（A，A），则第三阶段选A；如果第一阶段结果是（B，A），则第三阶段选B。

根据双方的上述策略，3次重复博弈的均衡路径是（A，A）到（A，B）再到（B，A）。其中第二、第三阶段本身就是原博弈的纳什均衡，因此不会有哪一方愿单独偏离。第一阶段的策略组合则并不是原博弈的纳什均衡，在这一阶段如果某博弈方单独偏离能得到较好的得益。但如果厂商1第一阶段偏离就会引起厂商2第三阶段的报复，从而将蒙受更大的损失，因此这种偏离是不可取的。厂商2在第一阶段偏离则会引起厂商1第二阶段的报复，结果也是得不偿失的，因此他最好也不要偏离。因此，由于有后面阶段利益的制约作用，虽然（A，A）不是原博弈的纳什均衡，但它作为3次重复博弈第一次博弈的策略组合却是有稳定性的，上述双方策略确实是该3次重复博弈的子博弈完美纳什均衡。此外，上述触发策略中的报复机制也有很强的可信性，因为该报复机制对偏离者有惩罚作用，而对报复者则是有利的。

上述子博弈完美纳什均衡实现的双方每阶段平均得益为（3+1+4）/3=2.67。不难验证该平均得益大于其他任何子博弈完美纳什均衡（如重复原博弈纳什均衡）实现的平均得益或平均期望得益。因此从总体效率的意义上，上述带触发策略的子博弈完美纳什均衡，是该3次重复博弈众多子博弈完美纳什均衡中效率最高的均衡。

如果我们进一步增加两市场博弈的重复次数，例如重复101次。这时候，如果厂商1采用触发策略“在前99次中都选A，但从其中的第二次开始，一旦发现哪次的结果不是（A，A），则改为B并坚持到底，最后两次重复与3次重复博弈后两次重复的策略相同”；厂商2采用触发策略“前99次选A，但从其中的第二次开始，一旦发现哪次的结果不是（A，A），则改为B并坚持到底，最后两次重复与3次重复博弈后两次重复的策略相同”。我们不难证明双方的上述触发策略也构成一个子博弈完美纳什均衡，双方的每阶段平均得益是（99×3+1+4）/101=2.99，非常接近于原博弈效率最高的非均衡策略组合的得益（3，3）。如果重复博弈的次数进一步增加，则接近程度还能进一步提高。

4.2.4　有限次重复博弈的民间定理

通过三价博弈和两市场博弈的有限次重复博弈分析可以看出，当原博弈有多个纯策略纳什均衡时，有限次重复博弈有许多效率差异很大的子博弈完美纳什均衡，并且可以通过设计特定的策略，主要是包含报复机制的触发策略，实现效率较高的均衡，充分发掘一次性博弈中无法实现的潜在合作利益。提高效率和发掘潜在利益的可能性和程度，则主要与运用特定策略的条件，采用什么样的策略，以及重复博弈的

次数很有关。

上述两个博弈的重复博弈引出的这些直觉是正确的，而且我们还可以用一个所谓的“民间定理”（Folk Theorem）来进一步强化、扩展上述结论。但在介绍民间定理之前，必须先引进几个得益概念。

首先，如果我们用wi记博弈方i在一次性博弈中最差的均衡得益，用w记各博弈方的wi构成的得益数组。其次，不管其他博弈方的行为如何，一博弈方在某个博弈中只要自己采取某种特定的策略，最低限度保证能获得的得益称为“个体理性得益”（Individual Rationality Payoff）或“保留得益”（Reservation Payoff）。第三，博弈中所有纯策略组合得益的加权平均（权数非负且总和为1）数组称为“可实现得益”（Feasible Payoff）。有了这几个得益概念，我们就可以给出次数较多的有限次重复博弈的“民间定理”：

有限次重复博弈民间定理：设原博弈的一次性博弈有均衡得益数组优于w，那么在该博弈的多次重复中，所有不小于个体理性得益的可实现得益，都至少有一个子博弈完美纳什均衡的极限的平均得益来实现它们。

这个定理之所以被称为“民间定理”，是因为在有人正式证明并发表之前，它已经是博弈理论界众所周知并当作当然成立的了。

以两市场博弈的重复博弈为例。在两市场博弈中，两个博弈方最差的均衡得益都是1，因此构成得益数组w＝（1，1）；只要采取A策略，两个博弈方都至少能得到1以上的得益，因此1就是这两个博弈方的个体理性得益；该博弈中的可实现得益就是图4.10中由（0，0）、（1，4）、（3，3）和（4，1）四点连成边界线围起来的整个阴影部分面积中点的坐标。很显然，该博弈的一次性博弈中显然存在均衡得益数组优于w，满足民间定理的条件，因此所有不小于个体理性得益的可实现得益，也就是图4.10中（1，1）、（1，4）、（3，3）和（4，1）四点连成边界线所围阴影部分（图中竖线条）面积中点对应的双方得益，都有子博弈完美纳什均衡或这种均衡的极限来实现它。例如（4，1）和（1，4）可用每次采用原博弈同一个纳什均衡的子博弈完美纳什均衡实现，这两点连线上的点可用原博弈两个纯策略纳什均衡的某种组合来实现，（3，3）可用重复次数不断增加时前述触发策略构成的子博弈完美纳什均衡的极限实现等。

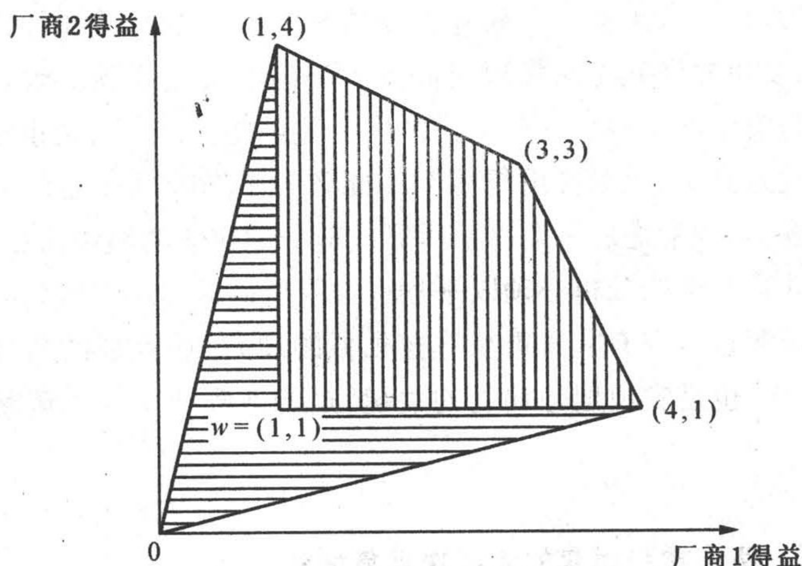


图4.10　两市场博弈有限次重复的民间定理

事实上，在所有可实现得益或优于w＝（1，1）的可实现得益中，只有处于（1，4）与（3，3）和（3，3）与（4，1）两条连线上，包括这三点本身的可实现得益有较重要的意义，因为它们代表了帕累托效率意义上最有效率的均衡得益。民间定理的关键意义正是在于保证这些得益有一定次数重复博弈的子博弈完美纳什均衡的平均得益可以实现或逼近它们。民间定理的这种结论对于帮助我们加强对重复博弈意义的理解，帮助我们在重复博弈中更好地把握机会，设计和运用高效率的策略，建立相互的默契和信任，从而争取实现更好的博弈结果，都有相当重要的意义。

当然，正如在有多重纳什均衡的一次性博弈中往往很难确定结果是哪个纳什均衡一样，在重复博弈中往往也很难确定博弈的结果究竟是哪个子博弈完美纳什均衡。现实博弈的结果很大程度上取决于博弈方对重复博弈结构和性质的了解，以及博弈方的分析能力和相互信任等因素，特别是博弈方是否具有设计和实行轮换策略、触发策略的能力和默契。

4.3　无限次重复博弈

有了分析有限次重复博弈的经验以后，本节进一步讨论无限次重复博弈。虽然无限次重复博弈与有限次重复博弈一样，也是基本博弈的重复进行，但两者还是有重要区别的。因为无限次重复博弈没有结束重复的确定时间，也就是最后一次重复。根据我们对有限次重复博弈的分析可知，存在最后一次重复正是破坏重复博弈中博弈方利益和行为的相互制约关系，使重复博弈无法实现更高效率均衡的关键问题。因此无限次重复博弈与有限次重复博弈的上述区别至关重要。与有限次重复博弈的另一个关键差异是，无限次重复博弈不能忽视不同时间得益的价值差异和贴现问题，必须考虑后一期得益折算成前一期得益的贴现系数，对博弈方选择和博弈均衡的分析必须以平均得益或总得益的现在值为根据。无限次重复博弈也有与有限次重复博弈相似的地方，那就是试图“合作”和惩罚“不合作”也是实现理想均衡的关键，是构造高效率均衡策略的核心构件。

4.3.1　两人零和博弈的无限次重复博弈

为了使讨论比较系统，我们仍然先从两人零和博弈开始讨论。通过上一节的分析已知，两人零和博弈的有限次重复博弈与一次性博弈并没有本质的差异，因为原博弈中博弈方的利益关系是对立的，根本没有合作的潜在利益，重复博弈并不会改变原博弈的利益对立关系，当然不会出现任何更好的结果。这种结论可以用逆推归纳法加以证明。那么在这种博弈的无限次重复博弈中情况会不会发生变化呢？

直观的判断是，两人零和博弈的无限次重复与有限次重复博弈的结果并不会有什么不同。因为重复次数的无限增加也不能改变原博弈中博弈方之间在利益上的对立关系，也不会创造出潜在的合作利益，因此在这种博弈的无限次重复博弈中，博弈方仍然是每次重复都根据当时的最大利益行为，采用原博弈的混合策略纳什均衡。

由于无限次重复博弈没有最后一个阶段，因此上述结论无法用通常的逆推归纳法证明，但还是可以用类似的方法进行分析。例如我们可以先讨论无限次重复的第t阶段，很显然，在第t阶段博弈方面临的仍然是一个无限次重复两人零和博弈，博弈方的利益关系不会因为第t－1阶段或前t－1阶段的结果而有任何改变，仍然是严格对立的，因此博弈方在第t－1阶段不会合作，同样的道理第t－2阶段、第t－3阶段也都不会合作，最终说明从重复博弈的第一个阶段开始就不可能合作。这就证明了在两人零和博弈无限次重复的所有阶段都不可能发生合作，博弈方会一直重复原博弈的混合策略纳什均衡。

与有限次重复博弈一样，上述结论也可以推广到更多博弈方、非零和的其他严格竞争博弈的无限次重复博弈。

4.3.2　惟一纯策略纳什均衡博弈的无限次重复博弈

现在讨论原博弈有惟一纯策略纳什均衡的无限次重复博弈问题。根据上一节的分析已知，有惟一纯策略纳什均衡的博弈可以分为两种情况：一种是原博弈惟一的纳什均衡本身是帕累托效率意义上最佳策略组合，符合各博弈方最大利益的情况；另一种则是惟一的纳什均衡并不是效率最高的策略组合，因此存在潜在合作利益的囚徒的困境式的博弈。前一种情况下，因为采用原博弈的纯策略纳什均衡本身是各个博弈方能实现的最好结果，符合所有博弈方的利益，因此不管是有限次重复博弈还是无限次重复博弈，都不会与一次性博弈有什么区别。我们主要关注的还是后一种情况，也就是囚徒的困境式博弈的无限次重复博弈。对于后一种情况的有惟一纯策略纳什均衡的博弈，上一节已经证明它们的有限次重复博弈结果是不理想的，因为理论上仍然不能实现比一次性博弈更好的均衡，虽然连锁店悖论等对此提出了一些质疑。以这种博弈为原博弈的无限次重复博弈的结果是否会有较大的不同，正是我们最关心的问题。下面通过具体的模型进行讨论。

一、囚徒困境式博弈的无限次重复

下面我们的分析将会表明，在囚徒的困境式博弈的无限次重复博弈中，对双方有利的合作（指双方克制自己的行为，为对方的利益和共同的利益着想，并非双方真的联合、协作）在子博弈完美纳什均衡中有可能存在，博弈可能会出现较理想的结果。为了比较容易理解起见，我们直接用图4.11中寡头削价竞争博弈的无限次重复来说明。其中H和L分别表示高价（不削价）和低价（削价）策略。

		博弈方2 H	博弈方2 L
博弈方1	H	4，4	0，5
	L	5，0	1，1

图4.11　两寡头削价竞争博弈

容易看出，该博弈的一次性博弈有惟一的纯策略纳什均衡（L，L），双方得益为（1，1）。这个纳什均衡并不是帕累托效率意义上的最佳策略组合，因为策略组合（H，H）的得益（4，4）比（1，1）要高得多。但因为（H，H）并不是该博弈的纳什均衡，因此在一次性博弈中不会被采用，这是一个典型的囚徒的困境类型的博弈。根据上一节的分析，该博弈的有限次重复博弈并不能实现潜在的合作利益，两博弈方在每次重复中都不会采用效率较高的（H，H）。

在这个博弈的无限次重复博弈中，我们假设两博弈方都采用如下触发策略：第一阶段采用H，在第t阶段，如果前t - 1阶段的结果都是（H，H），则继续采用H，否则采用L。也就是说，双方在无限次重复博弈中都是先试图合作，第一次无条件选H，如果对方采取的也是合作态度，则坚持选H；一旦发现对方不合作（选L），则用以后永远选L报复。我们不难证明，在不同期得益的贴现因素δ较大时，双方采用上述策略构成无限次重复博弈的一个子博弈完美纳什均衡。

我们首先说明双方采用上述触发策略是一个纳什均衡。方法是先假设博弈方1已采用了这种策略，然后证明在δ达到一定水平时，采用同样的触发策略是博弈方2的最佳反应策略。因为博弈方1与博弈方2是对称的，因此只要这个结论成立，就可以确定上述触发策略是两博弈方相互对对方策略的最佳反应，因此构成纳什均衡。由于在某个阶段出现与（H，H）不同的结果以后博弈方1将永远采用L，此时博弈方2也只有一直选择L。因此博弈方2对博弈方1触发策略的最佳反应策略的后半部分与触发策略的后半部分是一样的。现在关键是要确定博弈方2在第一阶段的最优选择。

如果博弈方2采用L，那么在第一阶段能得到5，但以后引起博弈方1一直采用L的报复，自己也只能一直采用L，得益将永远为1，总得益的现在值为

$$\pi = 5 + 1 \cdot \delta + 1 \cdot \delta^2 + \cdots = 5 + \frac{\delta}{1-\delta}$$

如果博弈方2采用H，则在第一阶段他将得4，下一阶段又面临同样的选择。若记V为博弈方2在该重复博弈中每阶段都采用最佳选择的总得益现在值，那么从第二阶段开始的无限次重复博弈因为与从第一阶段开始的只差一阶段，因而在无限次重复时可看作相同的，其总得益的现在值折算成第一阶段的得益为δ·V，因此当第一阶段的最佳选择是H时，整个无限次重复博弈总得益的现在值为

$V = 4 + \delta \cdot V$

或

$$V = \frac{4}{1-\delta}$$

因此，当

$$\frac{4}{1-\delta} > 5 + \frac{\delta}{1-\delta}$$

即$\delta > 1/4$时，博弈方2会采用H策，否则会采用L策。即当$\delta > 1/4$时，博弈方2对博弈方1触发策略的最佳反应是第一阶段采用H。由于从第二阶段开始的无限次重复博弈，与从第一阶段开始的无限次重复博弈是完全相同的，因此博弈方第二阶段的选择必然也是H，第三阶段也同样。依次类推，只要博弈方1采用前述触发策略，那么博弈方2的最优选择就始终是H。当然，如果博弈方1偏离H，博弈方2也必须用L来

报复。因此博弈方2对博弈方1触发策略的完整反应策略是同样的触发策略。这就证明了双方都采取上述触发策略是一个纳什均衡。

因为重复博弈的子博弈就是重复一定次数之后的全部重复博弈过程，因此无限次重复博弈的子博弈还是无限次重复博弈。由于前述两博弈方的触发策略在所有子博弈中都仍然构成相同的触发策略，因此必然也是这些子博弈的纳什均衡，从而上述触发策略组合构成整个无限次重复博弈的子博弈完美纳什均衡，其均衡路径为两博弈方每阶段都选择H。当然，上述结论只是在$\delta > 1/4$的情况下才成立。

其实，在该囚徒的困境型的博弈构成的无限次重复博弈中，子博弈完美纳什均衡路径不止上述一条，如两博弈方始终都选原博弈的纳什均衡（L，L）就是其中之一。但后者的得益要差得多，因此双方合理的选择是触发策略而不是坚持原博弈的纳什均衡。

二、无限次重复博弈的民间定理

通过对两寡头削价竞争的无限次重复博弈分析我们已经看到，在一次性博弈和有限次重复中都无法实现的囚徒的困境型博弈中的潜在合作利益，在无限次重复博弈的情况下是可能实现的。或者我们可以理解为，在有限次重复博弈中只有在原博弈有多个纯策略纳什均衡的情况

下会存在的合作，在无限次重复博弈的情况下只要原博弈有一个纳什均衡就可能存在。

其实，与上述结论相对应的，我们还有如下结论：在有限次重复博弈中，针对有多个纯策略纳什均衡博弈重复博弈的民间定理，在无限次重复博弈中对有惟一纯策略纳什均衡的博弈也是成立的。当然两个民间定理的表达略有不同。无限次重复博弈的民间定理如下：

无限次重复博弈民间定理：设G是一个完全信息的静态博弈。用（e_1，…，en）记G的纳什均衡的得益，用（x_1，…，x_n）表示G的任意可实现得益。如果$x_i > e_i$对任意博弈方i都成立，而δ足够接近1，那么无限次重复博弈G（∞，δ）中一定存在一个子博弈完美的纳什均衡，各博弈方的平均得益就是（x_1，…，x_n）。

关于无限次重复博弈的这个民间定理是弗里德曼（Friedman）1971年提出的。这个定理之所以称为民间定理完全是因为有限次重复博弈民间定理的关系。

在上述两寡头削价竞争模型的无限次重复博弈中，纳什均衡的得益数组为（1，1），所有可实现得益构成图4.12中由（1，1）、（0，5）、（4，4）和（5，0）四点连成边界线围成的整个阴影部分面积中点的坐标。无限次重复博弈的民间定理应用到该博弈中意味着，由图4.12中竖线条阴影部分中点的坐标对应的双方数组，在该博弈的无限次重复博弈中，都有无限次重复博弈的子博弈完美纳什均衡的平均得益来实现它们。

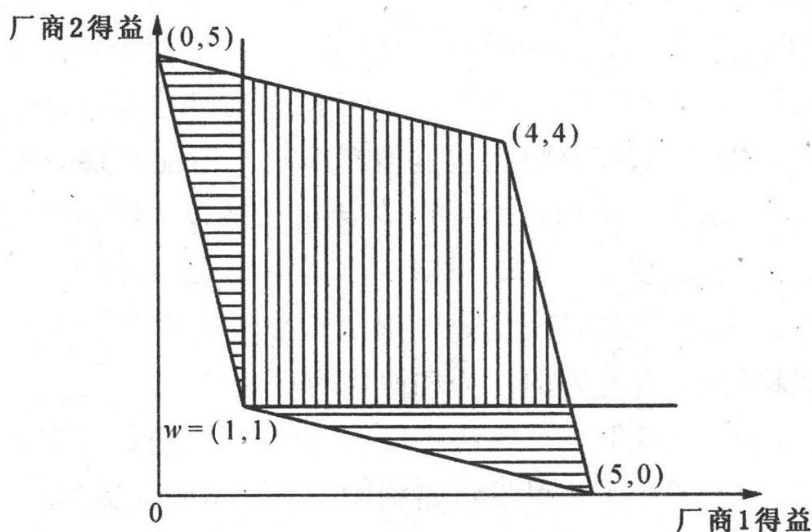


图4.12　两寡头削价竞争无限次重复博弈的民间定理

4.3.3　无限次重复古诺模型

通过对两寡头削价竞争这个典型的囚徒的困境型博弈的无限次重复博弈的分析，以及无限次重复博弈民间定理的介绍，我们知道对于无限次重复博弈来说，哪怕原博弈只有惟一的纯策略纳什均衡，也有可能用触发策略构造出效率较高的均衡，实现一次性博弈和有限次重复博弈都无法实现的潜在合作利益。当然，实现这样的目标是有条件的，那就是博弈方对未来利益一定要有基本的重视，反映在前述两寡头削价竞争模型中就是未来利益折算成现在值的贴现率$\delta \geq 1/4$必须成立。

前述两寡头削价竞争是各博弈方只有两种可选策略的离散策略博弈，囚徒的困境型博弈也可以是有无限多种策略的连续策略博弈。博弈方的行为选择越多，重复博弈的路径也越多，在无限次重复博弈中实现较高效率均衡的机会也会越多。对此，我们可以通过产量竞争古诺模型的无限次重复博弈加以说明。

一、古诺模型的无限次重复博弈和支持垄断产量的条件

古诺模型的一次性静态博弈是我们很熟悉的。我们仍然假设市场出清价格$P = P(Q) = 8 - Q$（$Q < 8$，若$Q \geq 8$，则$P = 0$），其中$Q = q_1 +$

q_2 为市场总产量，q_1 、q_2 分别为模型中两博弈方厂商1和2的产量，也即他们的策略。再设两厂商都无固定成本，边际成本都为2。那么，一次性博弈存在惟一的纳什均衡（2，2），即两厂商都生产2单位产量，该产量也称为“古诺产量”，用q_c 表示。如果该市场是一家厂商垄断，那么最佳垄断产量为q_m ＝3，纳什均衡的总产量4大于垄断产量3。如果两厂商各生产垄断产量的一半1.5，则两厂商的得益都会增加，但这在一次性静态博弈中不可能实现，在有限次重复博弈中也不可能实现。不过在现实经济中，寡占市场往往是相当稳定的，只要各寡头以为同样的市场格局会持续下去，都没有对变化的明确预期，寡头之间年复一年的产量竞争就完全可以看作无限次重复博弈，就是无限次重复古诺模型。那么在无限次重复的古诺模型中，博弈方的行为和博弈的均衡又会怎样呢？

首先，我们可以证明在无限次重复古诺模型中，当贴现率δ满足一定条件时，两厂商都采用下列触发策略构成一个子博弈完美纳什均衡：

在第一阶段生产垄断产量的一半1.5；在第t阶段，如果前t－1阶段的结果都是（1.5，1.5），则继续生产1.5，否则生产古诺产量q_c ＝2。

这种触发策略的实质同样是采用它的博弈方先试图合作，选择符合双方利益的产量，而一旦发现对方不合作，偏离对双方有利的产量，则以选择纳什均衡产量来进行报复。双方都采用上述触发策略的博弈路径为每阶段生产产量（1.5，1.5），双方每阶段的得益都是π^* ＝4.5。

设厂商1已采用该触发策略，如果厂商2也采用该触发策略，则每期得益4.5，无限次重复博弈总得益的现在值为：

$$4.5(1+\delta+\delta^2+\cdots)=\frac{4.5}{1-\delta}$$

如果厂商2偏离上述触发策略，则他在第一阶段（在其他阶段也一样，只要将前面几个阶段去掉考虑即可）所选产量应该是给定厂商1产量为1.5的情况下，自己的最大利润产量，即满足：

$$\max_{q_2}[(8-1.5-q_2)q_2-2q_2]=\max_{q_2}(4.5-q_2)q_2$$

解之得q_2 ＝2.25。此时他的利润为2.252＝5.0625，高于不偏离触发策略时第一阶段的得益4.5。但是，从第二阶段开始，厂商1将报复性

地永远采用古诺产量2，这样厂商2也被迫永远采用古诺产量，从此得利润4。因此，无限次重复博弈第一阶段偏离的情况下总得益的现在值是：

$$5.0625+4(\delta+\delta^{2}+\cdots)=5.0625+\frac{4\delta}{1-\delta}$$

当

$$\frac{4.5}{1-\delta}\geqslant 5.0625+\frac{4\delta}{1-\delta}$$

即$\delta \geq 0.5625/1.0625 = 9/17$时，上述触发策略是厂商2对厂商1的同样触发策略的最佳反应，否则偏离是他的最佳反应。

在上述情况下，实际上古诺模型已化为在两种策略（垄断产量的一半1.5和偏离产量2.25）之间的囚徒困境博弈。因此根据以前得到的结论，在$\delta \geq 9/17$时，双方都采用上述触发策略是一条子博弈完美纳什均衡路径；当$\delta < 9/17$时，偏离是厂商2对厂商1的触发策略的最佳反应。后一种情况说明未来得益折算成现在值的贴现系数太小，即博弈方太不看重未来利益时，他就会只顾为自己捞取更多的眼前利益，不会为长期利益打算，也不会害怕对方在未来阶段的报复，在这种情况下无限次重复博弈也不能提高原博弈的效率。前一种情况则刚好相反，由于贴现系数δ较大，因此对厂商2来说未来利益是足够重要的，他不会为了一次性的眼前利益而激怒对方，导致自己的未来利益、长期利益受到损失。

由于无限次重复博弈的子博弈仍然是相同的无限次重复博弈，因此当上述触发策略在整个博弈中构成纳什均衡时，在每个子博弈中必然也构成纳什均衡，因此是子博弈完美纳什均衡。

二、低水平的合作

$\delta < 9/17$时上述触发策略不是无限次重复博弈的纳什均衡，更不是子博弈完美纳什均衡。但这并不是说当$\delta < 9/17$时，两厂商就一定只能每阶段都采用古诺产量，实现每阶段结果为原博弈的低效率纳什均衡的得益。其实，虽然δ较小（$< 9/17$）时因为远期利益的重要性不足，无限次重复博弈也不能促使两厂商把产量都控制在$q_m/2 = 1.5$的低水平，但还是有可能使各厂商把产量都控制在比古诺产量q_c低的水平，即垄断产量的一半$q_m/2$和古诺产量q_c之间的某个中间产量水

平q^*。例如我们以q^*为基础构造一种双方共同采用的触发策略：

在第一阶段生产q^*（该产量在$q_m/2$和q_c之间，具体水平待定）；在第t阶段，如果前t－1阶段的结果都是（q^*，q^*），则继续生产q^*，否则生产古诺产量$q_c=2$。

双方都采用该触发策略时均衡路径为每阶段都是（q^*，q^*），两厂商的得益都为$\pi^*=(8-2q^*)q^*-2q^*=(6-2q^*)q^*$。我们假设厂商1已采用上述触发策略，那么如果厂商2也采用触发策略，则他的每期得益是$\pi^*=(6-2q^*)q^*$，无限次重复博弈得益的现在值为$\pi^*/(1-\delta)=(6-2q)q^*/(1-\delta)$。如果厂商2在第一阶段偏离（在其他阶段偏离也是一样的，只要把未偏离的前几阶段去掉，从偏离阶段开始比较即可），并根据厂商1的产量q^*决定自己该阶段的最大利润产量，则该产量必满足：

$$\max_{q_2}(8-q_2-q^*-2)q_2$$

解之得$q_2=(6-q^*)/2$，相应的得益（即利润）为$\pi_d=(6-q^*)2/4$。但是，从第二阶段开始，因为厂商1必然报复性地采用古诺产量$q_c=2$，因此厂商2也只能采用古诺产量2，从此得益永远为$\pi_c=4$。这样无限次重复博弈得益的现在值为

$$\pi_d+\frac{\delta}{1-\delta}\pi_c=(6-q^*)^2/4+\frac{4\delta}{1-\delta}$$

只有当

$$(6-2q^*)q^*/(1-\delta)\geqslant(6-q^*)^2/4+\frac{4\delta}{1-\delta}$$

即

$$(3q^*-6)[3(9-\delta)q^*-6(9-5\delta)]\leqslant 0$$

时，厂商2才愿意也采用上述触发策略，否则肯定会偏离。由于$q^*<2$，因此只有

$$q^* \geqslant \frac{2(9-5\delta)}{9-\delta}$$

时触发策略才是稳定的。也就是说，对于给定的δ水平，它能够支持的具有稳定性的最低“合作”产量q^*满足

$$q^* = \frac{2(9-5\delta)}{9-\delta}$$

δ越大，将来利益越重要，就能支持越低的子博弈完美纳什均衡产量q^*。当δ接近0，即将来的得益对博弈方来说几乎无意义时，q^*接近古诺产量2；当$0 < \delta < 9/17$时，$q_m/2 < q^* < q_c$，即$1.5 < q^* < 2$，δ越接近9/17，q^*越接近$q_m/2$；当δ达到或超过9/17时，就能支持最大效率的垄断低产量$q_m/2$。

从上述分析中，我们可以找到为什么通货膨胀严重国家的企业在经济活动中短期行为更为严重的一种理论根源。因为通货膨胀率越高，未来利益的折算成现在值的贴现系数就越低，企业就越是重视当前利益而不重视长期利益，因此它们的行为就有更强烈的急功近利特征。这种急功近利的短期行为往往对一国经济的长期稳定发展很有害。因此，通货膨胀太严重不仅在宏观经济的稳定运行方面有很大危害，而且对一个国家经济运行的微观基础方面也有很大的危害，政府必须加强对通货膨胀的控制，避免出现严重的通货膨胀。

三、加大惩罚力度和提高合作水平

在无限次重复古诺模型中，除了上述在一定条件下能成为子博弈完美纳什均衡的触发策略以外，实际上还可能构造其他同样也能实现高效率的子博弈完美纳什均衡，并且要求的条件更宽松（δ较小）的触发策略。我们看下面的策略：

第一阶段生产垄断产量的一半$q_m/2$；在第t阶段，如果第$t-1$阶段的结果为（$q_m/2$，$q_m/2$），则生产$q_m/2$，如果第t阶段的结果为（x，x），也生产$q_m/2$，否则生产x。

上述策略中x为比古诺产量q_c更高的待定惩罚性高产量，因为在本策略中惩罚不是永久性的，采用q_c不足以约束对方的行为。

这种策略实际上是一种胡萝卜加大棒的策略。如果两厂商之一偏离合作性的产量$q_m/2$，另一方就开始惩罚，两厂商之一偏离惩罚，也要

受另一方采用x的惩罚，而如果两厂商在一阶段中都惩罚，则下阶段重新试图合作。也就是说，采用该策略的博弈方在另一方与自己步调不一致时下一阶段采用较高的x加以惩罚，步调一致则在下一阶段用合作的态度“奖赏”对方，当然同时也是为自己争取更高的可能利益。我们现在来看双方都采用该策略在什么条件下是子博弈完美纳什均衡。

设双方都采用上述策略，则博弈路径是每阶段都采用（$q_m/2$，$q_m/2$），双方每阶段都得到垄断利润的一半πm/2，无限重复博弈得益的现在值为πm/[2（1 - δ）]。设厂商1已采用了该策略，如果厂商2也采用该策略，则无限重复博弈得益的现在值为πm/[2（1 - δ）]，平均得益为πm/2。但如果厂商2在第一阶段偏离，采用偏离产量q_d，则q_d必须满足：

$$\max_{q_d}\left(6-\frac{q_m}{2}-q_d\right)q_d$$

将q_m = 3代入，解之得q_d = 2.25，本阶段得益为π_d = 2.25^2 = 5.0625。第二阶段厂商1将采用x加以惩罚，这时厂商2第二阶段也必须采用x，因为这样才能避免厂商1第三阶段进行惩罚。这样，厂商2第二阶段的得益为πx =（6 - 2x）x = 6x - $2x^2$。假设此后合作重新开始并继续下去，双方都不再偏离合作（$q_m/2$，$q_m/2$）直到永远，则后面所有阶段的得益与双方从一开始就合作的得益完全相同。因此厂商2在第一阶段是否选择偏离的依据，就是第一阶段偏离所得到的好处与第二阶段受惩罚损失的现在值的大小关系。即当：

$$\delta\left(\frac{\pi_m}{2}-\pi_x\right)=\delta(4.5-6x+2x^2)$$

$$\geqslant \pi_d-\frac{\pi_m}{2}=5.0625-4.5=0.5625$$

时，也即δ ≥ 0.5625/（4.5 - 6x + $2x^2$）时，厂商2在第一阶段不会选择偏离，反之则会偏离。从该不等式看，厂商2是否偏离不仅取决于δ，即未来得益折算成当前得益的贴现系数，还取决于厂商1用于惩罚的产量x，如果x的数值太小，则惩罚的力度可能不够，不足以保证厂商2与厂商1真心合作。如在我们所用的具体例子中，如果选x = q_c = 2，即用古诺产量作为惩罚性产量，则δ必须大于1.125才能使厂商2保持合作，而贴现系数大于1通常是不可能的，因此厂商2必然是选择偏

离合作，不会害怕惩罚。如果要在$\delta=1/2$的情况下保证厂商2不偏离，则x至少不小于2.25（根据上述不等式还可解出当$x \le 0.75$时不等式右边也小于等于1/2，但小于$q_m/2$的产量根本不是惩罚性产量，而是奖赏对方的产量，对方决不会同样采用这样的产量而放弃增产的巨大利益，因此不用考虑）。

上面我们只考虑了厂商2在第一阶段是否偏离上述触发策略的选择，但实际上厂商2在后面任何一个阶段的情况与第一阶段是完全一样的，因为无论从哪个阶段开始都是一个无限次重复博弈，对方的策略也与从第一个阶段开始的重复博弈相同。因此，在惩罚性产量x和贴现系数δ满足一定条件，如$x \ge 2.25$，$\delta=1/2$的情况下，如果厂商2在第一阶段的选择是不偏离，则它在以后任何阶段的选择必然也都是不偏离。厂商1的选择与厂商2的完全一样。因此，当$x \ge 2.25$，$\delta=1/2$时双方采用前述策略是子博弈完美纳什均衡。这证明了在古诺模型的无限次重复博弈中，即使未来得益的贴现系数较小（如$\delta=1/2<9/17$），也可能存在合作性，能够实现比一次性博弈或有限次重复博弈更高效率的子博弈完美的纳什均衡路径。实际上，如果选择更大的惩罚性产量x，则对δ的要求还能进一步放宽。

四、石油输出国组织的例子

第二章介绍古诺模型的时候提到石油输出国组织的例子。这里再用这个例子来检验一下上述关于古诺模型重复博弈的结论。

我们在第二章已经说明了，石油输出国组织（OPEC）成员国是否遵守产量限额问题的实质，就是一个寡头产量竞争的古诺模型，一次性博弈是一个典型的囚徒困境，结论是每个成员国都会选择突破限额。这在很大程度上可以解释为什么OPEC的限产计划常常不成功。

但实际上，OPEC成员国的生产和出口是年年有的，可以相信OPEC成员国完全能够意识到这一点。因此把OPEC成员国的限产问题看作一次性博弈并不一定恰当，与现实之间可能并不一致，看成重复博弈更加符合实际情况，而且由于总体上该问题并没有明显的结束期限，因此是一个无限次重复博弈问题。

根据上面对无限次重复古诺模型的分析，我们知道OPEC成员国之间的合作是有可能出现的，也就是说限产计划是有可能成功的。OPEC应该有能力把产量控制在较低的水平上，把世界石油价格维持在较高的水平，使它们接近垄断的产量和价格水平。

那么，现实中OPEC成员国的实践结果是否支持上述结论呢？实际情

况其实是，OPEC在长期中既有很成功的时候，但也有很不成功的时候。在一段时间内能够成功地把油价从不到10美元1桶推高到30美元1桶，但另一段时间各个国家都争相突破各自的限额，甚至成倍超产，使油价从30美元一桶降到20美元、10美元一桶，此后则又能在各种因素的推动下再把油价推高到30美元区域甚至更高，然后油价又有一定回落。虽然我们很难准确计算出世界石油的最优垄断产量和价格，但从各个OPEC成员主观期望的角度判断，可知OPEC在限产博弈中确实是既有成功的时期，也有很不成功的时期。

那么，为什么OPEC成员的限产博弈会出现这样的结果？这与上述理论结论是不是有矛盾呢？其实，如果我们对问题的背景作一些分析，不难理解出现这种结果的原因。从成功的时期看，除了无限次重复博弈提供了形成合作的条件以外，主要有OPEC协调作用的因素；有最大成员国带头作用的因素；有海湾战争的影响和世界石油需求上升的因素等。从不成功的时期看，则有OPEC成员国自身理性和决策能力的问题，需要学习博弈和建立相互信任过程的因素；有部分成员国石油资源趋于枯竭，对他们来说重复博弈次数有限，长期利益的制约作用减弱的因素；有非OPEC国家竞争压力的因素；有成员国之间利益不平衡，部分国家觉得限额不公平，从而不愿合作的因素；有一些国家因为财政紧张，从而杀鸡取卵不考虑长期利益的因素；也有近年世界石油需求减少，市场情况发生较大变化的因素等。正是这些因素的作用，使得OPEC在限产和维持油价的问题上有时比较成功，但有时又不断遭到挫折。出现这样的结果，并不与无限次重复博弈理论的结论相矛盾，只是现实问题的背景比较复杂，而且也会发生不断的变化，因此现实问题的结果不可能像理论结论那么简单而已。

4.3.4　有效工资率

本书对劳动激励问题已经作了不少讨论，而且每次用的是不同类型的博弈模型和分析方法。这一方面说明了劳动激励问题在现代经济学中的重要意义，另一方面则说明了博弈论在劳动经济学中大有用武之地。实际上，用不同博弈模型对劳动激励问题的反复讨论，也给我们对不同博弈模型作用和特点的比较研究提供了很好的机会。这里我们再用重复博弈模型对这个问题作一些分析。

劳动激励博弈的内容大多与工资率或工资制度有关。对于现代厂商来说，并不总是尽可能压低雇员的工资，而是会根据投入产出的总体利益决定工资水平。因为在发展中国家，较高的工资意味着雇员有较好的营养和生活质量，劳动力质量和劳动效率较高，从而厂商的收益也

会增加。在发达国家，较高的工资意味着能吸引能力较强的工作人员，或促使工人更加努力工作，也有利于提高厂商的收益。因此对厂商来说，既要考虑降低劳动力成本，但也要用适当的高工资激励员工努力和提高产出，必须在考虑到工人对工资率反应的情况下确定最适当的、经济效率最高的工资率。这就是现代经济学中的“有效工资率”（Efficiency Wages）问题。

我们用下列一厂商一工人的简单模型的重复博弈，来说明这种关于工资率的博弈。注意这里重复博弈的原博弈是一个动态博弈而不是一个静态博弈。

模型是这样的：首先由厂商选择工资率w，然后工人选择接受或拒绝。如果工人拒绝，则他就只能做个体户，得到的收入w_0小于w；如果工人接受w，则工人还要选择是努力工作（负效用为e）还是偷懒（无负效用）。假设厂商无法看出工人工作是否努力，只能看到产量的高低。为了简单起见，设产量有高低两种情况，分别为$y>0$和0。再假设当工人努力工作时一定是高产量y，当工人不努力时却并不一定是低产量0，而是高产量y的概率为p，低产量0的概率为$1-p$。因此低产量毫无疑问说明工人偷懒，但高产量却并不能肯定工人努力。

如果厂商用工资率w雇用工人，则在该工人努力工作时，厂商的得益为$y-w$（假设单位产品的价格为1），工人的得益则为$w-e$。当工人偷懒时，厂商的期望得益为$py-w$，而工人的得益为w。

如果该模型是一个一次性博弈，则它的结果肯定是不理想的，因为通常厂商要预付工资给工人，或者即使发觉工人不努力也必须支付工资给工人，因此工人没有努力工作的动力，他必然会偷懒。由于厂商了解工人的这种思路，因此他决不会冒险去雇用一个肯定不会努力工作的工人（当p不够大时，$py-w$常是负数），因此他的选择必然是$w=0$。而工人则只能去做个体户。如果我们假设$w-e>w_0$，因此做个体户对工人也是不利的。

在无限次重复博弈（相当于工人是长期雇用而非临时工）中，厂商可以通过支付高于w_0的工资，并威胁一旦产量低就解雇工人的方法促使工人努力工作，这在一定条件下对厂商来说是合算的。当然，我们会想到除了提高工资以外，厂商可能还有其他方法可以促使工人努力工作，如计件工资或产量合同等。但实际上，没有一定水平的工资率，单靠其他方法促使工人努力工作的效果往往不理想。例如计件工资有时候不能保证质量，而产量合同又往往难以强制执行，因此虽然它们也会有一定效果，但脱离工资基础，光是其他措施肯定是不行的。

先假设厂商已经找到了最低的足以使工人努力工作的工资率w^*（我们后面会确定它），则可以在此基础上构成厂商和工人的下列触发策略：厂商在第一阶段给工资率w^*，在第t阶段，如果前面t-1阶段的结果都是（w^*，y），则继续给w^*，否则从此永远是$w=0$。工人的策略是如果$w>w_0$则接受，否则宁愿做个体户，得w_0，并在以前各期结果都是（w^*，y）和当前工资率为w^*时努力工作，否则偷懒。

厂商的触发策略与前面例子中的触发策略一样，先试图合作，一旦发现对方不合作，则永远转向原博弈的纳什均衡。工人的策略则有一点不同，因为工人在这个动态原博弈中是第二个选择方，因此不但能根据前面各阶段的结果选择，而且还能根据厂商当前阶段是否偏离合作进行决策，并且他的选择还有两个不同的层次，即是否接受工作和是否努力工作。

我们现在来分析一下，在什么条件下两博弈方的上述触发策略构成子博弈完美纳什均衡。

设厂商已采用上述触发策略。由于$w^*>w_0$，因此工人接受工作是最佳反应。假设工人努力工作，则他一定能生产出高产量，从而下一阶段厂商给的工资还是w^*，工人在下一阶段又面临同样的是否努力工作的选择。因此，如果努力工作是工人的最佳选择，用V_e记工人努力工作时无限次重复博弈得益的现在值，则：

$$V_e=(w^*-e)+\delta V_e$$

或

$$V_e=(w^*-e)/(1-\delta)$$

假如工人偷懒，则工人高产量的概率为p，低产量的概率为1-p。出现高产量厂商仍会给工资w^*，出现低产量厂商将永远解雇工人，工人得收入w_0。因此，如果用V_s记工人选偷懒时无限重复博弈得益的现在值，则：

$$V_s=w^*+\delta\left[pV_s+(1-p)\frac{w_0}{1-\delta}\right]$$

或

$$V_s=[(1-\delta)w^*+\delta(1-p)w_0]/(1-\delta p)(1-\delta)$$

因此，当

$V_e \geq V_s$

即

$$w^* \geqslant w_0 + \left(\frac{1-p\delta}{\delta(1-p)}\right)e = w_0 + \left(1+\frac{1-\delta}{\delta(1-p)}\right)e$$
$$= w_0 + e + \frac{1-\delta}{\delta(1-p)}e \qquad (4.1)$$

时，努力工作是工人的最佳选择。也就是说，要促使工人努力工作，厂商的工资w^*不仅要包括w_0+e，补偿工人的工作机会成本和努力工作的负效用，还必须在此基础上有一点升水 $\frac{1-\delta}{\delta(1-p)}e$ ，要求的升水幅度既取决于努力工作的负效用，也取决于未来得益折算成当前得益的贴现系数和偷懒也可能得到高产量的概率p。负效用越大则必须更多的工资补偿才愿努力工作。贴现系数δ越小则说明未来利益越不重要，要让工人当前努力工作以保持将来的工作机会，当然当前的工资也必须较高。偷懒得高产的概率越高，则工人丢饭碗的风险也就越小，除非工资更高，否则还是宁愿偷懒，当偷懒很难被发现（p接近1）时，要让工人努力工作必须工资非常高。上述几个参数都出现相反情况时，升水部分就可以较小，w^*只要比w_0+e略大即可。如δ接近1，工人对未来的得益看得很重，或p趋向0，工人偷懒马上会现原形时等。

对此处得到的结论引申一下，可以明白计划经济体制下劳动者工作不努力的根源。因为在计划经济体制下，偷懒总是难以发觉或无人去认真发觉，而计划经济时的工资又是固定在平均水平的，没有任何刺激力，因此工人必然会倾向于偷懒。事实上这就是计划经济大锅饭缺乏活力的根本原因。

反过来，如果工人已采用前述触发策略。厂商在怎样的条件下采用触发策略是最佳选择呢？对工人的选择，如果厂商给的工资率w^*满足（4.1）式要求，并且威胁一旦产量低就解雇工人，则各阶段得益为$y-w^*$，无限次重复博弈得益的现在值为$(y-w^*)/(1-\delta)$。如果不愿给w^*，则干脆解雇工人，因为低于w^*的工资不可能使工人努力工作，从解雇时起厂商的得益为0。因此，只要$y-w^*\geq 0$，厂商选择

前述触发策略就是对工人触发策略的最佳反应。

综上所述，在满足$y-w^* \geq 0$和（4.1）式的条件下，双方的触发策略构成一个纳什均衡。而$y-w^* \geq 0$和（4.1）式的结合实际上意味着：

$$y-e \geqslant w_0+\frac{1-\delta}{\delta(1-p)}e$$

即工人努力工作的产出y扣除其努力工作的负效用以后的剩余，必须不小于工人做个体户的收入（机会成本），加上一定比例的取决于努力的负效用、贴现系数和偷懒可能得高产量的概率的附加部分。该不等式正是存在有效工资率，工资激励有效的基本条件。

讨论上述触发策略组合的子博弈完美性之前，必须对本模型中的子博弈加一点说明。在阶段博弈（原博弈）是静态博弈时，重复博弈的子博弈都是从两个阶段（也就是两次重复）之间开始的，而在本例这种原博弈为动态博弈的重复博弈中，则除了从两次重复博弈之间开始的子博弈以外，还有从工人对厂商选择的反应开始的子博弈。这是动态博弈重复博弈和静态博弈重复博弈之间的差异。因此研究这种重复博弈中均衡的子博弈完美性，必须分两种子博弈进行讨论。不过，论证其实并不复杂。首先，从两次重复之间开始的子博弈，也即从厂商选定工资率开始的子博弈来看，因为它们是与原重复博弈完全相似的无限次重复博弈，因此当双方的触发策略在原重复博弈中是纳什均衡，在这种子博弈中必然也是纳什均衡。其次，从工人的选择、反应开始的子博弈中，如果假设前面各阶段都是纳什均衡，因而本阶段厂商还是选w^*，则工人的最佳选择是努力工作，而对工人的努力工作选择，厂商从下一阶段开始的反应还是坚持先选择一次w^*并坚持触发策略。因此在这种子博弈中双方的触发策略也是纳什均衡。这就证明了双方采用前述触发策略是这个重复博弈的子博弈完美纳什均衡。

在这个厂商与工人的重复博弈问题中，我们在模型的假定下，给出了在满足一定条件时能构成子博弈完美纳什均衡的双方触发策略。当然，这种模型也只是一种理论上的抽象或极度简化的模型，与现实问题还是有相当距离的。在将这种模型应用到实际问题中去时，必须考虑影响各方行为的其他各种因素。例如现实问题中厂商不可能在无可替代的情况下因为员工的一次性偷懒而永远解雇工人，因此厂商用永远解雇工人惩罚的可能性有多大是值得怀疑的。还有如果厂商雇用许多工人而不是一个工人的话，则可能需要杀一儆百的缘故，对单个工人解雇惩罚的可信性又会增强。假如还有另外的厂商存在，则另外的厂商是否会雇用被一厂商解雇的员工又在博弈中增加了新的可能性。

本章内容提要

本章讨论了重复博弈问题。重复博弈是一种特殊的动态博弈，对应现实中具有相对稳定性的长期关系。虽然重复博弈形式上只是静态、动态基本博弈的重复进行，但由于博弈方能够意识到博弈会重复进行，因此必须考虑长期利益关系，所以博弈方的行为就可能表现出与一次性博弈不同的特点。重复博弈主要包括有限次重复博弈和无限次重复博弈，当有限次重复博弈的重复次数较多或是无限次重复博弈时，必须考虑先后得到利益的价值差别。

本章通过对不同类型原博弈的有限次重复博弈和无限次重复博弈问题的理论分析，以及典型重复博弈问题的例子分析，得到了关于重复博弈的一些重要理论结论，并介绍了两个民间定理。本章的主要结论包括：重复博弈有可能促进博弈方的“合作”和提高博弈效率，但这在很大程度上取决于原博弈的具体情况。例如对于无纯策略纳什均衡的原博弈来说，不管是有限次重复博弈还是无限次重复博弈都不可能产生比一次性博弈更理想的结果，因为原博弈各博弈方的利益是严格对立的，重复博弈不会改变这种利益关系。对于有惟一纯策略纳什均衡博弈的重复博弈来说，结论是在有限次重复博弈中结果也不会更理想，因为其子博弈完美纳什均衡是各博弈方在每次重复时都采用原博弈的纳什均衡。当然在重复次数较大时该理论结论会引起一些疑问，

与实验结果也不尽一致，这就是重复囚徒的困境博弈和连锁店博弈的两个悖论；但在无限次重复博弈中，如果存在潜在的合作利益，那么当未来利益相当重要（由δ的水平反映）时，一定存在某种子博弈完美纳什均衡（通常由触发策略构成）能够实现这种利益，而且无限次重复博弈的民间定理还进一步说明任何程度的合作效率都能找到子博弈完美纳什均衡路径来实现它们。对于有多个纯策略纳什均衡博弈的重复博弈来说，不管是有限次重复博弈还是无限次重复博弈，都有可能实现一次性博弈潜在的合作利益和提高博弈效率，有限次重复博弈的民间定理也进一步给出了更强的结论等。

当然，重复博弈促进合作和提高效率的作用，最终要靠现实经济中的决策者们来落实。因此，现实中的决策者是否有足够的能力和相互理解发现和采用高效率的子博弈完美纳什均衡，对于有限次重复博弈和无限次重复博弈对博弈均衡和效率的改善有更大的实际作用。其实在现实经济和社会活动中，我们不难发现长期关系比短期关系容易合作和效率更高的例子。这实际上也印证了我们对重复博弈的理论分析是有道理的，而且也在很大程度上与社会经济中的现实情况相符合。

本章基本概念

重复博弈　有限次重复博弈　无限次重复博弈　随机停止的重复博弈　平均得益　总得益　贴现率

零和博弈的重复博弈　有惟一纯策略纳什均衡博弈的有限次（无限次）重复博弈　有限次重复博弈的民间定理个体理性得益　可实现得益　有多个纯策略纳什均衡博弈的有限次（无限次）重复博弈　无限次重复博弈的民间定理　有限次重复囚徒的困境连锁店悖论　触发策略　轮换策略　有效工资率

本章思考题

1.如果T次重复齐威王田忌赛马，双方在该重复博弈中的策略是什么？博弈结果如何？

2.举出现实生活中的一个重复博弈与一次性博弈效率不同的例子。

3.有限次重复博弈和无限次重复博弈有什么区别？这些区别对我们有什么启发？

4.若三次重复2.3.1的古诺模型，子博弈完美纳什均衡是什么？

5.分析两次重复2.4.2中制式问题时双方的均衡策略。

6.两次重复下面的得益矩阵表示的静态博弈。如果你是博弈方1，你会采用怎样的策略？

博弈方 2

博弈方 1	L	R	S
T	3, 1	1, 0	1, 1
M	2, 1	8, 7	12, 0
B	1, 1	0, 11	10, 10

7.两次重复下面这个得益矩阵表示的两人静态博弈。问能否有一个子博弈完美纳什均衡策略组合，实现第一阶段的得益是（4，4）？如能，给出双方的策略，如不能，说明为什么不能。如果策略组合（下，左）的得益改为（1，5）会发生什么变化？至少能在部分阶段实现得益（4，4）的条件是什么？

博弈方 2

博弈方 1	左	中	右
上	3, 1	0, 0	5, 0
中	2, 1	1, 2	3, 1
下	1, 2	0, 1	4, 4

8.求出下列得益矩阵表示的静态博弈的纳什均衡，并说明有限次和无限次重复该博弈时两博弈方的均衡策略。

		博弈方2	
		L	R
博弈方1	T	8, 6	4, 10
	M	4, 8	6, 4
	D	2, 0	0, 2

第五章　有限理性和进化博弈

在前几章讨论静态博弈、动态博弈和重复博弈时，除了少数地方考虑了博弈方的理性局限和犯错误可能性以外，基本上都以博弈方具有完全理性为基础。但对于现实中的决策行为者来说完全理性是很难满足的高要求，当社会经济环境和决策问题较复杂时，人们的理性局限是非常明显的。因此要保证博弈分析的理论和应用价值，必须对有理性局限的博弈方之间的博弈进行分析。本章首先就是为这个目的服务的。当然，本章要介绍的进化博弈本身就是现代博弈论最重要的研究领域之一，它的许多模型都有很大的理论和应用价值，能为我们提供更加丰富的博弈分析工具，掌握进化博弈论的一些初步知识对于读者是很有意义的。这是本章的第二个重要目的。

5.1　有限理性博弈及其分析框架

5.1.1　有限理性及其对博弈的影响

如果一个人做错过数学题，必须花一些时间才能学会玩一个新游戏，记不住经历过的全部事情，或失手打碎过杯盘，那么他（或她）的理性就有局限性。从这个意义上讲，完全理性的人根本就不可能存在。不过博弈分析研究的是人类在特定问题中的行为和决策，因此重要的不是始终一贯意义上的理性，而是人们在具体问题中的理性。在后面这种意义上完全理性假设是有可能成立的，但理性局限的情况也很普遍。人们在具体问题中的理性程度，除了与个体差异有关以外，与问题的复杂程度也有很大的关系，在分析相对简单的问题时有完全理性

的人在处理比较复杂的问题时就可能有很大的理性局限性。这些都有现实观察和实验经济学的充分证据加以证明。如果具体博弈的博弈方不满足完全理性假设，称为“有限理性博弈方”（Boundedly Rational Player），存在有限理性博弈方的博弈则可称为“有限理性博弈”，博弈方都有完全理性的博弈则称为“完全理性博弈”(1)。我们以前分析的大多是完全理性博弈。

完全理性包括（追求最大利益的）理性意识、分析推理能力、识别判断能力、记忆能力和准确行为能力等多方面的完美性要求，其中任何一方面不完美就属于有限理性。因此虽然完全理性是惟一的，但有限理性却有多种情况和层次。例如有时候博弈方的理性意识和分析推理能力很强，但会犯偶然的错误（颤抖手均衡讨论了这种情况）；有些博弈方有很强的理性意识，但分析推理能力、理解复杂交互关系的能力稍差；有些是理性意识和分析能力都有问题，既会冲动不理智也会犯错误；有些对静态环境的判断分析能力较强，但缺乏预见能力，因此能认识和改正错误。进一步在具有认识和改正错误能力的情况下，认识和改正错误的方式和速度也有差异，有些是分析基础上的调整，另一些只是简单模仿；有些学习速度很快，另一些则很慢。人类博弈方的理性既可能有较高的层次，也可能只有较低的层次，实际情况必须根据具体的问题进行判断。判断博弈方的理性属于哪种情况是有意义的，因为关系到博弈方的行为模式和博弈均衡的性质。

有限理性意味着博弈方往往不会一开始就找到最优策略，会在博弈过程中学习博弈，必须通过试错寻找较好的策略；有限理性也意味着一般至少有部分博弈方不会采用完全理性博弈的均衡策略，意味着均衡是不断调整和改进而不是一次性选择的结果，而且即使达到了均衡也可能再次偏离。不管是所有博弈方有限理性还是部分博弈方有限理性这些结论都是成立的，因为博弈问题中相互依存关系的特征很容易使部分博弈方的理性缺陷，甚至只是博弈方相互对对方理性的怀疑，引向对完全理性博弈分析预测作用的毁灭性破坏。因此要对有限理性博弈作出有效的分析预测，必须发展适合分析博弈方的学习和策略调整过程，适合分析这种学习和调整的动态过程中的稳定性和动态趋势的概念和分析方法。

5.1.2　有限理性博弈分析框架

对有限理性博弈的上述简单分析，已经给我们指出了适用于分析有限理性博弈的均衡概念的基本特征。在有限理性博弈中具有真正稳定性和较强预测能力的均衡，必须是能通过博弈方模仿、学习的调整过程

达到，具有能经受错误偏离的干扰，在受到少量干扰后仍能“恢复”的稳健的均衡。在以往一次性静态、动态博弈的分析框架内，很难引进具有上述性质的均衡概念。因为博弈方的一次性选择根本无法反映博弈方的学习过程，也无法讨论均衡的动态稳定性问题。虽然重复博弈有一个时间过程，但重复博弈分析是以博弈方有高度的预见和分析能力，有能力把重复博弈作为一个完整过程，并制定在整个重复博弈过程中行动计划意义上的策略为基础的，当然也无法包含有限理性博弈方可以预期的错误和学习过程。

有限理性博弈的有效分析框架是有限理性博弈方构成的，一定规模的特定群体内成员的某种反复博弈。例如某个由缺乏足够预见性的个体组成的小群体，其成员都对当前局面作出反应，或者相互学习、模仿邻居的优势策略的情况。也可以是在大量博弈方组成的群体中成员之间随机配对的反复博弈，相当于现实经济中对象或伙伴不固定的，多个或大量个体之间的较长期经济关系。这些分析框架通常假设博弈方有一定的统计分析能力和对不同策略效果的事后判断能力，但没有事先的预见和预测能力。这种分析框架与人们在现实决策活动中的实际行为模式是比较接近的。在这种分析框架中，博弈分析的核心不是博弈方的最优策略选择（这是大多数经济分析、决策分析的核心），而是有限理性博弈方组成的群体成员的策略调整过程、趋势和稳定性。此处稳定性指群体成员采用特定策略的比例不变，而非某个博弈方的策略不变。这种博弈分析既可以检验博弈策略在有限理性博弈方的学习和动态调整过程中的稳定性，因此有一种均衡选择作用，也可以研究有限理性博弈方的学习和策略调整将导致的群体（社会）意义上的策略均衡及其效率意义，解释各种社会经济现象。不难理解，这种有限理性博弈分析不仅在现实性方面比完全理性博弈分析优越，而且在理论意义和应用性方面也绝对不差于完全理性博弈分析。

有限理性博弈分析的关键是确定博弈方学习和策略调整的模式，或者说机制。由于有限理性博弈方有很多理性层次，学习和策略调整的方式和速度有很大不同，因此必须用不同的机制来模拟博弈方的策略调整过程。例如当博弈方的理性程度比较低或者涉及到集体决策时，可以采用生物进化的“复制动态”机制模拟博弈方的学习和动态调整，因为这时候博弈方意识到错误和调整策略的能力较差，经济行为的变化更多是缓慢的“进化”而不是快速的学习。但当博弈方有较强的学习能力，如只要各种策略的得益略有差异，所有博弈方都会立即模仿较成功策略时，博弈方的行为就不能用生物进化的复制动态来模拟，而必须用反映这种快速学习能力的动态机制来模拟等。事实上，不仅不同博弈的博弈方的理性和学习能力有差异，需要多种动态机制来模拟，甚至同一个博弈中的不同博弈方在理性方面也可能会有很大差异，需

要不同的动态机制来描述和分析。

当然，作为博弈论的基础教材，我们不可能对所有层次的有限理性博弈都作介绍，只能讨论一些比较基本典型的情况。本书讨论的一种情况是有快速学习能力的小群体成员的反复博弈，相应的动态机制称为“最优反应动态”（Best-response Dynamics）。本书介绍的另一种情况是学习速度很慢的成员组成的大群体随机配对的反复博弈，策略调整用生物进化的“复制动态”（Replicator Dynamics）机制模拟。这两种情况都有很大的代表性，对我们理解有限理性博弈都有重要意义。特别是其中的后一种情况，因为它的理性要求特别基本，因此对这种情况的分析更能有效帮助我们理解有限理性博弈的意义，对理解其他情况有很大的作用。

人类的有限理性博弈可以用生物进化的动态机制来模拟，肯定对我们有思想上的震动。因为人类区别于其他动物的根本特征正是具有分析和学习能力，特别是具有预见能力，因此即使我们考虑人类博弈方的理性局限，通常也仍然会认为人们的理性层次是较高的，如属于分析复杂情况有一定困难或会犯偶然的错误，但很快能发现并改正的情况。这也正是以往的博弈和经济分析都以完全理性为基本假设，忽视理性局限的主要依据。但实际上人类的理性远没有我们想象或希望的那么好，缺乏预见和犯愚蠢错误的事情经常发生，在集体选择问题中表现出来的理性则更差，甚至并不比低等动物、生物种群的选择能力强多少。人类社会频繁发生各种战争和冲突，企业和国家选择领导人方面表现出来的盲目性和低效率等许多问题，都是人类理性有很大局限性的证据。而人类以外的动植物虽然没有多少推理能力，更不会用必要和充分条件解博弈。但动物也有一定的策略选择性和学习模仿能力，它们对领地和配偶的竞争与人类的许多行为很相似。而且人类面对比较复杂的选择问题时也常常是凭本能直觉行为而不是根据优化分析、博弈分析决策和行为，或者只是模仿比较成功的策略，与其他动物的行为模式很接近。此外，人类社会的制度和格局、领导人的选择，以及文明的产生和消亡，通常也不是社会和政治家等选择的结果，而是通过自然选择淘汰的“进化”过程，在长期的国际竞争中逐步形成的，这与生物社会的进化过程也很相似。因此可以借鉴生物进化的动态机制分析人类的博弈问题并不奇怪。

其实，不仅有限理性博弈方的学习和策略调整可以用生物进化的复制动态机制模拟，而且前面提出的分析有限理性博弈的有效均衡概念的特征，也与生物进化博弈的“进化稳定策略”（Evolutionary Stable Strategy，ESS）概念非常相似(2)。正是因为这些原因，通常也把研究有限理性博弈的理论称为“进化博弈论”或“经济学中的进化博弈

论”。

根据上面的讨论我们知道，有限理性条件下进化博弈分析的意义主要不是在于对一次性博弈结果或短期经济均衡等的预测，而在于对在比较稳定的环境中，人们之间非固定对象经济关系长期稳定趋势的分析。因此，进化博弈分析的结论除了可以作为完全理性博弈分析结论的印证和选择工具以外，主要可以用来预测某些经济关系未来长期中的变化趋势，只有在我们所研究的经济关系或问题已经存在了较长的时间，这种结论才可以直接用于对当前或近期情况的判断。

5.2 最优反应动态

本节首先讨论代表性的情况之一，即少数有快速学习能力的有限理性博弈方之间的反复博弈和策略进化。这种分析框架对博弈方的理性假设为相当快的学习能力，虽然在复杂局面下准确判断分析和运用预见性的能力稍差，但它们能对不同策略的结果作出比较正确的事后评估，并相应调整策略。因此给定前期的经验（博弈结果），各个博弈方本期都能找到和采用针对前期其他博弈方（全部或临近的部分博弈方）策略的最佳反应策略。最适合描述这种理性层次博弈方的策略调整的动态机制，就是所谓的“最优反应动态”（Best Response Dynamics）。

5.2.1 协调博弈的有限博弈方快速学习模型

首先通过一个5个有限理性博弈方之间，相邻博弈方相互博弈的快速学习动态调整模型，讨论具有快速学习能力的有限理性博弈方的动态策略调整和稳定性问题，介绍最优反应动态的思想和分析方法。

首先假设博弈方的博弈内容是图5.1中得益矩阵表示的两人对称静态博弈，我们称它为“协调博弈”（Coordination Game）（协调博弈实际上是与“囚徒的困境”相似的，有共同性质的一类博弈）。

		博弈方2	
		A	B
博弈方1	A	50，50	49，0
	B	0，49	60，60

图5.1　协调博弈

通过纳什均衡分析不难发现，该博弈有两个纯策略纳什均衡（A，A）和（B，B）。这两个纳什均衡中，后者明显帕累托优于前者。但如果博弈方之一有采用A的可能性，或者两博弈方相互怀疑对方可能采用A，那么前者就是相对于后者的风险上策均衡。因此，如果是在完全理性博弈方之间进行这个博弈，通常的预测结果应该是（B，B），但如果我们考虑博弈方相互对对方理性的信任问题，或者对风险的敏感性等因素，那么风险上策均衡（A，A）可能是更好的预测。也就是说，由于该博弈本身是一个有多重纳什均衡的博弈，因此在一次性博弈中，即使博弈方都是高度理性的，博弈结果也有不确定性，很难作出完全保险的预测。这种协调博弈正是人们在决策方面经常遇到的难题。

由于现实中博弈方的理性其实是有限的而不是完全的，因此我们不妨干脆在有限理性的基础上来分析上述博弈问题。要对该博弈进行有限理性博弈分析，必须先确定分析框架，包括博弈方的理性层次决定的学习和策略调整的方式、特征，以及相互博弈、学习和模仿的环境条件。对于第一个方面，我们假设博弈方虽然缺乏分析交互动态关系和预见能力，但是能够马上对上一阶段的博弈结果进行总结，并立即作出相应的策略调整。当然考虑到对手的策略也在调整，因此这些博弈方的策略调整针对上一期对手肯定是正确的，但对当前的对手策略不一定正确，事实上这正是这些博弈方有限理性、缺乏预见能力的体现。上述博弈方学习和调整策略的方式，就是“最优反应动态”的思路或者说学习调整机制，因为博弈方的调整都是针对对手的（上一期）策略作最优反应。对于第二个方面，我们假设共有5个博弈方分别处于如图5.2中圆周上的5个位置上（可理解为5户居民环山而居），每户居民都与各自的左右邻居反复博弈。

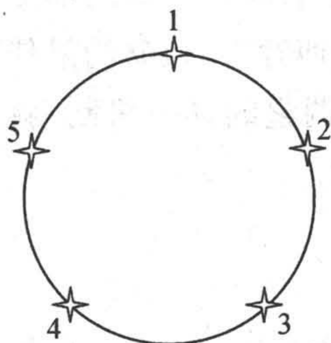


图5.2　博弈方的分布

首先可以肯定的是，既然博弈方都是有限理性的，那么在初次进行博弈时每个位置的博弈方都既可能采用A，也可能采用B。因此，初次博弈总共有25 = 32种可能的情况，图5.3中给出了其中部分可能情况。这32种情况包括一种全部采用A策略和一种全部采用B策略，其他都是两种策略都有人采用。当然，32种情况中有不少实质上是相同的，只是哪个博弈方采用A或B有所不同，把圆周作一定旋转或对称反射就能完全重合。根据采用A博弈方的数量和分布，总共有无A、1A、有相邻2A、有不相邻2A、有3连A、有非3连A、4A、5A共8种有实质差异，无法通过圆周旋转或反射重合的情况。

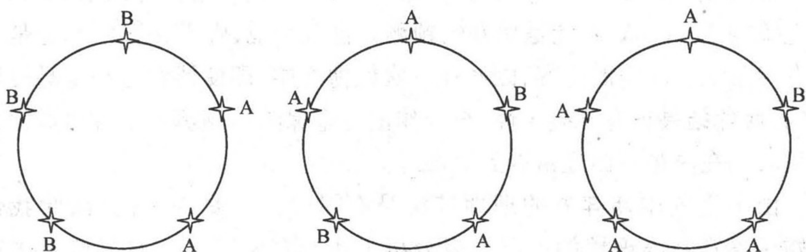


图5.3　初次博弈的部分可能情况

我们现在的问题当然不是研究有限理性博弈方一次性进行该博弈可能出现的情况种类，而是5个博弈方从各种可能的初次博弈情况出发，按照我们设定的理性特征和策略调整机制，在与相邻博弈方反复进行该博弈的过程中，是否会出现策略的收敛，是否会趋向于一个惟一的稳定状态？或者是否初始博弈的情况不同，收敛性和稳定状态也会不同？

为此，我们先对这些博弈方根据最优反应动态进行策略调整的规则作一些分析。我们假设$x_i(t)$为在t时期博弈方i的邻居中采用A策略邻居的数量，该数量有0、1、2三个可能的值。采用B策略邻居的数量相应为$2-x_i(t)$，也有0、1、2三个可能值。针对第t期的相关情况$x_i(t)$，博弈方i采用A的得益为$x_i(t)\cdot 50+[2-x_i(t)]\cdot 49$，采用B则得益$x_i(t)\cdot 0+[2-x_i(t)]\cdot 60$。因此根据最优反应动态机制，当

$$x_i(t)\cdot 50+[2-x_i(t)]\cdot 49>x_i(t)\cdot 0+[2-x_i(t)]\cdot 60,$$

即$x_i(t)>22/61$时，博弈方i在$t+1$时期会采用A，而当

$$x_i(t)\cdot 50+[2-x_i(t)]\cdot 49<x_i(t)\cdot 0+[2-x_i(t)]\cdot 60,$$

即$x_i(t)<22/61$时，博弈方i在$t+1$时期会采用B。由于$x_i(t)$只能取0、1、2三个整数，因此上述反应规则实际上就是，如果在t时期博弈方i的两个邻居中只要有1个采用A，那么博弈方i在$t+1$时期采用A，如果两个邻居都没有采用A，那么博弈方i在$t+1$时期采用B。上述最优反应动态策略调整法则的一个有意思的特点是，博弈方i在$t+1$时期的策略与自己在第t期采取策略反而没有直接关系。

由于5个博弈方是完全相似的，因此上述法则对他们都适用。我们不难证明，除了初次博弈时所有博弈方都采用B的一种情况以外，从其余所有的情况出发，经过或多或少时期的最优反应动态法则的调整，最终都会收敛到所有博弈方都采用A的稳定状态。事实上根据前面的分析，初次博弈有实质性差异的情况只有8种。其中5个博弈方全部采用A或B的情况不需要讨论，因为前一种已经不需要调整，后一种则就是上面所说的例外情况，它们实际上都不会发生变化。因此需要讨论的是除了上述两种极端情况以外的，采用A策略博弈方数量和位置有实质差异的6种情况。

先讨论初次博弈只有1个博弈方采用A的情况。根据上述策略调整法则，不难给出最优反应动态的全部过程，如图5.4所示。其中5个博弈方经过4个时期的反复策略调整，最终收敛到了所有博弈方都采用A的稳定状态，此时最优反应动态就不再要求任何博弈方改变策略，这不仅是单个博弈方的策略稳定性，而且是群体意义上的策略稳定性。

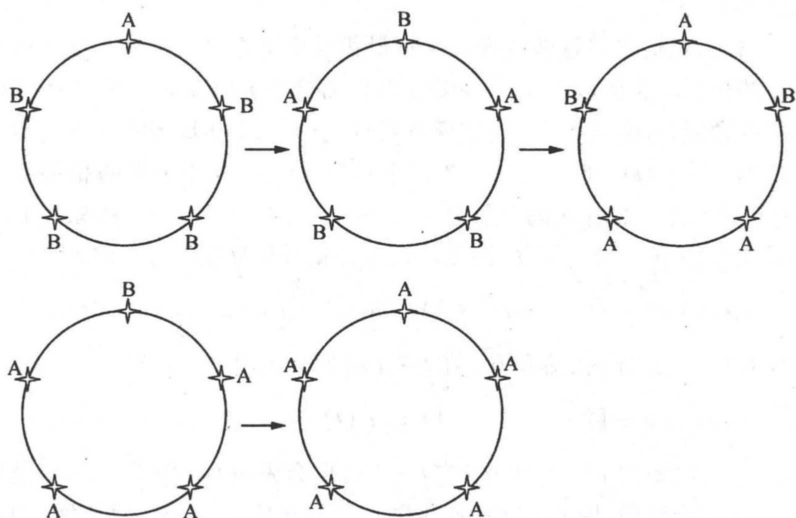


图5.4　初次博弈为1A的最优反应动态

我们不难看出图5.4的最优反应动态调整过程中，已经包含了有两个不相邻博弈方采用A、三个非相连博弈方采用A、四个博弈方采用A这几种初次博弈情况的最优反应动态调整过程，它们分别需要三个、两个和一个时期的调整收敛到都采用A的稳定状态。这些情况不需要另外再作分析了。

现在只剩下初次博弈有两个相邻博弈方采用A和三个相连博弈方采用A两种情况需要讨论。两个相邻博弈方采用A的最优反应动态策略调整过程在图5.5中给出。不难看出这时候也只需要两个时期的动态调整就能收敛到5个博弈方都采用A的稳定状态。

最后再分析初次博弈三个相连博弈方采用A的最优反应动态调整过程。图5.6给出了该过程。结论是只需要一个时期的调整就会收敛到所有博弈方都采用A的稳定状态。

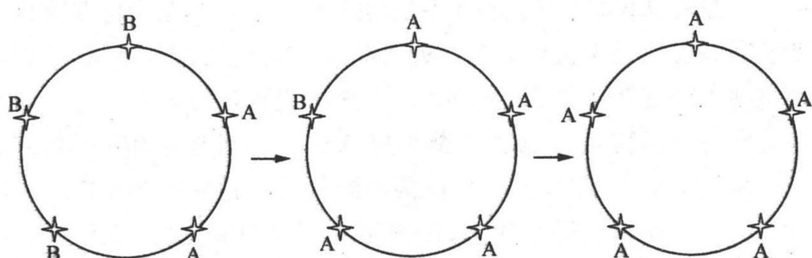


图5.5　初次博弈为相邻2A的最优反应动态

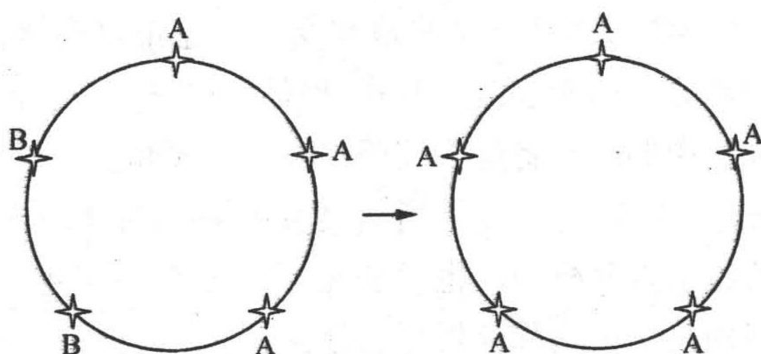


图5.6　初次博弈为相连3A的最优反应动态

上述分析证明了在上述设定下，总共32种可能的初次博弈情况中，只有一种是稳定于所有博弈方采用B的状态，其余31种都会收敛到采用A的状态。这说明所有博弈方都采用A策略和所有博弈方都采用B策略都是有限理性博弈方进行上述协调博弈的稳定状态，但前一种稳定状态显然更重要一些，因为博弈方的策略调整收敛到这种情况的机会要大大高于后一种情况。上述有限理性博弈的最优反应动态分析，实际上也相当于对协调博弈中两种策略A和B，或者两个纳什均衡（A，A）和（B，B）各自被博弈方采用的机会作出了一种角度的判断，结论显然是当博弈方的理性有局限性时，博弈方采用策略A，实现均衡（A，A）的机会要大大高于采用B和实现均衡（B，B）的机会。

进一步容易理解的是，正因为除了所有博弈方都采用B的一种情况以外，其余各种情况下最优反应动态都收敛于所有博弈方采用A的稳定状态，因此如果在达到所有博弈方都采用A的稳定状态后出现少数博弈方偏离A的情况，最优反应动态会使博弈方的策略很快回到都采用A的状态，因此所有博弈方都采用A的稳定状态是具有稳健性的。相反，所有博弈方都采用B的均衡状态却不是稳健的，因为一旦某个博弈方偏离B，那么最优反应动态会使博弈方的策略离该均衡状态越来越远，因此该均衡并不是真正稳定的。因此，在上述协调博弈最优反应动态的两种稳定状态中，只有所有博弈方都采用A的一种同时具有在博弈方的动态策略调整中会达到，又对少量偏离的扰动有稳健性两个性质。同时具有这两种性质的稳定状态，在进化博弈论中被称为“进化稳定策略”。在上述协调博弈中，A就是一个进化稳定策略，而B则不是进化稳定策略。

本例假设的博弈方理性层次和最优反应动态策略调整模式，以及博弈方群体的规模、分布和相互博弈方式，只是一种特例。其他问题中的博弈方，特别是现实中的决策者是否按照这样的方式和机制调整策略，是否以这样的方式进行博弈，包括是否所有博弈方采用同样的博弈和策略调整模式，都是值得认真分析的。也就是说，当我们运用上述有限理性博弈分析方法时，特别是应用这种分析方法分析现实问题时，必须考虑到现实基础和适用性的问题，必须根据实际情况建立分析框架。

5.2.2　古诺调整过程

事实上，最优反应动态在博弈方数量不是很多的多种有限理性博弈分析中都是适用的，包括只有两个没有预见能力的有限理性博弈方的反复相互博弈，博弈的策略也不一定是两种或是离散的，完全可以研究无限多种连续分布策略的情况。事实上，古诺（Cournot）在1838年提出的寡头竞争中的“古诺调整”问题，就是最优反应动态的一个典型例子。因为“古诺调整”就是假设寡头通过外推和学习不断调整自己的产量，每方所选择的产量都是对对手上一期产量的最佳反应。

我们采用第二章古诺模型例子中的假设。在这个模型中，两个寡头的反应函数分别是

$$q_1 = 3 - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = 3 - \frac{q_1}{2}$$

因此，如果两个博弈方都是有博弈分析能力、有预见能力的完全理性博弈方，那么他们都能够计算出各自的最佳均衡产量，即各生产2单位。这个产量也称为“古诺产量”。

我们现在假设这两个博弈方都是有限理性的，但都属于知道自己的反应函数（意味着知道自己的利润函数），只是不知道对方的利润、反应函数，也没有预见能力。在这种假设下，两个寡头在第一个时期，也就是第一次博弈时选择的产量就很难确定。例如一个寡头可能猜测对方会生产1单位，因此自己选择生产2.5单位；另一个寡头则可能根本没有意识到还有另一个寡头的存在，因此选择自己生产3单位。但在第一个时期的结果出来以后，也就是相互知道对方产量以后，两寡

头就会根据各自的反应函数作相应的调整。

我们不妨以上面提到的一个寡头生产2.5单位，另一个寡头生产3单位为第一个时期的结果，来演示一下两个寡头的产量调整过程。设生产2.5单位的是寡头1，生产了3单位的是寡头2。把这两个产量分别代入寡头2和寡头1的反应函数，很容易得到两寡头第二期的产量将分别是1.5单位和1.75单位；然后再把这两个产量分别代入寡头2和寡头1的反应函数，不难得到第三期双方的产量为2.125单位和2.25单位；依次类推可得到第四期双方产量为1.875单位和1.9375单位……不难看出，上述动态调整过程趋向收敛于两寡头各生产2单位产量，也就是完全理性博弈的古诺产量，也就是惟一的纯策略纳什均衡。这正是这个有限理性博弈的稳定状态，由于这个稳定状态也具有对微小扰动的稳健性，因此它是这个博弈在上述最优反应动态下的进化稳定策略（ESS）。

如果我们把上述古诺模型改成一个动态博弈，也就是两博弈方的选择是依次的而不是同时的，结果也是相同的，有限理性博弈的最优反应动态也会收敛到两寡头各生产2单位的古诺产量。这一点与一次性博弈有明显的不同，因为在一次性动态博弈的情况下，两博弈方的产量均衡与一次性静态博弈有很大的不同。读者不妨自己作一些讨论，并解释为什么会有这样的区别。

对于上述古诺调整过程，需要注意的一个问题是收敛性其实是有条件的，不管两寡头是否同时反应，上述动态调整过程收敛的充分条件为：两寡头的反应函数满足 $\left|\frac{\mathrm{d}r_1}{\mathrm{d}q_2}\right|\left|\frac{\mathrm{d}r_2}{\mathrm{d}q_1}\right|<1$。其中两导数为寡头i的反应函数的斜率。需要注意的另一个问题是，古诺调整过程的逻辑基础是两个寡头始终假设对方的产量不变，但这个逻辑基础是值得推敲的，因为任何人在连续几次发觉对方并不保持产量不变的情况下，还会继续假设下期对方产量保持不变是很难令人信服的。因此如果假设各个博弈方对对手过去各期的平均产量作出反应，可能要更加合理一些，但这就构成了另一种不同的动态机制。

5.3　复制动态和进化稳定性：两人对称博弈

有限理性博弈方有多种不同的理性层次，学习的速度差别也很大。上一节在少量博弈方之间反复博弈的分析框架中，讨论了具有较快学习

速度的有限理性博弈方的策略调整和和策略稳定性。本节我们专门分析学习速度较慢的有限理性博弈方的动态策略调整及其稳定性，分析框架是这种博弈方组成的大群体成员的随机配对反复博弈。分析框架中的大群体成员随机配对博弈暗指所有博弈方都是相似的，也意味着进行的博弈是博弈位置无差异的两人对称博弈。博弈方的学习速度较慢表现为向优势策略转变是一个渐进的过程，不是所有博弈方同时调整，策略调整速度可以用生物进化的进化动态方程——复制动态公式表示。下一节将进一步讨论群体成员有差异的，进行非对称博弈的情况。

5.3.1　签协议博弈的复制动态和进化稳定策略

我们首先以一个简单的“签协议博弈”为例，说明学习速度很慢、理性层次较低的有限理性博弈方通过模仿学习博弈和调整策略的复制动态和策略稳定性。

在社会经济活动中合作的意义任何人都明白，没有合作许多社会经济活动根本不可能进行，许多经济利益和社会利益都不能实现。例如商业性拳击赛可以带来很大的商业利润，也能给人们提供娱乐。但要成功组织一场拳击赛，需要两个拳手的合作，只有双方都同意比赛才可能进行，一方不同意就不可能举行，商业利益和社会利益就无从谈起。经济活动中的各种合作都可以用签协议来代表，因为一旦签订协议，那么重要的经济合作就有了保障。图5.7中得益矩阵表示的就是一个关于签协议的博弈。在这个博弈中两博弈方都有“同意”和“不同意”两种可选策略，只有在双方都选择“同意”的情况下才能够获得合作的利益各1单位，有一方或两方“不同意”合作利益就不存在，双方得益都是0。为了简单起见，不妨假设两博弈方的选择是同时的，因此是一个静态博弈。

		博弈方2	
		同　意	不同意
博弈方1	同　意	1, 1,	0, 0
	不同意	0, 0	0, 0

图5.7　签协议博弈

根据该博弈的得益情况不难看出，它有两个纯策略纳什均衡（同意，同意）和（不同意，不同意），其中前一个纳什均衡帕累托优于后一个纳什均衡。因此如果是在两个满足完全理性假设的博弈方之间进行该博弈，那么可以预期这个博弈的结果是双方都“同意”签协议。但在博弈方理性层次很低的情况下结果就不同了。

我们现在在理性层次较低的有限理性博弈方组成的大群体成员随机配对反复博弈的分析框架内分析该博弈。首先，如果群体中成员的理性层次确实很低，那么就不会是所有博弈方一开始就找到最佳策略，不可能所有博弈结果都是（同意，同意），通常应该是既有博弈方“同意”，也有博弈方“不同意”。现实中并不缺乏此类理性局限的例子。我们可以把采用不同策略的博弈方看作不同“类型”的博弈方，但这种“类型”不是给定的，而是随着博弈方的策略而改变的。一般地，可以假设整个群体中“同意”类型的博弈方比例是x，那么“不同意”类型博弈方的比例当然是$1-x$。群体中博弈方随机配对进行该博弈时，每个博弈方都既可能遇到“同意”类型的对手，也可能遇到“不同意”类型的对手，前者概率是x，后者概率是$1-x$（注意对大群体来说，可忽略去掉所考察的博弈方本身对其他类型博弈方比例的影响）。

在上述假设下，一个博弈方的得益一方面取决于自己的类型，另一方面则取决于随机配对遇到的对手类型。不难计算出“同意”和“不同意”两种类型博弈方各自的期望得益u_y和u_n分别为

$$u_y = x\cdot 1 + (1-x)\cdot 0 = x$$

和

$$u_n = x\cdot 0 + (1-x)\cdot 0 = 0$$

因此群体成员的平均得益为

$$\bar{u} = x\cdot u_y + (1-x)\cdot u_n = x^2$$

根据上述结果可以看出，除非$x=0$（即所有博弈方都是“不同意”类型），否则两类博弈方的得益就有明显差异，“同意”类型博弈方的得益高于“不同意”类型的，也高于平均得益（因为$0<x<1$，因此$x>x^2>0$），“不同意”类型的则低于“同意”类型的得益和平均得益。只要博弈方有基本的，包括直觉和经验的判断能力，早晚会发现上述得益差异，得益较差类型的博弈方或早或迟会发现改变策略对自己是有利的，并开始模仿另一种类型的博弈方。这意味着两种类型博弈方的比

例x和1－x不是固定不变的，而是随时间变化的，可以写成时间的函数x（t）和1－x（t），当然为简单起见可仍写成x和1－x。

博弈方策略类型比例动态变化是有限理性博弈分析的核心，其关键是动态变化的速度（方向可由速度的正负号反映）。上述比例动态变化的速度则取决于博弈方学习模仿的速度。通常情况下，博弈方学习模仿的速度取决于两个因素，一是模仿对象的数量大小（可用相应类型博弈方的比例表示），因为这关系到观察和模仿的难易程度；二是模仿对象的成功程度（可用模仿对象策略得益超过平均得益的幅度表示），因为这关系到判断差异的难易程度和对模仿激励的大小。

以采用“同意”策略类型博弈方的比例为例，其动态变化速度可以用下列动态微分方程表示：

$$\frac{dx}{dt}=x(u_y-\overline{u})$$

其中x即“同意”类型博弈方的比例，u_y 即采用“同意”策略的期望得益，$\overline{u}$ 为所有博弈方的平均策略，dx/dt即“同意”类型博弈方比例随时间的变化率。该动态微分方程的意义是，“同意”类型博弈方比例的变化率与该类型博弈方的比例成正比，与该类型博弈方的期望得益大于所有博弈方平均得益的幅度也成正比。上述动态微分方程与生物进化中描述特定性状个体频数变化自然选择过程的“复制动态”方程是一致的，因此我们也称它为“复制动态”或“复制动态方程”。我们把采用“同意”策略博弈方的期望得益和群体所有博弈方的平均得益代入上述复制动态方程，可以得到：

$$\frac{dx}{dt}=x(x-x^2)=x^2(1-x)=x^2-x^3$$

式中x有大于0和等于0两种情况。当x＝0时，上述速率等于0，即如果初始时刻没有博弈方采用“同意”策略，那么采用这种策略的博弈方就始终不会出现。现实根据是对于有限理性的博弈方来说，一定要有模仿的对象才能进行模仿，当x＝0时就不可能有学习模仿的榜样，因此所有的博弈方都不会有意识地改变策略。

当x＞0，也就是开始时有采用“同意”策略的博弈方时，如果采用这种策略的期望得益超过平均得益的幅度为正（本例中因$x>x^2$，因此符合），那么上述变化率为正，即采用“同意”策略的博弈方会逐渐增

加；当上述幅度小于0时（本例因0 < x < 1，故不可能出现），上述变化率为负，即采用“同意”策略的博弈方会减少；当该幅度为0时（本例只有在x = 1时成立），变化率就等于0，即采用“同意”策略的博弈方比例不会发生变化。

在上述有限理性博弈方的群体成员随机配对反复进行前述签协议博弈的过程中，博弈方动态策略调整的复制动态，最终会使博弈方的策略趋向怎样的情况，是否会出现某种稳定状态呢？要讨论这些问题，我们可以先给出上述复制动态微分方程的相位图，如图5.8所示：

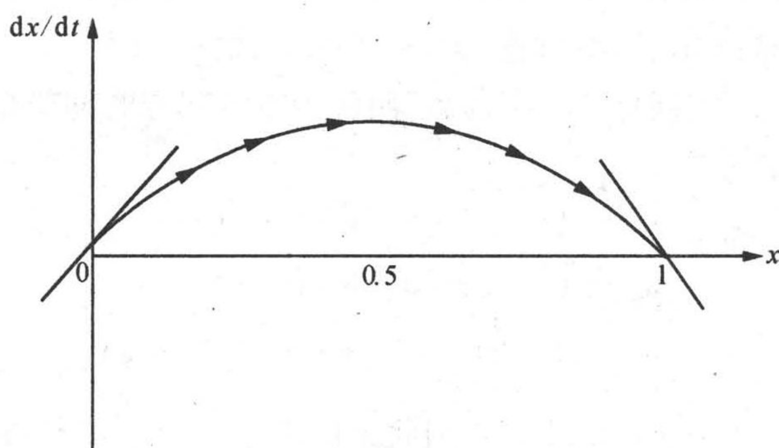


图5.8　签协议博弈复制动态相位图

根据上述复制动态方程及其相位图我们不难看出，除了开始时所有博弈方都采用“不同意”策略，没有一个博弈方采用“同意”策略这一种情况，也就是x = 0以外，该博弈从其他所有初始情况出发的复制动态过程，最终都会使所有博弈方都趋向于“同意”，也就是x = 1。换句话说，x^* = 0和x^* = 1是上述复制动态的两个稳定状态，其中x^* = 1是对应大多数初始状态的稳定状态。

在本博弈中，复制动态描述的实际上就是有限理性博弈方学习如何博弈，学习采用“同意”策略的过程。当复制动态过程达到x^* = 1，即所有博弈方都采用“同意”策略以后，学习过程就停止了，有限理性的博弈方通过学习最终找到了本博弈比较有效率的纳什均衡。从这个意义上讲，有限理性博弈的复制动态机制是对完全理性博弈纳什均衡分析的支持，因为上述结论意味着只要博弈方的理性满足复制动态的学习过程要求的程度，完全理性假设下纳什均衡分析的预测仍然是成立的，当然在有限理性博弈方的情况下需要允许博弈方有一个学习的过

程。

需要注意的是，即使上述学习过程已经停止了，意味着所有博弈方都通过学习找到了最好的策略，也不能排除博弈方还会“犯错误”，也就是说博弈方仍然可能偏离上述复制动态收敛到的纳什均衡策略。这给我们提出的进一步问题是，如果博弈方的策略偏离复制动态收敛到的稳定状态，学习过程是否还会再回到同样的稳定状态？或者换句话说，复制动态收敛到的稳定状态对于少量“错误”的干扰具有稳健性吗？

对于签协议博弈来说，我们可以假设在博弈方通过学习、模仿都已经收敛到“同意”策略的情况下，出现了比例为ε的少数博弈方“犯错误”，偏离“同意”策略选择了“不同意”策略。此时，选择“同意”策略的比例为$1-\varepsilon$。因此，采用“同意”和“不同意”两种策略博弈方的期望得益和群体平均得益分别为

$$u_y=(1-\varepsilon)\cdot 1+\varepsilon\cdot 0=1-\varepsilon$$

$$u_n=(1-\varepsilon)\cdot 0+\varepsilon\cdot 0=0$$

$$\overline{u}=(1-\varepsilon)\cdot u_y+\varepsilon\cdot u_n=(1-\varepsilon)2$$

因为$u_y=1-\varepsilon>0$且接近于1，因此犯错误博弈方的期望得益远远低于没有犯错误的博弈方，也远低于群体平均得益，因此犯错误的博弈方会逐步改正错误，最终仍然会趋向于$x^*=1$，即所有博弈方都采用“同意”策略。

因此$x^*=1$，也就是所有博弈方都采用“同意”，不仅是复制动态会收敛到的一个稳定状态，而且具有对少量错误偏离的稳健性，根据上一节的介绍，$x^*=1$是这个签协议博弈的有限理性博弈，在上述复制动态下的一个进化稳定策略（ESS）。

但上述复制动态中的另一个稳定状态$x^*=0$，也就是所有博弈方都采用“不同意”策略，就不是进化稳定策略。因为虽然当处于$x^*=0$时复制动态并不会改变它，但一方面初始状态不在此处时复制动态不会收敛于它，而且当有少量博弈方偏离这个稳定状态时，复制动态会使得结果离它越来越远，不会再收敛于它。例如当有比例ε的少量博弈方偏离“不同意”采用“同意”时，采用“同意”和“不同意”策略博弈方的期望得益和群体平均得益分别为

$u_y = \varepsilon \cdot 1 + (1 - \varepsilon) \cdot 0 = \varepsilon$

$u_n = \varepsilon \cdot 0 + (1 - \varepsilon) \cdot 0 = 0$

$\bar{u} = \varepsilon \cdot u_y + (1 - \varepsilon) \cdot u_n = \varepsilon^2$

由于采用“不同意”策略博弈方的期望得益0，小于采用“同意”策略博弈方得益和群体平均得益，因此采用“不同意”策略的博弈方在复制动态过程中会不断减少，最终收敛到$x^* = 1$，也就是所有博弈方都采用“同意”策略的稳定状态。

同样的方法，我们也可以给出采用“不同意”策略类型博弈方比例变化的复制动态方程，并根据这个复制动态方程分析稳定状态和进化稳定策略。但实际上采用“不同意”策略博弈方的比例可以根据采用“同意”策略博弈方的比例计算出来，两者的变化速度也不是相互独立的，而是相互决定的，因此没有必然作重复的讨论。

5.3.2　一般两人对称博弈的复制动态和进化稳定策略

上一节我们以签协议博弈为例讨论了有限理性对博弈的影响，讨论了有限理性博弈方在长期反复博弈的动态过程中是如何进行博弈、学习博弈的，讨论了在博弈方只有有限理性的情况下，真正稳定的博弈均衡是什么，其中我们引进了复制动态概念。复制动态和进化稳定策略是有限理性博弈，或者说进化博弈论的两个最重要的基本概念。

当然，签协议博弈只是一个简单的特例，根据这个博弈进行的分析是否具有一般意义，我们还需要作进一步的讨论。为此我们进一步对一般2×2对称博弈的复制动态和进化稳定策略作一些分析，希望能得出比较一般的结论。一般2×2对称博弈可以用图5.9中得益矩阵表示。

		博弈方2	
		策略1	策略2
博弈方1	策略1	a, a	b, c
	策略2	c, b	d, d

图5.9　一般2×2对称博弈

图5.9是一个一般的2×2对称博弈的得益矩阵。如果不给出得益的具体数值，该博弈有哪些纳什均衡并不清楚。现在我们考虑该博弈的有限理性博弈问题。事实上，对于有限理性的博弈方来说，能否知道纳什均衡其实并不重要。因为有限理性博弈方本身不一定有能力找到纳什均衡，不一定会采用纳什均衡策略，或者换句话说，不管是否纳什均衡策略，任何策略都可能有部分博弈方会采用。

我们现在考虑在一个大群体的成员间随机配对进行该博弈。假设在该群体中，有比例为x的博弈方采用策略1，比例1 - x的博弈方采用策略2。那么，采用两种策略博弈方的期望得益和群体平均期望得益分别为

$$u_1 = x \cdot a + (1 - x) \cdot b$$

$$u_2 = x \cdot c + (1 - x) \cdot d$$

$$\overline{u} = x \cdot u_1 + (1 - x) \cdot u_2$$

把签协议博弈有限理性博弈分析的复制动态思想用到这个一般的2×2对称博弈中，根据上述得益得到复制动态方程

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= x(u_1 - \overline{u}) \\ &= x[u_1 - xu_1 - (1-x) \cdot u_2] \\ &= x(1-x)(u_1 - u_2) \\ &= x(1-x)[x(a-c) + (1-x)(b-d)]\end{aligned}$$

当给定a、b、c、d的数值时，dx/dt为x的单元函数。因此，一般地可以把上述复制动态方程简记为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = F(x)。$$

在上述复制动态方程的基础上，我们也可以讨论该博弈的进化稳定策略ESS。首先，我们先找出复制动态的稳定状态，也就是在复制动态的过程中，采用两种策略博弈方比例不变的水平。这只要令复制动态

方程中F（x）=0，即可解出所有的复制动态稳定状态。然后再讨论这些稳定状态的邻域稳定性，也就是对于微小的偏离扰动具有稳健性的均衡状态。

根据上述复制动态方程的F（x）=x（1-x）[x（a-c）+（1-x）（b-d）]不难知道，该复制动态最多有三个稳定状态，分别是x* =0、x* =1和x* =（b-d）/（a-b-c+d），注意其中第三个稳定状态可能与前两个中的一个相同，因此实际有可能只有两个稳定状态。例如把前面介绍的签协议博弈作为一般2×2对称博弈的一个特例，把a=1，b=c=d=0代入复制方程，并令F（x）=x（1-x）x=0，就只能解得x* =0和x* =1两个稳定状态。

根据进化稳定策略的性质我们知道，一个稳定状态必须对微小扰动具有稳健性才能称为进化稳定策略。也就是说，作为进化稳定策略的点x* ，除了本身必须是均衡状态以外，还必须具有这样的性质，那就是如果某些博弈方由于偶然的错误偏离了它们，复制动态仍然会使x回复到x* 。在数学上，这相当于要求当干扰使x出现低于x* 时，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=F(x)$必须大于0，当干扰使得x出现高于x* 时，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=F(x)$必须小于0。换句话说，也就是在这些稳定状态处F（x）的导数（也就是切线的斜率）F′（x* ）必须小于0。这就是微分方程的“稳定性定理”。用复制动态方程的相位图表示，那就是与水平轴相交且交点处切线斜率为负的点，为相应博弈复制动态的进化稳定策略。如图5.10中的x* 点。注意在图5.10对应的博弈问题中，x=0和x=1都不是进化稳定策略，因为在这两点复制动态方程的切线斜率都大于0，只有中间的x* 处该切线斜率才小于0，因此这个x* 是该博弈的进化稳定策略。

如果我们回头看一下签协议博弈复制动态方程的相位图（图5.8），我们也可以发现，在其复制动态曲线与水平轴的两个交点中，只有x* =1处的切线斜率为负，而x* =0处的切线斜率为正，这正好与前面得出的x* =1是进化稳定策略，而x* =0不是进化稳定策略的结论相符。

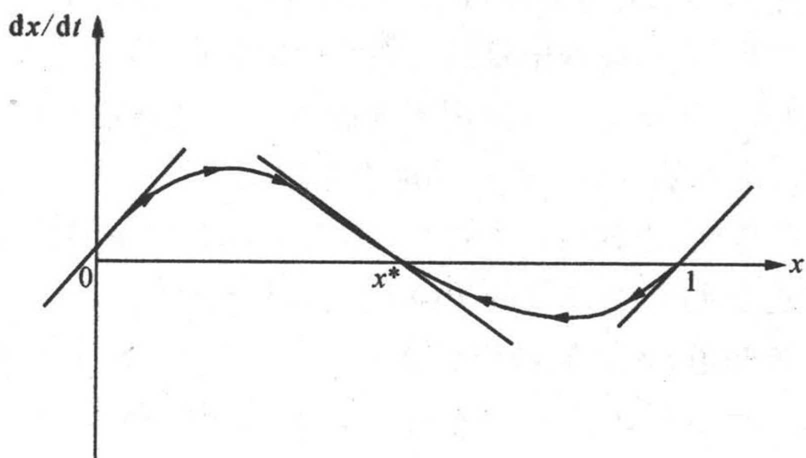


图5.10　2×2对称博弈复制动态方程相位图

5.3.3　协调博弈的复制动态和进化稳定策略

作为一般2×2对称博弈进化博弈分析的应用，我们首先分析一下第二节中用最优反应动态分析过的协调博弈。通过对该博弈用两种不同的动态机制进行有限理性博弈分析，我们既可以对博弈方学习和策略调整动态机制的差异对博弈结果的影响有更多认识，也能对有限理性本身有更深刻的认识。为了清楚起见，我们这里再给出其得益矩阵，如图5.11所示。

		博弈方2	
		策略1	策略2
博弈方1	策略1	50，50	49，0
	策略2	0，49	60，60

图5.11　协调博弈

很显然，协调博弈就是一个标准的2×2对称博弈。因为前面已经得到了一般2×2对称博弈复制动态方程的一般公式，因此我们直接把a = 50、b = 49、c = 0、d = 60代入该一般复制动态方程，得到

$$\frac{dx}{dt}=F(x)=x(1-x)[x(a-c)+(1-x)(b-d)]$$
$$=x(1-x)(61x-11)。$$

令F（x）＝0可解出三个稳定状态，分别为x＊＝0、x＊＝1和x＊＝11/61。并且不难验证，F′（0）＜0，F′（1）＜0，而F′（11/61）＞0。根据前述微分方程稳定性定理，可知x＊＝0、x＊＝1都是该博弈的进化稳定策略，而x＊＝11/61则不是本博弈的进化稳定策略。上述复制动态方程的相位图如图5.12所示。从图中也可以看出x＊＝0和x＊＝1是该博弈的ESS，x＊＝11/61不是该博弈的ESS。

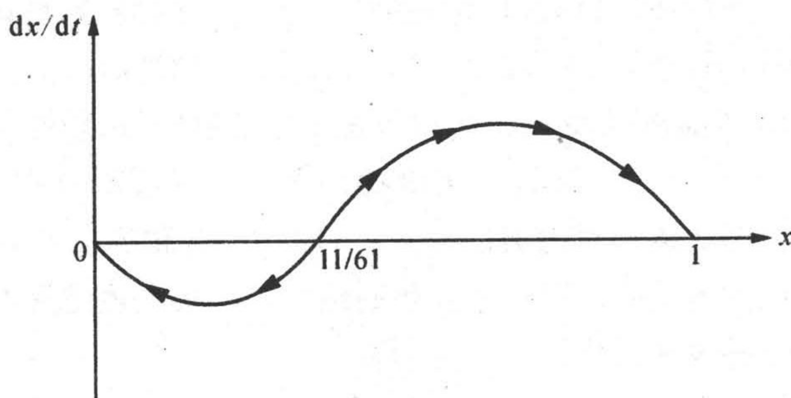


图5.12　协调博弈复制动态方程相位图

根据上述复制动态相位图我们进一步可以得出结论，那就是当初始的x水平落在区间（0，11/61）时，复制动态会趋向于稳定状态x＊＝0，即所有博弈方都采用策略2。而当初始的x水平落在区间（11/61，1）时，复制动态会趋向于x＊＝1，即所有博弈方都采用策略1。由于所有博弈方都采用策略2的均衡是两个均衡中效率较高的，每个博弈方都能得到60单位得益，而所有博弈方都采用策略1的均衡每个博弈方只能得到50单位得益，因此前一种情况代表更理想的结果。但按照上述分析我们知道，如果初次进行这个博弈时群体成员采用两种策略的比例落在[0，1]区间任一点的概率相同，那么通过复制动态最终实现前一种更高效率进化稳定策略均衡的机会是11/61，实现后一种相对较差进化稳定策略均衡的机会却有50/61，后者明显大于前者。

这个结论也说明，有限理性博弈方通过复制动态的学习和策略调整，也并不一定能实现最理想的结果，并不一定能实现最优化，往往只能实现次佳的结果。上述结果的另一个重要意义是，复制动态进化博弈的结果常常是取决于带有很大偶然性的初始状态的，事实上这也正是为什么在相似的规律作用下，事物的形态特点会如此丰富多彩的根本原因。

最后，我们再把上述协调博弈以复制动态为核心的进化博弈分析结果，与以最优反应动态为核心的进化博弈分析结果作一些对比。我们不难发现，这两种结果既有相似的地方，也有一定的差别。相似之处是两者都是大部分情况下会趋向于所有博弈方都采用策略1的效率较低的均衡，趋向于所有博弈方都采用策略2的较高效率均衡的情况都较少。主要差异是复制动态趋向于效率较高均衡的机会（11/61），比最优反应动态趋向于较高效率均衡的机会（1/32）要更高一些。这种差异也具有非常重要的意义，因为复制动态模拟的是学习速度很慢、理性层次非常低的博弈方，而最优反应动态模拟的则是相对来说学习速度较快、理性层次要高一些的博弈方，因此上述差异又一次给我们提供了这样的证据，那就是当（人们总体的）理性达不到完美性要求时，理性程度稍高的博弈方并不一定能得到比理性稍差的博弈方更理想的结果。其实上述结果差异也是囚徒的困境的一种表现形式。

5.3.4　鹰鸽博弈的复制动态和进化稳定策略

这里再分析一个称为“鹰鸽博弈”的经典博弈问题的复制动态和进化稳定策略。鹰鸽博弈研究的实际上并不是鹰和鸽两种动物之间的博弈，恰恰是同一物种、种群内部竞争和冲突中的策略和均衡问题，其中“鹰”和“鸽”分别指“攻击型”和“和平型”的两种策略，或者两种策略类型。鹰鸽博弈是研究动物世界和人类社会中普遍存在的竞争和冲突现象的经典博弈，鹰鸽博弈的进化博弈分析则可以揭示人类社会或动物世界发生战争或激烈冲突的可能性及其频率，国际关系中霸道和软弱，侵略和反抗，威胁和妥协等共存的原因等。用得益矩阵表示，鹰鸽博弈如图5.13。

博弈方 2

		鹰	鸽
博弈方1	鹰	$\frac{v-c}{2}, \frac{v-c}{2}$	$v, 0$
	鸽	$0, v$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$

图5.13　鹰鸽博弈

上述得益矩阵中各个得益的意义如下：v代表双方争夺的利益（可以是军事利益、经济利益或政治利益，也可以是动物的领地和增殖机会），c是争夺中失败一方的损失。如果双方都采用攻击策略，那么双方获胜和失败的概率都是1/2，因此各自的期望利益都是（v - c）/2。如果双方都采用和平策略，那么双方能够分享目标利益，各得v/2单位利益。如果和平策略遇到攻击策略，那么采用攻击策略者获得利益v，采用和平策略得不到任何利益，但也没有损失。该博弈的纳什均衡取决于v和c的具体数值，v和c未知时则不清楚。

现在我们考虑有限理性博弈的复制动态和进化稳定策略。首先，因为这个博弈也是一个2×2对称博弈，因此可以直接运用2×2对称博弈复制动态的一般公式。我们用x表示采用“鹰”策略博弈方的比例，把a =（v - c）/2，b = v，c = 0，d = v/2代入，可得采用“鹰”策略博弈方比例的复制动态方程为

$$\frac{dx}{dt} = F(x) = x(1-x)\left[\frac{x(v-c)}{2} + \frac{(1-x)v}{2}\right]$$

为了直观起见，我们这里给出v和c的一组具体数值，如v = 2，c = 12（注意通过战争、激烈冲突获得的利益常常是低于为此造成的损失的，特别是对其中失败的一方，因此假设的两个相对数值水平是有现实根据的），那么复制动态方程就为

$$\frac{dx}{dt} = F(x) = x(1-x)(1-6x)。$$

根据该复制动态方程，不难解出复制动态的三个稳定状态分别为x^* = 0，x^* = 1和x^* = 1/6。进一步容易证明，在这三个均衡点中只有x^*

＝1/6是进化稳定策略，因为F′（0）＞0，F′（1）＞0，而F′（1/6）＜0。其实根据图5.14中复制动态方程的相位图，也可看出只有x^* ＝1/6是真正稳定的进化稳定策略。

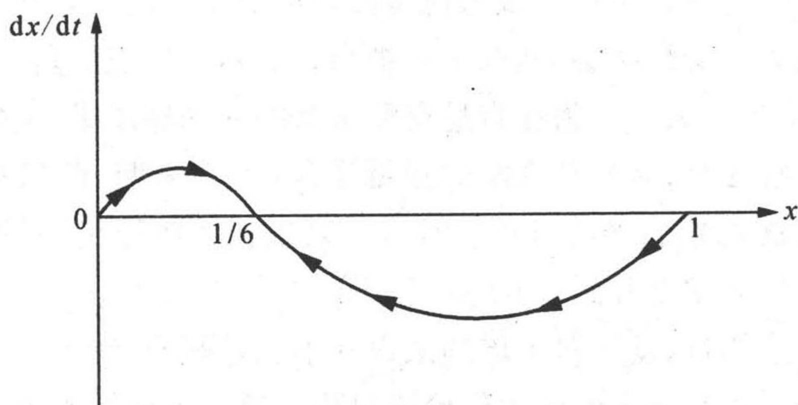


图5.14　鹰鸽博弈复制动态相位图

上述进化博弈分析结论的现实意义是，当人们争夺、竞争的利益和严重冲突的后果损失符合上述设定时，在较大规模群体长期的进化中，采取攻击型策略的博弈方的数量最终会稳定在1/6左右的水平，大多数人（5/6）会采用比较和平的策略。这意味着发生严重战争的机会虽然存在，但可能性比较小（大约1/36），相互间和平共处的可能性最大（约占25/36），比较忍让的一方受到比较霸道一方欺负的机会居中（约占10/ 36）。这是比较稳定的状态，实际情况通常会在该水平上下波动。这样的格局与国际政治、军事关系的实际情况还是很相似的。

5.3.5　蛙鸣博弈的复制动态和进化稳定策略

我们一开始就强调经济学的进化博弈分析与生物进化理论的关系，但到目前为止还没有认真讨论过一个完全是生物进化中的博弈问题。这里我们把青蛙特定器官、行为的进化作为一般2×2对称博弈进化博弈分析的例子，进行一些讨论，作为对第一节相关论述的呼应。注意下面的分析只保证适用特定种类、环境的青蛙，对其他青蛙并不一定适用，因为不同种类和环境条件中青蛙的器官和行为特征是有很大差异的。

亿万年以前青蛙的祖先既无耳朵也不会发声。但经过长期进化的现代青蛙却变成雄蛙能够非常响亮地鸣叫，而雌蛙则有相当好的听力。雄蛙之所以变得如此热衷于“歌唱”，当然不是因为要给人类提供免费音乐会。与所有动物各种性状的进化演变一样，青蛙进化发展出这些雌雄不同能力的根本原因，也是为了获得更多的交配和繁殖后代的机会，把自身的基因最大限度遗传下去。或者说是因为能够发声的雄蛙和有较好听力的雌蛙有较大的交配机会，从而更能把自己的基因特征（包含发声和听力的表现型）遗传下去。因为在青蛙交配季节的活动环境里，雄蛙的响亮叫声是吸引雌蛙注意，有机会交配的重要手段（实验表明，两只都不鸣叫的雄蛙获得交配的机会各为50%，但当一只雄蛙鸣叫而另一只不鸣叫时，前者获交配的概率上升到0.6）。

值得注意的是，发声对于雄蛙来说并不总是好的“竞争策略”，因为蛙鸣对雄蛙来说也有很大的成本代价或风险。首先是发声的雄蛙更容易被它们的天敌蛇发现（注意雄蛙的叫声也是蛇的听力的进化动力！），有丧命的危险；其次是蛙鸣会消耗掉宝贵的能量，气温比较低的地区和季节也是致命的问题；此外，雄蛙在鸣叫问题上也有“搭便车”的现象，也就是不叫的雄蛙往往会从其他雄蛙的鸣叫中得益，因为鸣叫的雄蛙吸引来的雌蛙也会增加没有鸣叫雄蛙的交配机会，而不鸣叫就不需要承担鸣叫的成本代价。因此，鸣叫和不鸣叫对雄蛙来说并不是一个简单的问题，而是有明显博弈特征的重要选择问题。在这个博弈中，鸣叫的雄蛙并不总是获利较多的，因此现实中的雄蛙既有鸣叫的，也有根本不会鸣叫的。也许也正是因为这个原因，青蛙的叫声才没有发展到我们不能忍受的地步！

如果把蛙鸣问题抽象为两只雄蛙之间的策略博弈，那么可以这样假设：在某一范围内有两只雄蛙。如果它们都不鸣叫，则吸引来的雌蛙数量为0，即它们都没有交配的机会；如果有一只雄蛙鸣叫，那么会吸引来1只雌蛙，而鸣叫的雄蛙获交配的机会为m，$0.5<m<1$，但鸣叫者有成本z；如果它们都鸣叫，则各能吸引P只雌蛙，或者说获得交配的机会为P，$m<P<1$，此时各有成本z。这样两只雄蛙之间构成了图5.15得益矩阵代表的博弈。

		雄蛙2 鸣叫	雄蛙2 不鸣
雄蛙1	鸣叫	$P-z, P-z$	$m-z, 1-m$
	不鸣	$1-m, m-z$	0, 0

图5.15　蛙鸣博弈

该博弈的纳什均衡取决于其中P、m、z的具体水平或者说相对水平。根据上述假设，首先知道$P - z > m - z$是成立的。

如果$m - z < 0$，也就是$m < z$，那么因为$P < 1$，因此必然有$P - z < 1 - m$，这时候两雄蛙都不鸣是该博弈惟一的纳什均衡。因为在这种情况下鸣叫总是不合算的，不鸣叫是双方的上策。

如果$m - z > 0$，也就是$m > z$，但$P - z < 1 - m$仍然成立，则$P - 1 + m < z < m$。此时上述博弈存在两个纯策略纳什均衡，分别是两雄蛙一鸣叫和一不鸣叫。此时还存在一个混合策略的纳什均衡，两蛙都以一定的概率随机决定是否鸣叫。

如果在$m - z > 0$的情况下，$P - z > 1 - m$，那么两雄蛙都鸣叫是惟一的纯策略纳什均衡，因为此时鸣叫对两雄蛙来说都是上策。

上述分析结论说明，在这个蛙鸣博弈中，除了鸣叫与不鸣叫在吸引雌蛙和获得交配机会方面的差异以外，鸣叫的成本代价大小也是决定雄蛙是否鸣叫的关键因素。上述几种结果可归结为下列m和z坐标平面图中的几个不同的区域。

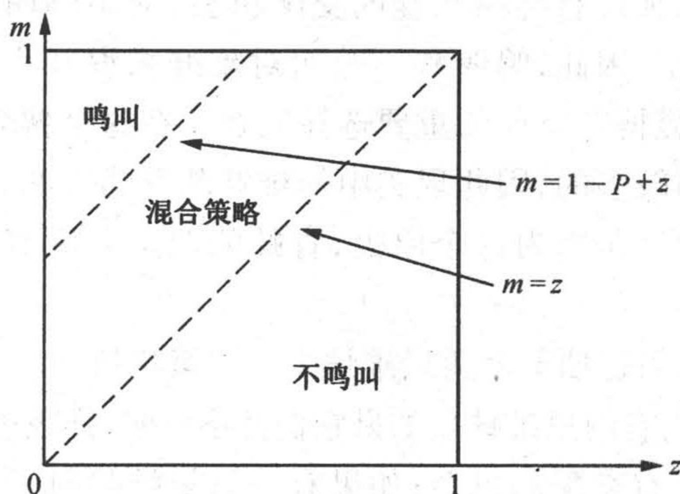


图5.16　蛙鸣博弈不同均衡的条件

当然，我们通常不会认为青蛙有进行如此复杂推理分析、最优化选择的能力，甚至也不会相信青蛙有通过观察分析相互学习模仿成功策略

的能力。事实上，青蛙的发声器官并不能在短时间内发育生长出来，因此用上述完全理性条件下的策略博弈描述青蛙对自身重要器官特征的选择，不仅脱离实际，而且也不能说明雄蛙从不发声到发声的实际进化过程。

要更好地反映和理解青蛙这个物种或者其种群对自身器官特征选择的规律，以及青蛙从不发声转变成发声的过程。我们只有根据基本上没有理性要求，或者说只有本能起作用的条件下，通过遗传特征的变异和自然选择决定青蛙器官特征的动态进化过程来分析。首先假设开始时所有雄蛙都是不发声的，但由于某种原因部分雄蛙发生了变异，开始发声，而同时部分雌蛙则有了一定的听力，那么由于这部分青蛙获得交配的机会较大，因此把这些变异的特征遗传下去的可能性很大，从而使继承它们这种发声特征的后代数量在整个种群中的比例发生变化、增加。根据上述交配机会的博弈关系，我们不难构建关于雄蛙发声特征进化遗传过程的动态规律，也就是复制动态方程。设在雄蛙中鸣叫雄蛙的比例为x，那么随着时间的变化，该比例的变化率也取决于鸣叫雄蛙的原有比例，以及鸣叫雄蛙的利益，也就是交配机会与所有雄蛙平均交配机会的相对关系，前者是否超过后者以及超过的幅度。由于上述博弈关系是2×2对称博弈，因此复制动态可直接根据一般公式得到：

$$\frac{dx}{dt}=x(1-x)[x(P-z-1+m)+(1-x)(m-z)]$$

根据该复制动态方程，不难求出其三个不动点，也就是可能的稳定状态点（具体数量事实上与P、m、z的数值有关），分别为$x^*=0$，$x^*=1$，$x^*=(m-z)/(1-P)$。

当$0<(m-z)/(1-P)<1$时（也就是$m>z$和$P-z<1-m$同时成立，或$P-1+m<z<m$），上述进化过程复制动态的三个稳定状态都是合理的，因为都处于$0\le x\le 1$的有效范围。这时候复制动态方程的相位图如图5.17所示。

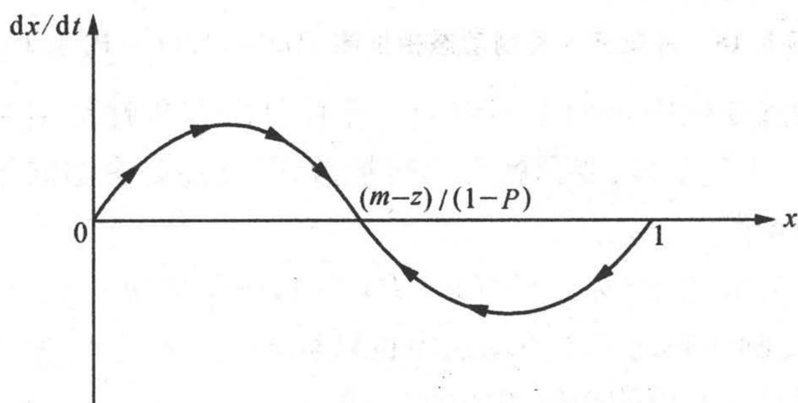


图5.17　蛙鸣博弈复制动态相位图（0＜（m－z）/（1－P）＜1）

不难看出，其中只有x＊＝（m－z）/（1－P）是进化稳定策略。事实上，这意味着如果上述由环境条件等决定的蛙鸣的利益关系是稳定的，那么一旦发生少数雄蛙从不鸣到鸣叫的变异，那么这种变异雄蛙的数量会不断增加，直到达到占整个雄蛙数量的比重为x＊＝（m－z）/（1－P）。如果雄蛙中鸣叫雄蛙所占比重超过这个水平，甚至全部是鸣叫的，那么这时候少量不鸣叫的变异则又会在种群中扩散，因为此时不鸣叫雄蛙“搭便车”的机会和利益特别大，最终仍然会回到x＊＝（m－z）/（1－P）的均衡比例。

当（m－z）/（1－P）＜0，也就是m＜z时，上述复制动态方程的不动点只有x＊＝0和x＊＝1两点符合要求。此时复制动态方程的相位图如图5.18所示。

根据上述相位图不难看出，这时候复制动态的惟一稳定的均衡点，也就是ESS为x＊＝0，也就是所有雄蛙都是不鸣叫的。换句话说，如果从所有雄蛙都是不鸣叫的开始，那么即使出现少量鸣叫的变异，它们也很快就会消失掉。只要不是开始时所有雄蛙都是鸣叫的极端情况，最终都会在长期的动态变化中趋向于不鸣叫。即使是所有雄蛙都鸣叫的极端情况，也是一旦出现变异，变异就会不断扩散，最终还是会趋向于所有雄蛙都不鸣叫的均衡。

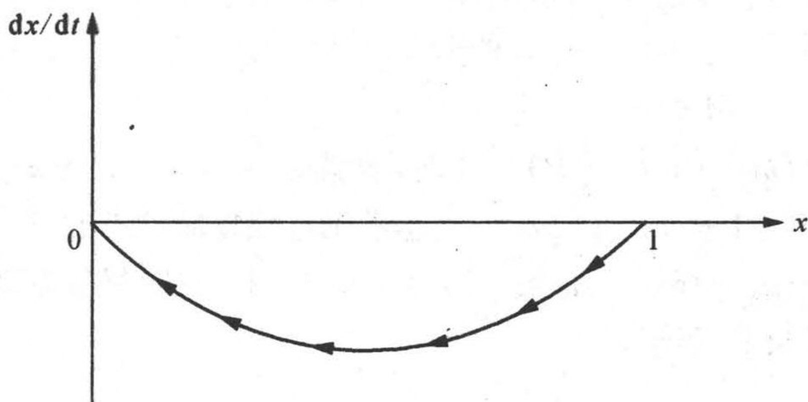


图5.18　蛙鸣博弈复制动态相位图（（m - z）/（1 - P）< 0）

最后一种情况是（m - z）/（1 - P）> 1，也就是m - z > 1 - P的情况。此时，复制动态的三个不动点中也只有x＊ = 0和x＊ = 1两点符合要求。复制动态方程的相位图如图5.19。

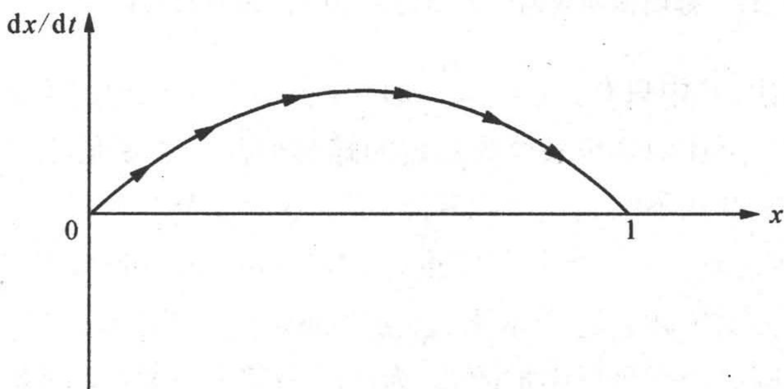


图5.19　蛙鸣博弈复制动态相位图[（m - z）/（1 - P）> 1]

根据该相位图可以看出，现在的进化稳定策略是x＊ = 1，也就是所有雄蛙都鸣叫。这种情况在青蛙的天敌较少，而且气候不是很寒冷，从而鸣叫的好处大大超过成本代价时是合理的。

上面我们用两人对称博弈的复制动态进化博弈分析的方法，讨论了生物进化博弈中的蛙鸣问题。事实上，同样的方法也可以用来研究其他生物物种的性状特征的进化演变，并研究环境条件因素对生物进化过

程的影响等许多问题。当然，如果有相互关系的不同物种的进化放在一起研究，那么就需要运用下面这种非对称博弈的进化博弈分析框架，才能进行有效地研究。

5.4　复制动态和进化稳定性：两人非对称博弈

上一节分析了两人对称博弈的复制动态和进化稳定策略。两人对称博弈的进化博弈分析，对应的是相似博弈方群体的策略进化和稳定性。但很显然，有限理性的博弈方也会进行非对称博弈。这时候一个大群体成员间随机配对反复博弈就不再是合适的分析框架了，必须用两个（或多个）有差别的有限理性博弈方群体的成员，相互之间随机配对博弈的分析框架进行分析。本节主要介绍两人对称博弈的进化博弈分析。

5.4.1　市场阻入博弈的复制动态和进化稳定策略

我们仍然通过具体的例子来说明非对称博弈的复制动态进化博弈分析。市场阻入博弈是常见的经济博弈问题，也是典型的动态博弈。为了简单起见，我们假设所讨论的市场阻入博弈就是图5.20中这个给出具体得益数字的例子。其中在博弈方1位置博弈的是可能进入市场的潜在竞争者，在博弈方2位置博弈的是先占领市场的阻止进入一方。

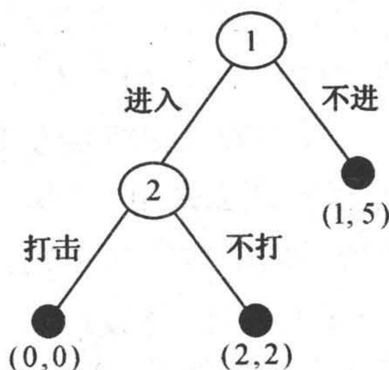


图5.20　市场阻入博弈扩展形

当然，只要另外说明双方选择的次序，该博弈也可以用得益矩阵表

示，如图5.21。

		博弈方2	
		打击	不打
博弈方1	进入	0，0	2，2
	不进	1，5	1，5

图5.21　市场阻入博弈得益矩阵

首先可以肯定的是，这个博弈的两个博弈方既不是同时选择，且策略选择和得益情况也不对称，因此肯定是一个非对称的两人博弈。根据上述扩展形和得益矩阵都容易看出，这个博弈中有两个纳什均衡策略组合，那就是（进，不打击）和（不进，打击）。但这两个策略纳什均衡中，只有前者是子博弈完美纳什均衡。因此如果是在两个完全理性的博弈方之间进行这个博弈，那么该博弈的均衡应该是前者，双方各得2单位利益。

现在我们来讨论这个博弈的有限理性博弈，也就是有限理性博弈方进行这个博弈的情况。首先，博弈方有限理性意味着博弈方没有求子博弈完美纳什均衡策略的能力和坚持这种策略的信心，因此博弈结果往往不是上述子博弈完美纳什均衡，但一次性博弈中博弈方究竟会作怎样的选择，博弈的结果究竟会是什么则很难预言。我们仍然需要在适当的分析框架下对该博弈进行有限理性的进化博弈分析。

由于本博弈是一个非对称博弈，因此不能套用对称博弈的分析框架。关键是现在实际上有两个不同的博弈方群体，一个是在博弈方1位置博弈的潜在的进入者群体，另一个是在博弈方2位置博弈的阻入者群体，每次博弈实际上都是前一个群体的一个成员与后一个群体的一个成员进行的。因此现在我们的分析框架是，反复在两个群体中各随机抽取一个成员配对进行上述市场阻入博弈，博弈方的学习和策略模仿局限在他们所在群体内部，策略调整的机制仍然是与两人对称博弈中相似的复制动态。这样，我们就可以分别对两个群体成员进行复制动态和进化稳定策略分析，分析的方法与两人对称博弈是相似的。

我们假设在博弈方1位置博弈的群体中，采用“进”策略的博弈方比例为x，那么采用“不进”策略的比例则为1 - x；同时假设在博弈方2位置博弈的群体中采用“打击”策略的博弈方的比例为y，那么采用“不打击”策略的比例就为1 - y。这样在博弈方1位置博弈的“进”、“不进”两

类博弈方的期望得益u_{1e}、u_{1n}和群体平均得益$\overline{u}_1$分别为

$$u_{1e} = y \cdot 0 + (1-y) \cdot 2 = 2(1-y)$$

$$u_{1n} = y \cdot 1 + (1-y) \cdot 1 = 1$$

$$\overline{u}_1 = x \cdot u_{1e} + (1-x)u_{1n} = 2x(1-y) + (1-x)$$

在博弈方2位置博弈的“打击”、“不打击”两类博弈方的期望得益u_{2s}、u_{2n}和群体平均得益$\overline{u}_2$分别为

$u_{2s} = x \cdot 0 + (1-x) \cdot 5 = 5-5x$

$u_{2n} = x \cdot 2 + (1-x) \cdot 5 = 5-3x$

$\overline{u} = yu_{2s} + (1-y)u_{2n} = 5-2xy-3x$。

现在我们分别把两人对称博弈进化博弈的复制动态分析，用于两个位置博弈的博弈方群体，得到在博弈方1位置博弈的博弈方类型比例的复制动态方程为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= x[u_{1e} - \overline{u}_1] \\ &= x[2(1-y) - 2x(1-y) - (1-x)] \\ &= x[2(1-y)(1-x) - (1-x)] \\ &= x(1-x)(1-2y)\end{aligned}$$

在博弈方2位置博弈的博弈方类型比例的复制动态方程为

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y[u_{2s} - \overline{u}_2]$$

$$= y(5 - 5x - 5 + 2xy - 3x)$$

$$= y(2xy - 2x)$$

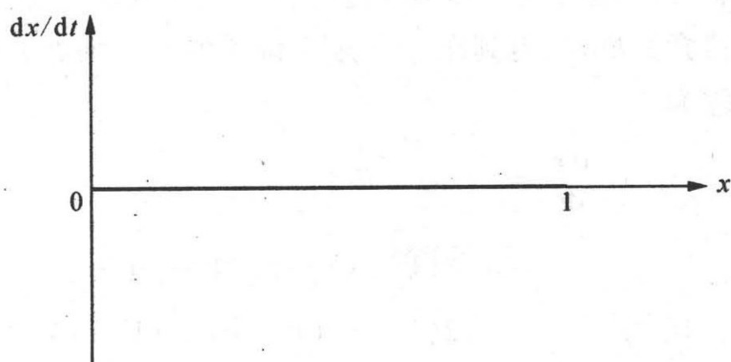
$$= y(1 - y)(-2x)。$$

我们先对博弈方1位置博弈的群体的复制动态方程作一些分析。根据该动态方程，如果y = 1/2，那么dx/dt始终为0，这意味着所有x水平都是稳定状态；如果y≠1/2，则x* = 0和x* = 1是两个稳定状态，其中y > 1/2时x* = 0是ESS，y < 1/2时x* = 1是ESS。图5.22中的三个相位图分别给出了上述三种情况下x的动态趋势及稳定性。

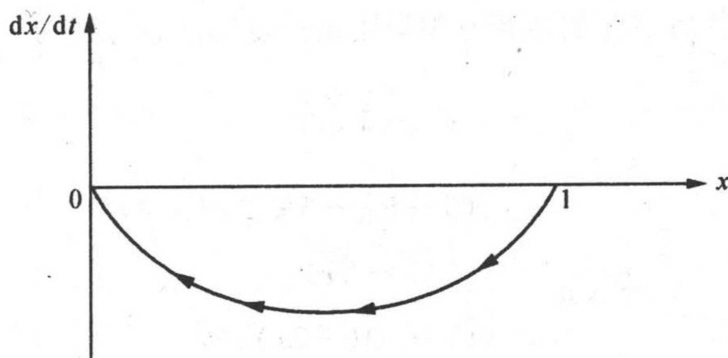
现在再分析在博弈方2位置博弈的群体的复制动态方程。根据该动态方程，当x = 0时，dy/dt始终为0，即所有y都是稳定状态；当x≠0时（此时必然x > 0），y* = 0和y* = 1是两个稳定状态，其中y* = 0是ESS。图5.23中的两个相位图给出了y的动态趋势及稳定性。

进一步，我们可以把上述两个群体类型比例变化复制动态的关系，在以两个比例为坐标的坐标平面图上表示出来，如图5.24所示。

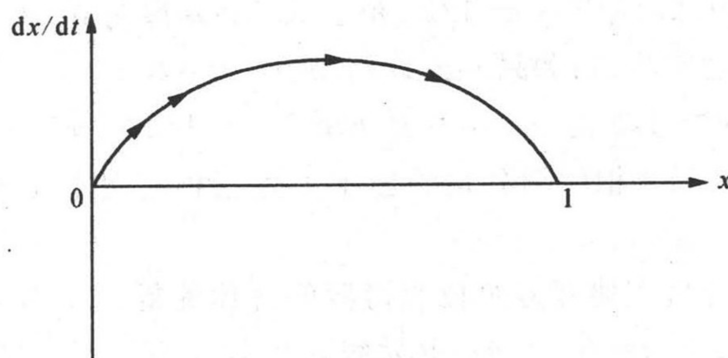
根据图5.24中反映的复制动态和稳定性，不难看出本博弈的进化稳定策略只有x* = 1和y* = 0一点，其他所有点都不是复制动态中收敛和具有抗扰动的稳定状态。这意味着有限理性的博弈方通过长期反复博弈，学习和调整策略的结果是，潜在进入者最终都会进入市场竞争，而先占领市场的阻入一方则会放弃采取不理智的报复措施。这与完全理性条件下博弈的子博弈完美纳什均衡完全一致，说明在这个问题上有限理性的博弈方通过学习是能够掌握子博弈完美纳什均衡策略的。



(a) $y=1/2$

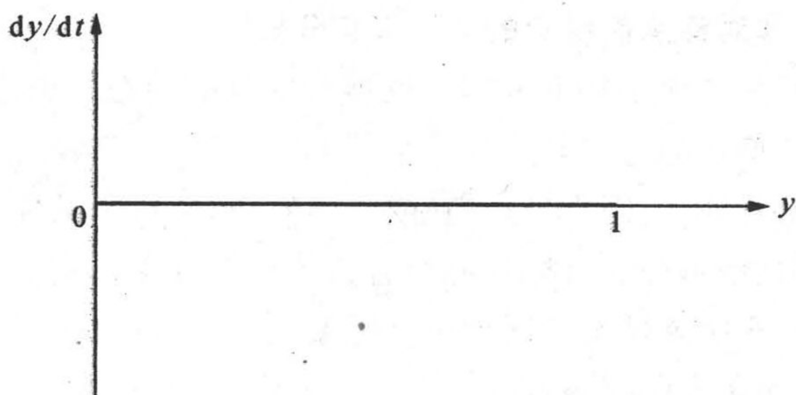


(b) $y>1/2$

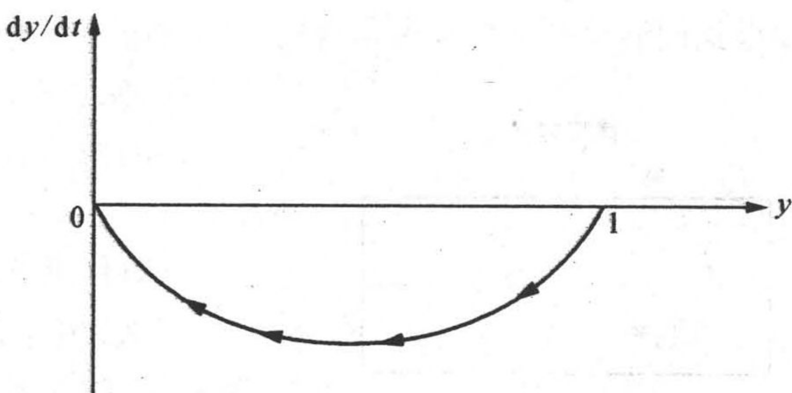


(c) $y<1/2$

图5.22　博弈方1位置博弈群体复制动态相位图



(a) $x=0$



(b) $x\neq 0$

图5.23　博弈方2位置博弈群体复制动态相位图

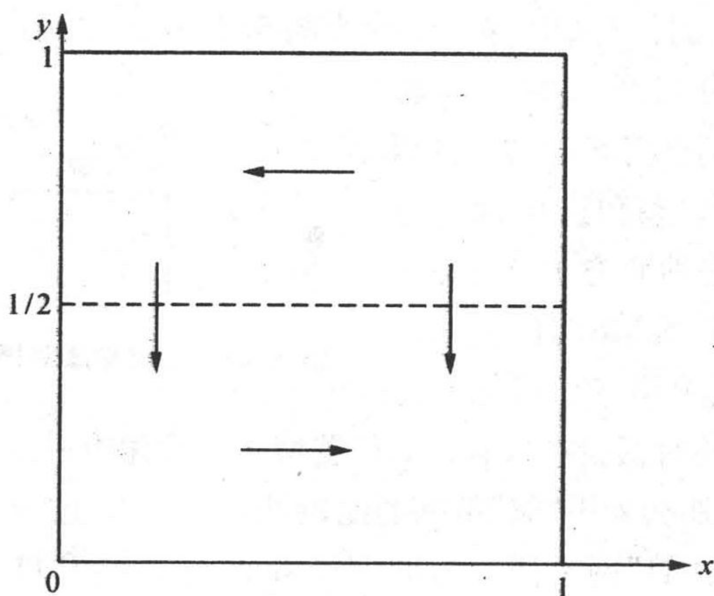


图5.24　非对称博弈两群体复制动态的关系和稳定性

5.4.2　非对称鹰鸽博弈的进化博弈分析

上一节分析了鹰鸽博弈有限理性博弈的复制动态和进化稳定策略，其中作为基本博弈的鹰鸽博弈是一个两人对称博弈。实际上，鹰鸽博弈也可以是非对称博弈，因为当人们（或者其他动物）为了某件事物发生冲突竞争的时候，所争夺的目标对冲突各方的价值并不一定是一致的。例如当问题中一个国家试图侵略另一个国家，另一个国家考虑是否抗击入侵者时，双方所争夺的国土对前者来说意味着一块殖民地，后者则是自己的祖国，显然对于双方来说价值是完全不同的，对后者的价值通常要远远高于前者。如果我们假设鹰鸽博弈所争夺的目标对博弈方1位置博弈的博弈方价值为v_1，对博弈方2位置博弈的博弈方价值为u_2，并设$v_1>v_2>0$。再假设其余方面都与对称鹰鸽博弈的假设相同。那么，现在这个鹰鸽博弈的得益矩阵如图5.25所示。很显然，这是一个双方利益不对称的非对称博弈。

		博弈方2	
		鹰	鸽
博弈方1	鹰	$\frac{v_1-c}{2}, \frac{v_2-c}{2}$	v_1, 0
	鸽	0, v_2	$\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2}$

图5.25　非对称鹰鸽博弈

为了简单起见，我们进一步假设上述博弈中$v_1=10$，$v_2=2$，$c=12$，这样该博弈的得益矩阵进一步变为图5.26中的情况。

		博弈方2	
		鹰	鸽
博弈方1	鹰	−1, −5	10, 0
	鸽	0, 2	5, 1

图5.26　非对称鹰鸽博弈数值例子

我们直接分析图5.26非对称博弈鹰鸽博弈两个博弈位置博弈群体各自的复制动态和进化稳定策略。我们假设在博弈方1位置博弈的群体中，采用“鹰”策略的博弈方比例为x，那么采用“鸽”策略的比例则为1－x；同时假设在博弈方2位置博弈的群体中采用“鹰”策略的博弈方比例为y，那么采用“鸽”策略的比例就为1－y。这样在博弈方1位置博弈的“鹰”、“鸽”两类博弈方的期望得益u_{1e}、u_{1d}和群体平均得益$\bar{u}_1$分别为

$$u_{1e}=y\cdot(-1)+(1-y)\cdot 10=10-11y$$

$$u_{1d}=y\cdot 0+(1-y)\cdot 5=5-5y$$

$$\bar{u}_1=x\cdot u_{1e}+(1-x)\cdot u_{1d}=5+5x-5y-6xy$$

在博弈方2位置博弈的“鹰”、“鸽”两类博弈方的期望得益u_{2s}、u_{2d}和

群体平均得益 $\overline{u}_2$ 则分别为

$u_{2e} = x\cdot(-5) + (1-x)\cdot 2 = 2-7x$

$u_{2d} = x\cdot 0 + (1-x)\cdot 1 = 1-x$

$\overline{u}_2 = y\cdot u_{2e} + (1-y)\cdot u_{2d} = 1-x+y-6xy$

分别把复制动态方程用于两个位置博弈的博弈方群体，得到博弈方1位置博弈的博弈方类型比例的复制动态方程为

$$\frac{dx}{dt} = x[u_{1e} - \overline{u}_1] = x(1-x)(5-6y)$$

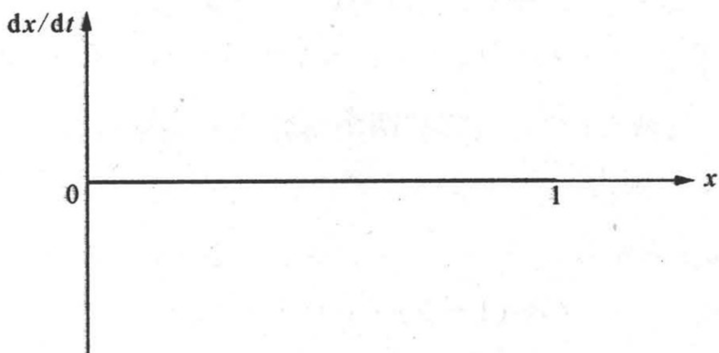
博弈方2位置博弈的博弈方类型比例的复制动态方程为

$$\frac{dy}{dt} = y[u_{2e} - \overline{u}_2] = y(1-y)(1-6x)。$$

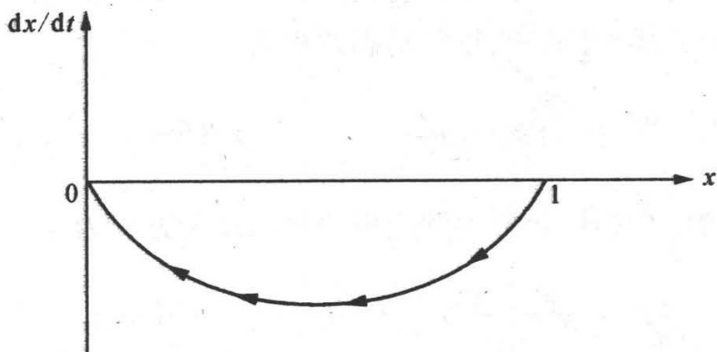
我们首先对博弈方1位置博弈群体的复制动态方程进行分析，不难知道当$y=5/6$时，dx/dt始终为0，也就是所有x都是稳定状态；当$y>5/6$时，$x^*=0$和$x^*=1$是x的两个稳定状态，其中$x^*=1$是进化稳定策略；当$y<5/6$时，仍然是$x^*=0$和$x^*=1$是两个稳定状态，但$x^*=1$是进化稳定策略。图5.27给出了上述三种情况的x动态变化的相位图和稳定状态。

同样地，当$x=1/6$时所有y都是稳定状态；当$x>1/6$时，$y^*=0$和$y^*=1$是y的两个稳定状态，其中$y^*=1$是进化稳定策略；当$x<1/6$时，仍然是$y^*=0$和$y^*=1$是两个稳定状态，但$y^*=0$是进化稳定策略。图5.28给出了上述三种情况的y动态变化的相位图和稳定状态。

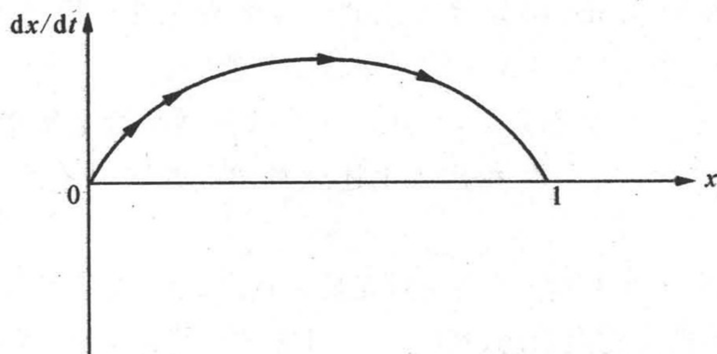
进一步，把上述两个群体类型比例变化复制动态的关系用一个坐标平面图表示，如图5.29所示。



(a) $y=5/6$



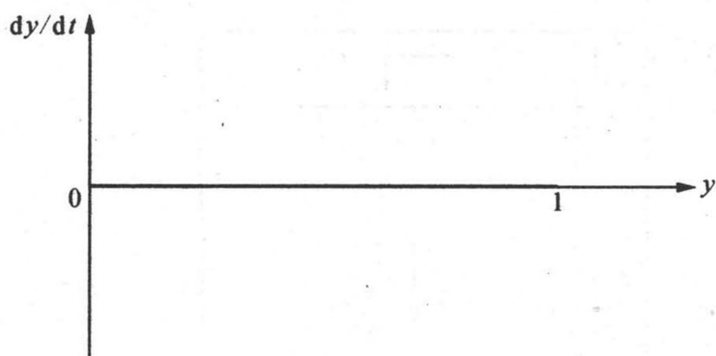
(b) $y>5/6$



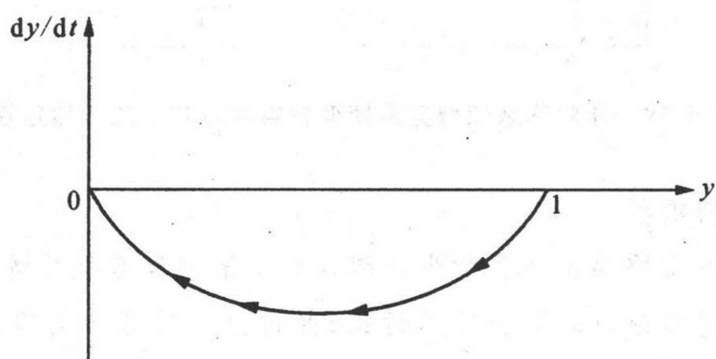
(c) $y<5/6$

图5.27　非对称鹰鸽博弈博弈方1群体复制动态相位图

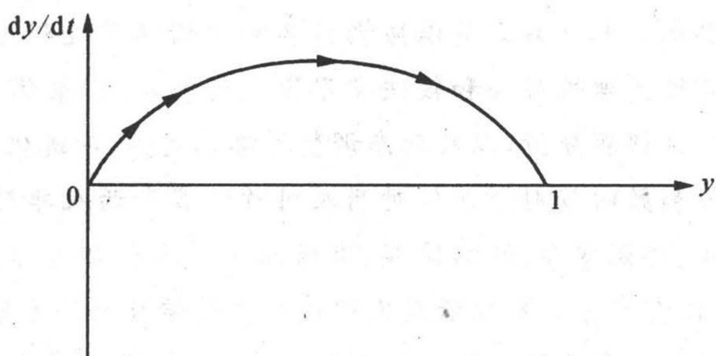
根据图5.29中箭头的方向不难看出，在非对称鹰鸽博弈中，$x^* = 1$、$y^* = 0$和$x^* = 0$、$y^* = 1$是这个博弈的进化稳定策略。在这个博弈的复制动态进化博弈中，当初始情况落在A区域时会收敛到进化稳定策略$x^* = 0$、$y^* = 1$，即博弈方1位置群体都采用“鸽”策略，博弈方2位置群体都采用“鹰”策略；当初始情况落在D区域时会收敛到进化稳定策略$x^* = 1$、$y^* = 0$，即博弈方1位置群体都采用“鹰”策略，博弈方2位置群体都采用“鸽”策略；当初始情况落在B和C两个区域时，大部分可能性也是最终收敛到进化稳定策略$x^* = 1$、$y^* = 0$。因此在本博弈中，有限理性博弈方通过长期的学习和策略调整，大部分情况下最终都会收敛于博弈方1采用比较强硬的“鹰”策略，博弈方2采用比较保守的“鸽”策略的均衡。但在少数比较极端的情况下，也会出现相反的结果。应该说这个结论也是符合这个博弈的利益结构所决定的各个博弈方的行为取向的。



(a) $x=1/6$



(b) $x>1/6$



(c) $x<1/6$

图5.28　非对称鹰鸽博弈博弈方2群体复制动态相位图

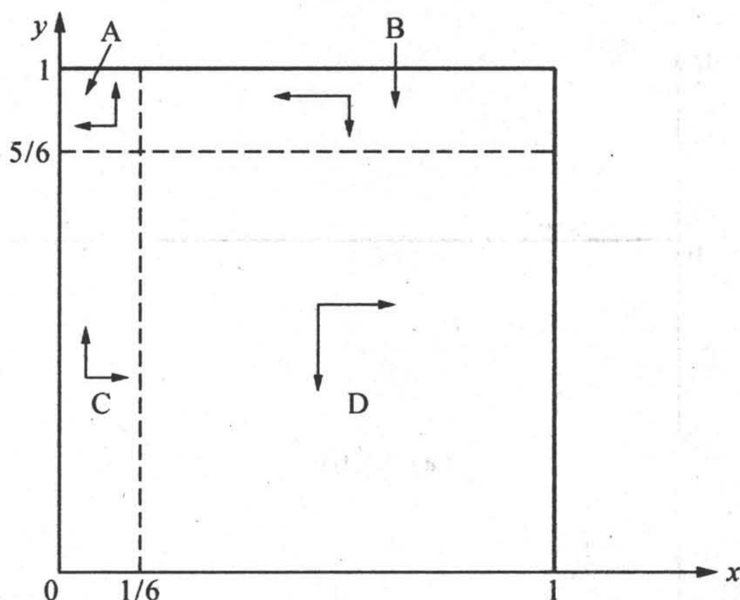


图5.29　非对称鹰鸽博弈两博弈方群体复制动态和稳定性

本章内容提要

本章对进化博弈论作了初步介绍。本章第一节首先对博弈方的理性局限及其对博弈分析的影响作了讨论，并讨论了博弈方有限理性的种类和层次问题。在前述分析的基础上，讨论了在博弈方只有有限理性的前提下博弈分析的有效框架问题，介绍了有限理性博弈分析，也就是进化博弈论的基本思想。本章第二节以协调博弈和古诺调整过程为例，介绍了以博弈方具有较高理性层次和较快学习速度为基础，以最优反应动态为核心的有限理性博弈分析，以及动态调整策略稳定性，即进化稳定策略的概念。第三节和第四节则分别针对两人对称博

弈和两人非对称博弈，通过签协议博弈、协调博弈、蛙鸣博弈、市场阻入博弈和非对称鹰鸽博弈等为例，介绍了以博弈方只有较低层次理性和很慢学习速度为基础，以生物进化博弈的复制动态为核心的有限理性博弈分析（进化博弈分析），以及复制动态的进化稳定策略。本章所使用的例子既有纯粹的经济问题（古诺调整过程、签协议博弈、市场阻入博弈），也有纯粹的生物学问题（蛙鸣博弈），以及可以反映多方面问题的一些例子（协调博弈、鹰鸽博弈、非对称鹰鸽博弈），这也反映了进化博弈论的理论和应用领域。

本章用不同分析框架对有限理性和进化博弈的分析，特别是对多个经典博弈模型的具体分析，既充分反映了有限理性博弈与完全理性博弈的差异，也得到了不少支持完全理性博弈分析的根据。因为进化博弈分析找出的进化稳定策略本身都是完全理性博弈的纳什均衡，又具有对博弈方理性局限和错误干扰的稳健性，因此可以理解为是对纳什均衡的一种精练。这些都对我们更好地理解博弈关系，增强博弈分析方法的理论和应用价值有重要的意义。此外，本章介绍的进化博弈分析及其分析结论，对一次性和短期经济关系的预测作用也许不大，但对长期稳定经济关系的分析和预测具有很重要的意义，对于有较长历史的社会经济问题，也可作为预测当前情况的工具。

当然，本章对进化博弈论的介绍还是很粗浅的，因为这个领域的内容

非常丰富，本章只是介绍了其中的很小一部分。但本章的介绍可以让我们对进化博弈论有一个基本的了解，为进一步学习和研究打下初步的基础。

本章基本概念

有限理性　理性层次　有限理性博弈　生物进化博弈　进化博弈论最优反应动态　复制动态　相位图　稳定状态　进化稳定策略　协调博弈　古诺调整过程　签协议博弈　鹰鸽博弈　蛙鸣博弈　市场阻入博弈非对称鹰鸽博弈

本章思考题

1.有限理性博弈方之间的博弈与完全理性博弈方之间的博弈有什么区别？在完全理性假设下分析有限理性博弈方之间的博弈可能导致什么问题？

2.根据最优反应动态和复制动态进行的进化博弈分析的结论，有什么理论和现实意义，对预测当前的经济均衡有没有作用？

3.在2×2对称博弈的复制动态进化博弈中，如果a = b = c = d，该博弈是否存在进化稳定策略ESS？

4.是否每个2×2对称博弈的复制动态进化博弈都存在ESS？是否都存在纯策略ESS？

5.如果把第二节古诺调整中的寡头

产量博弈模型改为动态博弈，也就是两寡头的产量选择是依次的而不是同时的，其最优反应动态的分析结论与静态模型时是否相同，为什么？

6.分析下列得益矩阵表示博弈的最优反应动态的策略稳定性，假设：（a）群体中有4个博弈方，沿一圆周分布，各自对相邻博弈方的前期策略作最优反应；（b）群体中有4个博弈方，各个博弈方对所有博弈方的上期策略作最优反应。

		博弈方2	
		A	B
博弈方1	A	3，3	0，0
	B	0，0	2，2

7.分析上一题中博弈的大群体复制动态进化稳定策略（ESS）。说明分析结果所隐含的现实意义。

8.若图5.13的鹰鸽博弈中v＝2，c＝100，发生剧烈冲突的机会有多大？若v＝12，c＝10，发生剧烈冲突的机会有多大？这些结论和对我们有什么启发？

9.对于图5.15得益矩阵表示的蛙鸣博弈，如果m＝0.6，P＝0.8，蛙鸣成本z分别满足什么条件时，有：（a）不叫是ESS；（b）部分鸣叫部分不叫是ESS；（c）鸣叫是ESS。

【注释】

(1) “有限理性博弈”和“完全理性博弈”并不是通用的概念，是作者为了简便起见采用的。

(2) 生物进化博弈是以达尔文的自然选择思想为基础的生物学理论，研究生物种群通过变异和增殖的共同作用，拥有增殖成功率较高的性状（形态、行为特征）的个体在种群中的比例的变化、稳定及其对生物进化的影响。其中生物进化中性状特征的频数、比例稳定性主要由“进化稳定策略”描述。

第六章　完全但不完美信息动态博弈

前面各章讨论的博弈模型基本上都是完全和完美信息的，即使少数博弈中有博弈方不完全了解得益情况或无法观察其他博弈方的某些行为，如有效工资率和委托人—代理人模型的情况，那也是对所有博弈方相同的不确定性或只是事后监督方面的困难，引进描述不确定性的概率分布并根据数学期望决策就可以解决。但实际上人们在现实决策活动中对信息的掌握并不总是那么充分和对称的，人们购买商品时可能缺乏对商品内在质量或生产过程的了解，企业人事经理雇用员工时很难了解应聘者的真实素质，保险公司销售人寿保险时则常苦于缺乏投保人健康情况的关键信息。信息的不充分和不对称通常会使人们进行判断和决策难度增加，对决策、博弈的结果和效率产生很大影响，不分析这种情况下的博弈问题，博弈理论也会有很大的局限性。除了博弈论研究本身的需要以外，对信息不充分、不对称情况下博弈问题的研究，事实上也是研究信息在社会经济活动中作用价值的有效方法，是信息经济学这个现代经济学重要新兴分支的核心内容。

根据序论中的讨论，博弈信息结构的问题分为不完全信息和不完美信息两个方面，前者指博弈方在得益信息方面的不对称，后者则是博弈方在博弈进程信息方面的不对称性，而在不完全信息博弈中还可以有静态博弈和动态博弈之分。本章先讨论完全但不完美信息的动态博弈，后面两章将分别讨论不完全信息静态博弈和不完全信息动态博弈。

6.1　不完美信息动态博弈

6.1.1　概念和例子

动态博弈的基本特征是各个博弈方的行为不是同时，而是有先后次序的。既然各个博弈方不在同一个时刻行为，那么在多数情况下，后行为的博弈方在自己行为之前都可以观察到先于自己行为的其他博弈方的行为，也即后面阶段选择的博弈方有关于前面阶段博弈进程的充分信息。这种完全了解自己行为之前博弈进程的博弈方称为“有完美信息（Perfect Information）的博弈方”。如果一个动态博弈中的所有博

弈方都是有完美信息的，我们就称这种博弈为“完美信息的动态博弈”。

但是，由于博弈方可能会故意保密或信息传递不畅等原因，动态博弈中也可能存在至少部分后行为的博弈方，无法了解在自己之前行为的部分或全部博弈方行为的情况。如果是各博弈方都只有一次性行为选择，且所有后行为的博弈方都无法看到自己选择之前所有其他博弈方的行为选择，那么我们可以将这种博弈当作静态博弈来处理，因为这时各博弈方在信息方面是平等的，与所有博弈方同时选择的静态博弈没有什么区别。可是，如果后行为的博弈方中只有部分博弈方无法看到自己选择之前的博弈过程，或者各博弈方对博弈进程信息的掌握有差异，再或者各博弈方不是只有一次行为选择，但却无法观察到前面的博弈进程，那么我们就无法将这样的博弈看作静态博弈，它们只能是动态博弈，是没有关于博弈进程完美信息的动态博弈，我们称它们为“不完美信息的动态博弈”，相应的博弈方则称为“有不完美信息的博弈方”。本章所讨论的不完美信息动态博弈中，各博弈方对博弈结束时每个博弈方的得益是完全清楚的，因此博弈方是有“完全信息”（Complete Information）的，这类博弈我们称之为“完全但不完美信息动态博弈”，或简称“不完美信息动态博弈”。

不完美信息动态博弈的基本特征之一是博弈方之间在信息方面的不对称性。以关于二手车的博弈问题为例。如果你在二手车市场上买了一辆二手车，则你过后常会发觉合算、不合算，或赚了大便宜、吃了大亏等等，而买一辆新车则这种感觉相对较少。之所以买二手车后常会发觉价值与原先估计的有距离，主要原因是你作为买方在二手车交易中信息较少。一般来说，你可以通过品牌、型号、出厂日期等比较容易确定的因素，以及你看得见的外观、听得出的发动机声音等判断旧车的质量和价值，但是，许多内在的损耗或毛病却不容易通过这些方法发现，特别是当卖方有意识地伪装过以后就更不容易直观判断出来。由于是否存在影响价值的内在缺陷，很大程度上取决于卖方对车子的使用和保养情况，因此卖方对车子的真实情况和价值比买方具有多得多的了解，除非买卖双方本来就是邻居或很熟悉的朋友。

我们把这个二手车交易抽象成这样一个博弈问题：先是原车主（即卖方）选择如何使用车子。为了简单起见，我们假设有好、差两种方式，分别对应二手车市场上内在质量好、差两种情况的二手车；第二阶段是原车主作为卖方决定是否要卖，卖价可以只有一种、有高低两种或更多，价格越多当然问题就越复杂；最后是买方决定是否买下，我们假设买方要么接受卖方价格，要么不买，但不能讨价还价。

由于在这个动态博弈中，买方作为一个博弈方对第一阶段卖方的行为

不了解，即买方具有不完美信息，这是一个不完美信息的动态博弈。值得注意的是本博弈中第一阶段卖方对车子的选择，严格讲起来是在这个二手车交易发生之前早就存在的，因此在买卖双方考虑这个交易之前就已经确定了，只是买方不清楚而已。这种将早已存在、确定或者非主动性的选择引进动态博弈作为一个阶段，并用对该阶段情况了解程度的差异反映博弈中不完美信息的方法是一种常用的处理方法。

如果把第三章有关银行制度的博弈问题改编一下，也是一个具有类似特征的例子。设许多储户在同一银行有存款。在银行经营良好的情况下，储户到期取款能得到丰厚的利息，若提前取款则得不到利息，但也不会受损失；在银行经营不善的情况下，如果所有储户都到期取款则大家受平均损失，但如果部分储户提前取款，则这部分储户能避免损失，而其他到期再取款的储户却要受更大的损失。如果部分储户有一些内部消息来源，能大概了解（不一定绝对准确）银行的经营状况，那么这部分储户在发觉银行有经营不善迹象时就会闻风先动。

如果将上述问题抽象成这样一个博弈：银行作为一个博弈方先决定经营情况的“好”、“差”，简便起见不细分好坏的程度；然后是有消息来源的储户作为一个博弈方选择是否提前取款；最后是没有消息来源的一般储户作为一个博弈方也选择是否提前取款。注意该博弈三个博弈方的情况很不相同。首先，银行虽然被看作一个博弈方，但是它对经营情况好差的选择并不是完全主动的，在此我们实际上只是把它作为一个客观因素，为了反映其他博弈方信息的不完美性而引进的，因此在分析该博弈时我们并不考虑这个博弈方的选择本身，也不关心它的得益。其次，由于有一定消息来源的储户和完全没有消息来源的储户都不能完全观察到银行的经营，因此他们都有信息不完美性，当然前者的信息不完美程度比后者低。由于整个博弈结束时各博弈方的得益情况是大家了解的，因此这也是一个完全但不完美信息的动态博弈。

上面两个例子中都有一个特殊的博弈方，他们要么实际上早就已经决定了自己的选择内容，要么对所讨论的博弈来说并不是主动的选择。不过这种特殊的博弈方并不是构成完全但不完美信息动态博弈的必要条件，因为根据定义，只要动态博弈中有一个博弈方看不到自己选择前其他某些博弈方的行为就构成不完美信息动态博弈。也就是说，完全但不完美信息动态博弈可以在全部主动选择并且理性行为的博弈方之间进行的。不过，如果所有博弈方都是主动选择且理性行为的，那么理论上所有博弈方的行为都能够通过分析推断出来，并不需要直接观察，这时候信息是否完美的意义并不大，因为与完全且完美信息的动态博弈并没有本质的区别。因此用包含一个上述类型特殊博弈方的模型，常常更能说明不完美信息博弈的本质问题。

6.1.2　不完美信息动态博弈的表示

首先讨论一下不完美信息动态博弈的表示方法，也就是如何反映动态博弈中博弈方信息不完美的问题。为此我们先回顾一下第一章介绍的一个单人博弈，就是运输路线问题。这个单人博弈中只有商人一个博弈方，因此严格来说并不是动态博弈。但由于商人在进行决策时面临天气条件方面的不确定性，因此我们虚设了对天气进行选择的博弈方0（也就是“自然”），将天气条件的不确定性转换成了该虚设博弈方的、商人决策时无法看到的选择，从而使这个单人博弈转变成了有两个博弈方的不完美信息动态博弈。在第一章中我们是用图1.10（即图6.1）中扩展形表示该博弈的。

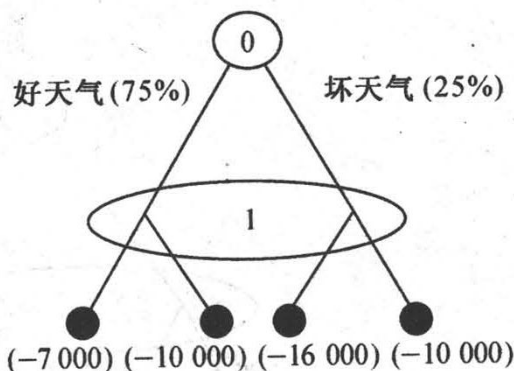
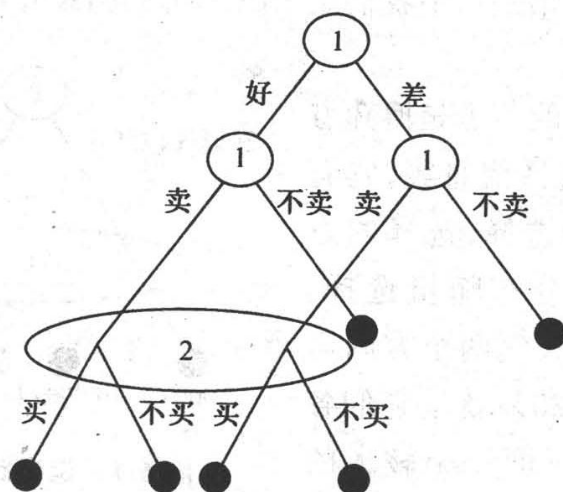


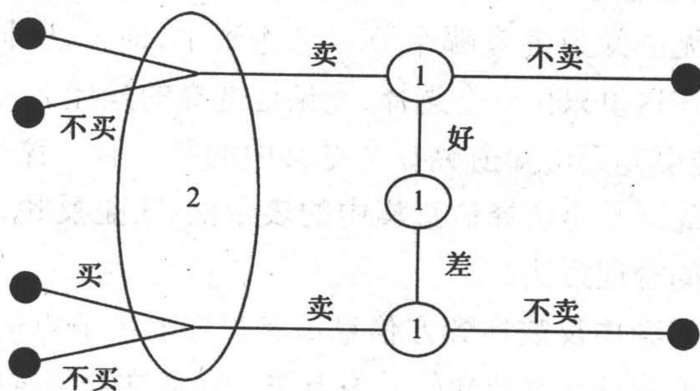
图6.1　运输路线扩展形

图6.1中最上方的节点是博弈方0，也就是“自然”的选择信息集，它有好天气、坏天气两种选择，选择的方法是按一定的概率分布随机选择。图6.1中好天气、坏天气两个方向后面括号中的75%和25%就是它们各自被选到的概率。下面一个较大的椭圆形代表博弈方1，即商人的选择信息集。注意它包含了分别对应自然两种不同选择的两个节点，因此常被称为“多节点信息集”。将两个节点放在同一个信息集中，表明商人在该阶段决策时无法知道究竟哪个节点已达到了，他无法针对性地选择。也就是说商人在这里只作一个选择，无论他选择的是什么，都有两种可能的结果，而且他事先无法知道究竟会是其中的哪一种。这种将两个节点放在博弈方1的同一个选择信息集中的表示法，正是反映该博弈方1的信息不完美性的合理方法。

运输线路博弈中反映博弈方信息不完美性的多节点信息集，可以推广为表示不完美信息动态博弈的一般方法。以前面介绍过的二手车交易为例。我们暂时不管车子价值和价格的具体数值，即买卖双方各种情况下具体的得益，则根据前面的介绍可用图6.2（a）或（b）来表示这个不完美信息博弈问题。图6.2（a）中最上面一个节点表示第一阶段卖方（记博弈方1）对如何使用汽车的选择，共有“好”和“差”两种可能的选择。卖方对自己的这个选择当然是清楚的，因此第二阶段他选择“卖”还是“不卖”时，是根据两种不同情况的针对性选择。在第一阶段为“好”的情况下，卖方第二阶段可以选择“卖”或“不卖”，在第一阶段为“差”的情况下，同样也可以选择“卖”或“不卖”。如果他选择的是“不卖”，则不管第一阶段是“好”是“差”，博弈都告结束，双方都既无损失也无得利。如果他选择的是“卖”，则博弈进行到第三阶段，轮到买方进行选择。我们是假设买方无法知道第一阶段的卖方选择的，因此在第二阶段卖方选择卖的情况下，买方无法知道卖方前两阶段的路径究竟是“好——卖”还是“差——卖”，因此他无法分别作针对性的选择。我们把两个代表前面阶段博弈（就是卖方的选择）不同路径的节点放在一个信息集中，表示买方在该决策阶段的信息不完美性。这同样意味着虽然买方在此处只有“买”、“不买”两种选择，但可能的结果却有四种，包括“买”到好车、差车，“不买”好车、差车。前两种结果对买方、卖方都有差异，而后两种结果则最多只对卖方有差异。



(a)



(b)

图6.2　二手车交易扩展形

图6.2（b）图只是（a）图的另一种形状的画法而已，实质与（a）是完全相同的。不过注意在（b）图中央的圆圈代表第一个阶段博弈方1的选择节点或信息集，而其上下两个节点则是卖方第二阶段的两个选择节点。左边的椭圆形则是买方的两节点信息集。由于（a）图表示法能用上下顺序反映动态博弈的次序关系，因此通常倾向于（a）图的表示方法。

为了对这个博弈问题及表示法有更深的理解，我们假设一些具体数值：设使用好时对买方而言该车值3千元，使用差时值1千元，卖方要价2千元（可理解为买方想买的档次）。再假设使用差时卖方需要花费1千元才能将车子伪装成使用良好。那么，如果用净收益（收益减成本）作为卖方的得益，用消费者剩余（价值减价格）作为买方的得益，则该博弈的双方得益如图6.3中所示。其中各个得益数组的第一个数字为卖方，即博弈方2的得益。我们注意当卖方在第二阶段选择卖而买方在第三阶段选择不买时，车况好、差对买方利益毫无影响，都是既无得也无失，但对卖方来讲则明显不同，因为当车况差时卖方想卖必须先花代价伪装，卖不出去就会白白损失这笔费用，即1千元的损失。

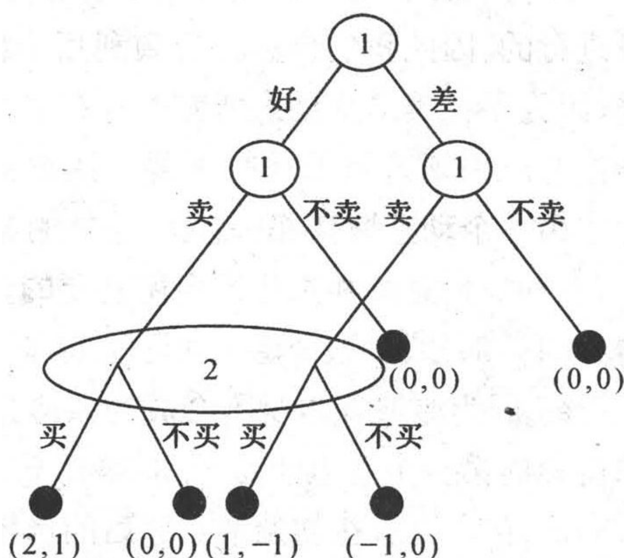


图6.3　二手车交易（数值例子）

根据上述得益情况看，买方在卖方选择卖的前提下，选择买既有赚的可能（车况好），也有亏的可能（车况差），选择不买当然肯定不会吃亏，但也失去了获得利益的机会，因此没有一个选择绝对比另一个好。对卖方来说，车况好时卖不卖得出都无损失，只有得益的可能，因此卖总是比不卖好，但当车况差时卖得出卖不出却截然相反，卖得出有所得利，卖不出却要亏损，因此是否该卖就不那么容易判断。要让买方下决心决定是否买还必须要有进一步的信息或判断，实际上就是在卖方选卖的前提下车况好、车况差各自的概率。要让卖方在后一种情况下下决心决定是否卖也必须有进一步的信息或判断，即买方会

买下的概率究竟有多大。因为有了这样的信息或判断，买方或卖方就至少能对获利机会、损失风险的大小程度心中有数，在自己承受能力的基础上作出正确的判断和选择。但双方决策需要的这些信息或判断又都与双方的选择有关，因此在两个博弈方的选择、信息和判断之间就形成了一种复杂的交互决定关系。事实上，这种交互决定关系正是不完美信息动态博弈的关键和主要研究对象。

6.1.3　不完美信息动态博弈的子博弈

不完美信息动态博弈仍然是动态博弈，仍然是有先后次序，分不同阶段进行的，因此我们自然会想到利用子博弈和逆推归纳法进行分析。但是，因为不完美信息动态博弈中存在多节点信息集，因此子博弈和逆推归纳法的应用就遇到了一些问题。注意我们在第三章是这样定义子博弈的：“由一个动态博弈第一阶段以外的某阶段开始的后续博弈阶段构成的，有初始信息集和进行博弈所需要的全部信息，能够自成一个博弈的原博弈的一部分”。这个定义实际上隐含了几个方面的含义：

a.因为原博弈本身不会成为原博弈的后续阶段，因此子博弈不能从原博弈的第一个节点开始，即原博弈不是自己的一个子博弈。

b.包含所有在初始节点之后的选择节点和终点，但不包含不跟在此初始节点之后的节点。

c.不分割任何的信息集。即如果一选择节点包含在一子博弈中，则包含该节点的信息集中的所有节点都必须包含在该子博弈中。这一条可以说是专对有多节点信息集的不完美信息动态博弈而言的。

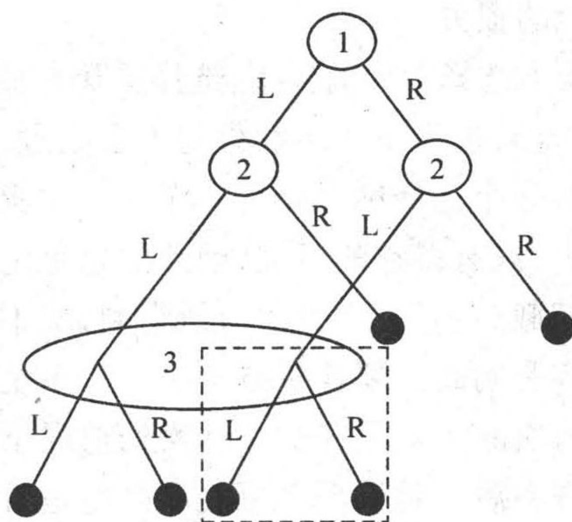


图6.4　多节点信息集和子博弈（1）

a和b两条对不完美信息动态博弈和对完美信息动态博弈并没有什么两样，我们在第三章中早就已经讨论过了。而c是专门针对不完美信息动态博弈的，它实际上就是将类似图6.4中虚线框出的部分排除在子博弈的范畴之外，因为虚线框出的部分中包含了博弈方3的两节点信息集中的一个节点而没有包括另一个。

把图6.4中虚线框出的部分排除在子博弈范畴之外的根本原因，在于单独考虑博弈方3在这个节点处的决策毫无意义。因为博弈方3实际上并不能在肯定该节点已达到（博弈方1、2的选择分别是R、L）的前提下进行选择，轮到他选择时并不知道博弈方1选择的是R还是L，只知道博弈方2选择的是L，因此前两阶段存在两种可能的路径L——L和R——L，博弈方3的选择必须是在权衡两种可能性的基础上作出，而不能针对两个节点分别作出，否则就是毫无意义的。因此图6.5中虚线框出的部分作为原博弈的子博弈没有意义，只会增加不必要的混乱和麻烦。

实际上，上述子博弈定义还隐含着这样的意思，即子博弈必须从一个单节点信息集开始，即图6.5中虚线框出的部分也不能算一个子博弈。不过，这个虚线框中的部分虽然不算子博弈，但它所代表的该阶段博弈方3的选择却是有意义的和非常重要的，在不完美信息动态博弈分析和均衡概念中都有非常重要的地位。

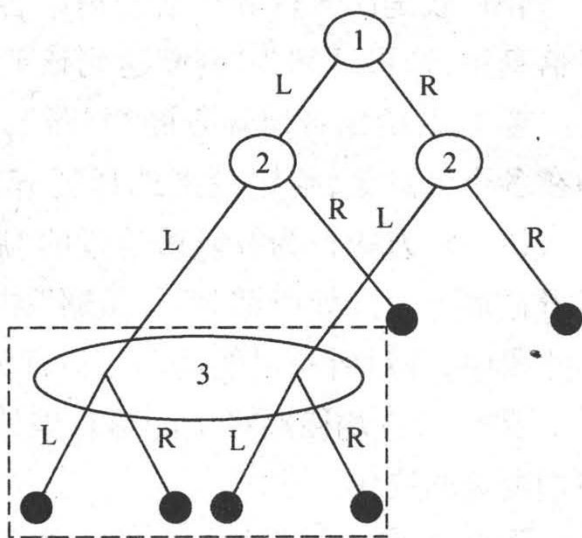


图6.5　多节点信息集和子博弈（2）

6.2　完美贝叶斯均衡

均衡策略组合对任何种类博弈的分析都是关键，对不完美信息动态博弈也不例外。对于一个动态博弈来讲，可信性则始终是均衡的一个中心问题，理想的均衡必须能够排除任何不可信的威胁或承诺。在完全且完美信息动态博弈中，我们通过要求均衡策略组合满足子博弈完美性（即策略组合在每个子博弈中都构成一个纳什均衡）来保证均衡策略中没有任何不可信的威胁或承诺，其核心均衡概念就是子博弈完美纳什均衡。但是，在完全但不完美信息的动态博弈中，因为存在多节点信息集，一些重要的选择及其后续阶段不构成子博弈，因此要求满足子博弈完美性就无法完全排除不可信的威胁或承诺，无法保证均衡策略中所有选择的可信性，为此必须发展新的均衡概念。

6.2.1　完美贝叶斯均衡的定义

根据前面对完全但不完美信息动态博弈的基本讨论，借鉴子博弈完美纳什均衡的思想，并考虑需要完成的任务，我们发展的新均衡概念必须满足这样一些要求：

要求1：在各个信息集，轮到选择的博弈方必须具有一个关于博弈达到该信息集中每个节点可能性的“判断”（Belief）。对非单节点信息集，一个“判断”就是博弈达到该信息集中各个节点可能性的概率分布，对单节点信息集，则可理解为“判断达到该节点的概率为1”。

要求2：给定各博弈方的“判断”，他们的策略必须是“序列理性”的。即在各个信息集，给定轮到选择博弈方的判断和其他博弈方的“后续策略”，该博弈方的行为及以后阶段的“后续策略”，必须使自己的得益或期望得益最大。此处所谓“后续策略”即相应的博弈方在所讨论信息集以后的阶段中，针对所有可能情况如何行为的完整计划。

要求3：在均衡路径上的信息集处，“判断”由贝叶斯法则和各博弈方的均衡策略决定。

要求4：在不处于均衡路径上的信息集处，“判断”由贝叶斯法则和各博弈方在此处可能有的均衡策略决定。

当一个策略组合及相应的判断满足这样四个要求时，称为一个“完美贝叶斯均衡”。这是完美贝叶斯均衡的比较完全的定义方法。之所以称这种均衡为完美贝叶斯均衡，首先是因为它的第二个要求“序列理性”，与子博弈完美纳什均衡中的子博弈完美性要求相似；其次是因为要求3和要求4中规定“判断”的形成必须符合贝叶斯法则。

根据上述定义不难看出，子博弈完美纳什均衡是完美贝叶斯均衡在完全且完美信息动态博弈中的特例。即在完全且完美信息博弈中完美贝叶斯均衡就是子博弈完美纳什均衡。实际上，序列理性在子博弈中就是子博弈完美性，在整个博弈中就是纳什均衡，而在完全且完美信息动态博弈中，所有轮到选择博弈方的信息集都是单节点的，他们对博弈达到该节点的“判断”都是概率等于1，这些判断当然都是满足贝叶斯法则和以其他博弈方的后续策略为基础的。更进一步，完美贝叶斯均衡在静态博弈中就是纳什均衡。

给出完美贝叶斯均衡定义并作了上述简单说明以后，我们可能仍然会有较大的疑问，那就是完全但不完美信息动态博弈的均衡概念为什么要求那么多条件，为此我们再对四个条件逐一作一些分析。

要求1实际上就是前面已提到的解决完全但不完美信息动态博弈的基本前提，在多节点信息集处轮到选择的博弈方，至少必须对其中每个节点达到的可能性大小有一个基本判断，否则其决策就会失去根据，从而也不可能存在策略的稳定性，更谈不上均衡。

要求2的序列理性相当于子博弈完美纳什均衡中的子博弈完美性要求，实际上在子博弈中（不完美信息动态博弈中也可能有子博弈）就是子博弈完美性，而在多节点信息集开始的不构成子博弈的部分中，序列理性通过要求各博弈方遵守最大利益原则而排除博弈方策略中不可信的威胁或承诺。当然序列理性首先要求策略组合在给定的各方判断下是纳什均衡。从这几点可以看出，序列理性要求对保证完美贝叶斯均衡的真正稳定性是很重要的。

6.2.2　均衡要求的初步解释

下面我们以图6.6中的完全但不完美信息动态博弈为例，进一步说明上述两个条件的重要性。

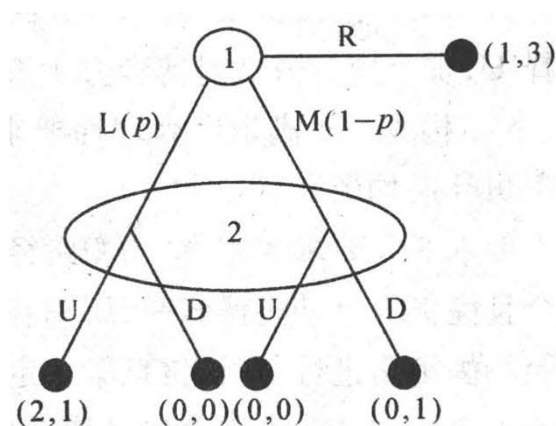


图6.6　完全但不完美信息动态博弈

图6.6是一个两博弈方各一次选择的动态博弈。因为在博弈方1第一阶段选择不是R的情况下，博弈方2无法看到博弈方1究竟选择的是L还是M，因此博弈方2具有不完美信息，这是一个不完美信息的动态博弈。从本博弈的得益情况容易看出，如果博弈方2在轮到选择时（博弈方1第一阶段没选R），不但看不到博弈方1的实际选择，而且对博弈方1选L还是M的可能性大小毫无判断，则他就不知该选U和D中哪一个才合理。因为如果博弈方1的选择是L，那么博弈方2选U得益较大，如果博弈方1的选择是M，博弈方2选D的得益较大。因此，博弈方2在这个多节点信息集处对两个节点，也就是两条路径的“判断”是决策的必要基础，从而也是均衡策略的基础。这就说明了要求1的必要性。

要求2也是非常必要的。在本例中如果没有这个要求，只要求满足纳什均衡和子博弈完美性，则博弈方2有一个可为自己争取到最大利益3，但包含不可信威胁的均衡策略，那就是博弈方2威胁在轮到自己选择时将惟一地只选D。如果博弈方2采取这个策略，博弈方1的最佳对策就是第一阶段直接选择R使博弈结束，双方得益是（1，3）。上述策略组合显然是一个纳什均衡，由于本博弈没有子博弈，因此子博弈完美性要求就自动满足，它也是一个子博弈完美纳什均衡。但是，博弈方2在博弈方1不选R的情况下只选D的策略，在博弈方1选L的概率很大时明显是一个不可置信的威胁，因为这时博弈方2选D的期望得益比选U的要小得多，选D不符合最大利益原则。因此，要求2对于保证不完美信息动态博弈的均衡策略中没有不可信的威胁或承诺具有关键作用。要求2保证各个博弈方在单节点信息集和多节点信息集处都会按照最大利益原则选择。因此当博弈方2在博弈方1第一阶段没有选R的情况下，“判断”博弈方1选L的概率p大于选M的概率1－p时，博弈方2必须选择U而非D。这时，博弈方1在第一阶段的选择就应该是L而非M，也非R。博弈方1第一阶段选L，博弈方2在博弈方1第一阶段未选R的情况下选择U，加上博弈方2对博弈方1选L、M的概率判断p和1－p（p≥1－p），构成一个满足序列理性要求的策略组合（注意这里还没有称为完美贝叶斯均衡）。

要求3和要求4中有“均衡路径上”和“非均衡路径上”一对概念。在完全且完美信息动态博弈中，所谓在均衡路径上的信息集是指如果博弈按照均衡策略进行，则该信息集一定会达到，不在均衡路径上的信息集则肯定不会达到。在不完美信息博弈中，由于至少对一个博弈方的一个阶段来说，博弈实际达到何处是无法看到的，因此即使按均衡策略进行博弈，某些信息集是否一定会达到也不确定。所以，在这种博弈中所谓“在均衡路径上”的信息集意味着如果博弈按照均衡策略进行，则该信息集会以正的概率达到，而“不在均衡路径上”的信息集就意味着博弈按均衡策略进行时绝对不可能达到，或者达到的概率为0（注意这里所用的“均衡”概念可以是纳什均衡，也可以是子博弈完美纳什均衡或完美贝叶斯均衡，甚至是下一章将要讲的贝叶斯纳什均衡。）图6.6中博弈方2的信息集当博弈方1第一阶段的均衡策略选择是R时不在均衡路径上，而当不是R时就在均衡路径上。

清楚了什么是“在”和“不在”均衡路径上的信息集以后，我们现在用图6.6中博弈为例来分析一下要求3和要求4。首先讨论要求3。为此，我们先假设均衡策略组合就是上面提到的“博弈方1在第一阶段选择L，博弈方2在第二阶段选择U”。

首先，因为该博弈中只有博弈方2有一个两节点信息集，因此要求3实

际上针对的就是博弈方2在其两节点信息集处的“判断”。其次，本博弈两博弈方的选择都是主动选择，因此不需要额外信息帮助“判断”（在存在非主动选择和外生不确定性时必须有这样的信息）。第三，在本博弈中博弈方2的“判断”是直接针对博弈方1的上期选择的，因此不存在条件概率问题，贝叶斯法则自动满足。第四，要求3要求博弈方2对博弈方1的上期选择的“判断”，符合各博弈方的均衡策略，在这里就是符合博弈方1第一阶段的选择和博弈方2自己本阶段的选择。由于博弈方1的均衡策略在第一阶段选择的是L，因此只有博弈方2的“判断”是“博弈方1选择L的概率p＝1”才与博弈方1的策略相符合，而且这种判断也与博弈方2自己在本阶段的选择U相符合，因此该“判断”正是博弈方2决策和双方策略均衡的稳定基础。如果博弈方2“判断”p＝0.75，则首先与博弈方1的选择不完全符合，而且这种判断对博弈方2选U的信心有不良影响，从而均衡就有不稳定性。如果博弈方2“判断”p＝0.25，则与所设均衡策略组合“博弈方1选L，博弈方2选U”是完全矛盾的，因为该判断下博弈方2的最佳选择不是U而是D，而博弈方1也就不会选L而会选R，因此“判断”与策略之间的矛盾会完全破坏策略的均衡，这时候上述策略组合根本不可能是真正的均衡。上述分析充分说明了在不完美信息博弈中，“判断”和均衡策略之间的相互依存关系，只有两者是一致、协调的，才可能是真正的均衡。这正是要求3的真实含义。

现在我们讨论要求4。首先对于均衡策略组合“博弈方1在第一阶段选择L，博弈方2在第二阶段选择U”来说，因为博弈方2的多节点信息集在均衡路径上，不存在不在均衡路径上的需要“判断”的信息集，因此要求4自动满足，不用再作讨论。为此我们假设另一个纳什均衡策略组合为“博弈方1第一阶段选择R，博弈方2第二阶段选择D”。

在该均衡策略组合下，博弈方2的两节点信息集就是不在均衡路径上的信息集。要求4要求博弈方2此时在这个信息集的“判断”，也要满足贝叶斯法则和双方的均衡策略。同要求3，贝叶斯法则仍然自动满足，因此我们只需要讨论博弈方2的“判断”与双方在此处可能有的均衡策略的一致性。很显然，如果万一博弈方1在第一阶段偏离了上述均衡策略R，博弈方2“判断”博弈方1选择L的概率p＝1是不符合要求4的，因为这与博弈方2自己的均衡策略D不符合。因此博弈方2此时的“判断”只能是博弈方1选M的概率1－p＝1，这样博弈方2的“判断”就与自己的策略相一致了。但是，博弈方2“判断”1－p＝1，意味着博弈方1肯定选择了M。这显然是有问题的，因为对于博弈方1来说，M既是相对于R的下策，也是相对于L的下策，即使他不愿选R，也只会选L而不会选M。因此，博弈方2的“判断”1－p＝1虽然可以与自己的策略D相符合，但却无法与博弈方1在此处可能有的均衡策略相

符合，这意味着该“判断”也不满足要求4。事实上，在上述得益结构下，该博弈不可能存在与均衡策略组合“博弈方1第一阶段选择R，博弈方2第二阶段选择D”相符合的不在均衡路径上的博弈方“判断”，这实际上就意味着该策略组合不可能是该博弈具有真正稳定性的完美贝叶斯均衡。

6.2.3　关于判断形成的进一步解释

为了进一步理解完美贝叶斯均衡及其4个要求，特别是其中对判断形成的两个要求，我们再讨论两个例子。

第一个例子是图6.2中的二手车交易模型。在二手车交易博弈中，当然是在卖方（博弈方1）决定卖以后买方（博弈方2）的选择信息集需要作出“判断”。首先，买方需要的“判断”是在博弈方1决定卖的情况下车况是好还是差，或者好、差的机会各是多少。我们可以用两个条件概率p（g|s）和p（b|s），来表示买方对卖方决定卖车时车况好、差的“判断”（显然有p（g|s）+p（b|s）=1）。买方当然不能随意作判断，因为如果判断不符合实际决策就会失误。在买方作出判断之前，首先需要知道的是车况好差的机会各有多少，也即卖方在第一阶段使用车子的情况好还是差的可能性。我们用p（g）和p（b）来表示它们的概率，当然这两个概率一般是通过经验性的知识和数据，或平均情况得到。

但是，光有这两个概率仍然不能得出需要的判断p（g|s）和p（b|s）。因为卖方在车况好、差两种情况下对卖和不卖的选择往往是不同的，并不是不管好差都拿来卖，因此上述车况好、差的概率不一定等于所卖车子好、差的概率。不过，如果我们知道卖方在好、差两种情况下选择卖或不卖的概率分别是多大，就可以根据贝叶斯法则计算出条件概率p（g|s）和p（b|s），也就是买方需要的“判断”。若p（s|g）和p（s|b）分别表示车况好、差时卖方选卖的概率，那么根据贝叶斯法则：

$$p(g \mid s)=\frac{p(g)\cdot p(s \mid g)}{p(s)}$$

$$=\frac{p(g)\cdot p(s \mid g)}{p(g)\cdot p(s \mid g)+p(b)\cdot p(s \mid b)}$$

而p（b|s）可以根据p（b|s）＝1－p（g|s）确定。因此我们的关键任务是确定卖方在车况好、差两种情况下，分别选择卖和不卖的概率分布p（s|g）、1－p（s|g）和p（s|b）、1－p（s|b）。由于卖方是主动选择和理性行为的，因此这上述概率分布取决于卖方的均衡策略。

我们根据图6.3中的数值例子再作进一步的说明。根据该博弈的得益情况，首先可以肯定当车况好时卖方肯定会选择卖，因为卖掉有正的得益，卖不掉跟不卖相比也没任何区别，因此p（s|g）＝1肯定成立。相反，在车况差时选择卖而卖不出去就有损失，因此如何选择就需要更多的斟酌。卖方究竟是应该选择卖还是不卖，或者选择混合策略，需要考虑卖出去的机会，即买方选择买的概率的大小。如我们假设买方买的概率是0.5，那么卖方选择卖的期望得益为0.5×1＋0.5×（－1）＝0，与不卖的得益相等，作为一个风险中性的博弈方，卖方可采用（0.5，0.5）的概率分布选择卖或不卖的混合策略。这时候，买方“判断”p（s|b）＝0.5就是符合卖方均衡策略的，并且也符合自己的均衡策略。有了p（s|g）＝1和p（s|b）＝0.5这两个概率判断，再假设已知总体车况好、差的概率p（g）＝p（b）＝0.5，则根据贝叶斯法则我们不难算出：

$$p(g \mid s) = \frac{p(g)\cdot p(s \mid g)}{p(g)\cdot p(s \mid g) + p(b)\cdot p(s \mid b)}$$
$$= \frac{0.5\times 1}{0.5\times 1 + 0.5\times 0.5} = \frac{0.5}{0.75} = \frac{2}{3}$$

这就是买方在自己选择的两节点信息集处对卖方所卖车中好车所占比例的“判断”。对差车所占比例的“判断”就是p（b|s）＝1－p（g|s）＝1－2/3＝1/3。由于在卖方的上述策略下，买方选择的信息集至少有相当大的概率会达到，因此该信息集是在均衡路径上的信息集。这就是说，我们通过分析得到的上述“判断”是满足要求3的判断。这里的分析进一步使我们对要求3使均衡策略和判断之间具有的相互依存关系有了更深的体会。

为了进一步理解4个要求的意义，我们再分析一个简单的例子。图6.7是一个有三个博弈方的三阶段不完全信息动态博弈。第一阶段博弈方1有F和B两种选择，他的选择博弈方2和博弈方3都能看见。第二阶段博弈方2有L和R两种选择，跟在后面的博弈方3却看不见他的选择。博弈方3在第三阶段有U、D两种选择，他的信息集是一个两节点信息集，这反映了他无法直接观察到博弈方2选择的信息不完美性。一般地我们假设他“判断”博弈方2选L和R的概率分别是p和1－p。如果博弈

方1在第一阶段选B，博弈立即结束，三方得益分别为终点处得益数组中第一、二、三个数字。如果博弈方1在第一阶段选F，则博弈继续下去，共有四种可能的结果，各方得益分别为相应得益数组中同次序数值。

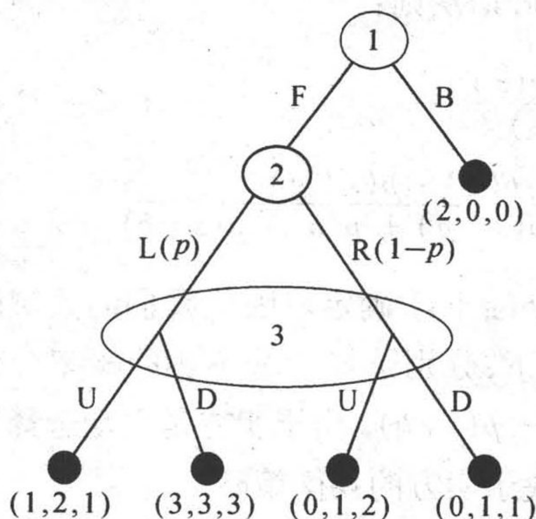


图6.7　三方三阶段不完全信息动态博弈

如果我们用逆推归纳的思路先考察博弈方3的选择，则他选U的期望得益为p·1＋（1－p）·2＝2－p，选D的期望得益为p·3＋（1－p）·1＝1＋2p，因此当p＜1/3时他该选U，当p＞1/3时他该选D，p＝1/3时选U、D或者混合策略都可以。我们现在先假设他“判断”p＞1/3，那么他的合理选择是D。然后我们再来看博弈方2的选择。实际上在本博弈中博弈方2的选择必然只有L一种，因为L是他相对于R的严格上策，因此他无需考虑博弈方3在第三阶段究竟会如何选择。现在我们回头再看博弈方3的“判断”。当然p＞1/3是符合博弈方2的策略的，但更准确地讲，完全符合博弈方2均衡策略的博弈方3的“判断”是p＝1。最后再看博弈方1的选择。因为他知道从博弈方2的选择开始的子博弈的均衡必然为（L，D），意味着自己选择F可以获得3单位得益，比选B得益2要好，因此F是他的均衡策略。这样我们找到了一个均衡策略组合（F，L，D），以及与之相应的博弈方3的“判断”p＝1。

根据上面的推导过程我们知道，上述策略组合及相应判断完全符合完美贝叶斯均衡的要求1—3，并且由于在上述策略组合下不存在不在均衡路径上的需要判断的信息集，因此要求4自动满足，我们可以肯定

这是一个完美贝叶斯均衡。

为了说明要求4的必要性，我们可考察一下策略组合（B，L，U），及相关的博弈方3“判断”p = 0。首先，该策略组合是一个纳什均衡，没有哪个博弈方可以通过单独改变自己的策略改善得益。事实上，当博弈方1选择了B之后，其他两方根本就没有选择的机会，而对博弈方1来说，当其他两方的策略是（L，U）时，当然是选B合算。其次在博弈方3对博弈方2选择的“判断”p = 0时，（B，L，U）是序列理性的。并且，因为在均衡路径上没有需要判断的信息集，因此要求3自动满足。也就是说，策略组合（B，L，U）和博弈方3的“判断”p = 0是满足完美贝叶斯均衡的要求1—3的。如果没有要求4，我们根据上述策略组合和“判断”满足前三个要求就会判定构成一个完美贝叶斯均衡。但显然这种均衡是极不理想的，这时各方得益为（2，0，0），是比较差的一种结果，问题是只有前三个要求的完美贝叶斯均衡不能排除这种不理想的结果。

在这个问题上，要求4就可以起作用了。因为要求4强制博弈方3即使在不在均衡路径上的信息集处的“判断”也必须符合各方的均衡策略，在上述均衡策略组合下博弈方3的信息集正是不在均衡路径上的信息集，但博弈方3在此处的“判断”p = 0，显然与博弈方2的策略L不相符合，因此上述策略组合和“判断”不能构成完美贝叶斯均衡。这就把（B，L，U）排除出了完美贝叶斯均衡的范畴，从而使得完美贝叶斯均衡是更加可靠、稳定和合理的均衡概念。

通过上述分析我们知道，完美贝叶斯均衡定义中的4个要求确实是判断（检验）完全但不完美信息动态博弈中，各博弈方的策略组合和相应“判断”是否具有真正稳定性的关键标准。其中要求1—3体现了完美贝叶斯均衡的本质内容，要求3和要求4特别体现了在这种均衡概念中“判断”的重要性，“判断”与策略的同等地位。也就是说，对于完美贝叶斯均衡来说，一个均衡不再仅仅由每个博弈方的一个策略组合构成，也必须包括各博弈方在需要他们选择的信息集（主要是多节点信息集）处的合理“判断”。此外，这些要求同时也给我们提供了寻找不完美信息动态博弈完美贝叶斯均衡的思路和方法。值得注意的是，完美贝叶斯均衡必须包含的“判断”及其与均衡策略的相互依存关系，对逆推归纳法在不完美信息动态博弈的完美贝叶斯均衡分析中的运用会造成很大困难。

6.3　单一价格二手车模型

在介绍不完美信息动态博弈和完美贝叶斯均衡概念时，我们都使用了二手车交易博弈问题的例子。事实上，二手车交易正是不完美信息动态博弈，特别是其中最主要的市场交易问题的典型代表，搞清了二手车交易中的博弈关系及其各种均衡，就会对此类博弈问题有更深刻的理解，而且可以为此类问题的建模和分析提供思路和借鉴。因此本章后面的部分将主要以二手车交易作为例子进行分析。二手车交易可以有多种不同的情况，如价格是否有选择性，是否允许讨价还价，或在买方发觉受骗时可能有向卖方追究责任、索取赔偿的机会等，不同情况构成的博弈模型是有差异的。本节讨论我们已多次提到的单一价格模型，后面两节将进一步讨论价格有高低的双价模型，以及有退款保证的二手车交易模型。

6.3.1 单一价格二手车交易博弈模型

为了全面讨论单一价格二手车交易可能出现的各种均衡情况，这里先给出一个比较一般的模型。假设二手车有好、差两种情况，对买方来讲价值分别为V和W，当然V是大于W的。再假设买方想买的就是好车，并不想买便宜货，因此卖方要想卖出车子，不管车况好坏，只有都当作好车卖，所以只有一种价格P。这也意味着车况差时卖方必须花一定的费用进行伪装才有希望骗过买方，伪装的费用为C。这样二手车交易可用图6.8中的扩展形表示，其中两博弈方的选择内容仍与以前介绍过的相同。因为V、W、P和C的具体数值可以有各种不同情况，因此该模型现在可代表多种具体博弈。

根据图中的得益简单分析我们可以知道，如果$P > C$，$V > P > W$，即车价大于伪装费用，对买方来说车况好时价值大于价格，而车况差时价值小于价格，则车况好时成交对双方都有利；车况差时成交则卖方得利买方损失；车况好时未成交双方虽没损失，但也丧失了得益的机会；车况差时卖方不想卖则已，想卖而又卖不出去则白白损失一笔用于伪装的费用，而买方当然不会有什么损失，可以庆幸没有上当受骗。

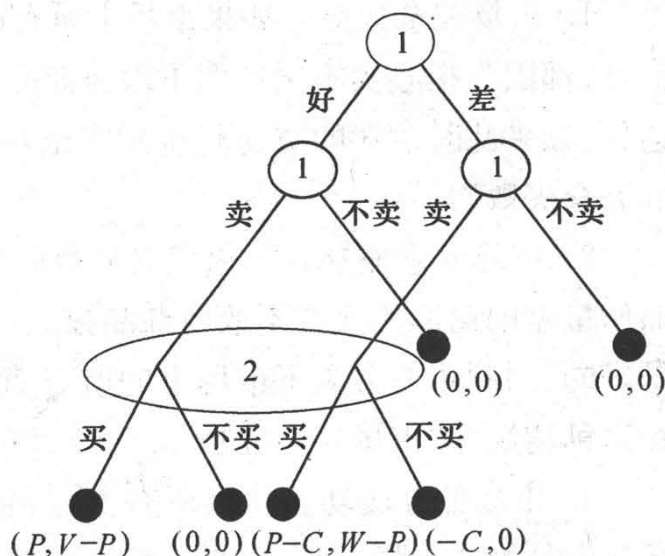


图6.8　单一价格二手车交易

因此，在满足上述关于价值、价格和费用的条件时，买卖双方积极的选择（一方卖一方买）对自己都有一定的风险性，保守的选择则可能丧失获得潜在交易利益的机会。因此，当买方无法确定车况的情况下，买方的任一选择都不可能是绝对的上策，而且卖方也因为有花钱伪装（在车况差时）仍卖不出去而受损的危险，两种选择也没有绝对的优劣，双方的决策和博弈结果有许多种可能性。当然，读者还可以考虑P > C或V > P > W不成立，或不能同时成立的各种情况，有些情况是相当有意义的。

6.3.2　均衡的类型

既然二手车交易有许多可能的结果，或者说有多种不同的均衡结果，那么我们就需要一些判断标准，帮助我们分析具体的二手车交易（也是其他市场交易问题）的结果和效率，判断哪些结果是比较理想的，哪些是比较差和不满意的。

一、市场类型

首先，我们可以根据效率差异将市场均衡分为下面四种不同的类型这种分类并不只适用于单一价格二手车交易博弈，也适用于双价模型的

市场和其他市场交易问题。

1.市场完全失败。如果市场上所有的卖方，甚至质量“好”的商品的卖方，都因为担心卖不出去而不敢将商品投放市场，当然市场就完全不能运作，如果此时潜在的贸易利益确实是存在的，则我们称这种情形为“市场完全失败”。

2.市场完全成功。如果只有质量好的商品的卖方将商品投放市场，而质量差的商品的卖方不敢将商品投放市场。此时因为市场上的商品都是好的，因此买方会买下市场上的所有商品，实现最大的贸易利益，我们称这种情况为“市场完全成功”。

3.市场部分成功。如果所有卖方，包括有好商品的和有差商品的，都将商品投放市场，而买方也不管好坏商品都买进。这样的情况称为“市场部分成功”。因为这种情况下能够进行交易，潜在的贸易利益能够实现，但同时也会存在部分“不良交易”，即买方买进差商品时蒙受的损失。

4.市场接近失败。如果所有好商品的卖方都将商品投放市场，而只有部分“差”商品的卖方将商品投放市场，同时买方不是买下市场上的全部商品，而是以一定的概率随机决定是否买进，即双方都采用混合策略。这样的市场称为“市场接近失败”。这种市场的总体效率低于市场完全成功和市场部分成功，但比市场完全失败要强（注意从表面上看，这种情况似乎比市场部分成功更好，因为只有部分而不是全部差商品进入市场。但这种市场均衡意味着市场上差商品的总体比重或差商品的危害更大，很容易变成市场完全失败类型）。

在具体的市场交易问题中出现上述哪一种情况，主要取决于模型中买卖双方利益与风险的对比，而买卖双方的利益和风险又取决于不同质量商品的价值V和W、交易价格P、伪装费用C及商品好、差的比例p_g和p_b（p_g和p_b分别代表商品好、差的概率，它们主要取决于买方的主观判断，但买方的主观判断必须以实际情况为基础）。改变V、W、P和C，及p_g、p_b，则可能使市场从一种类型的均衡转变为另一种类型的均衡。

二、合并均衡和分开均衡

上述市场均衡还有一些有意义的特征。在有些均衡中，所有的卖方，也就是具有完美信息的博弈方，都采用同样的策略，而不管他们的商品是好还是差。如市场完全失败中所有卖方都选择不卖，市场部分成功中所有卖方都选择卖。这种不同情况（拥有商品类型不同）的完美

信息博弈方采取相同行为的市场均衡，称为“合并均衡”（pooling equilibrium）。既然合并均衡中完美信息博弈方情况的不同，并不会导致他们行为的不同，那么他们的行为也就不会给不完美信息的博弈方透露任何有用的信息。这种市场均衡中不完美信息博弈方形成“判断”时，可以忽略完美信息博弈方的行为，直接从市场的基本情况中寻找依据。

在另一些市场均衡中，拥有商品质量不同的卖方会采取完全不同的策略。如在市场完全成功类型的均衡中，商品质量好的卖方将商品投放市场，而商品质量差的卖方则不敢将商品投入市场。这时卖方的行为完全反映他销售商品的质量，这种均衡能把不同类型的卖方完全区分开来。这种不同情况的完美信息博弈方采取完全不同行为的市场均衡，我们称为“分开均衡”（separating equilibrium）。由于分开均衡中完美信息博弈方的行为完全反映他的情况，因此能给不完美信息博弈方的“判断”提供充分的信息和依据。

注意四种市场类型中的接近失败均衡既不属于合并均衡，也不属于分开均衡。因为不同情况卖方的行为既不全部相同，也不全部不同、截然分开，因此与分开均衡和合并均衡的定义都不符合。在这种均衡中，卖方的行为会给买方提供一定的信息，但这些信息又不足以让买方对卖方的情况得出肯定的“判断”，只能得到一个概率分布的“判断”。

引进四种市场类型和合并均衡、分开均衡两个概念的目的，都是为了使分析完全但不完美信息动态博弈时的思路和表述更为清晰和方便，因为我们可以按照不同的市场类型和均衡类型分别进行讨论。在分析一个不完美信息的市场交易博弈时，如果能先判断出市场和均衡的类型，具体的分析就会比较容易。当然要搞清市场和均衡的类型，需要根据具体情况进行认真分析，或者掌握一些有效的判断识别法则。

6.3.3 模型的纯策略完美贝叶斯均衡

在作了上述准备工作以后，我们现在对单一价格二手车交易博弈模型作一些分析。如果我们再对该模型作一些假设，则可用逆推归纳法导出或证明该模型各种类型的市场均衡。

一、市场部分成功的合并均衡

首先，如果我们假设质量差的车出现的概率p_b很小，即买方相信还

是好车占绝大多数，并且卖方伪装差车的费用C相对于价格P很小，则下列策略组合和判断构成一个市场部分成功的完美贝叶斯均衡：

1.卖方选择卖，不管车子好差；

2.买方选择买，只要卖方卖；

3.买方的判断是$p(g|s)=p_g$，$p(b|s)=p_b$。

我们用逆推归纳法来证明它是一个完美贝叶斯均衡。买方在自己的决策信息集处选择买的期望得益为$p_g(V-P)+p_b(W-P)$，根据早先假设的$V>P>W$和这里假设的p_b很小，我们可以认为该期望得益为正值。如果买方选择不买，则他的得益为0。因此买方选择买能实现较大的期望得益，只要卖方选择卖，轮到他选择时必然会选择买。

现在倒推回卖方的决策。首先卖方清楚买方的判断和决策思路，因此他知道只要自己选择卖就一定能卖得出去。如果他的车子是好的，则他选择卖的得益为P，大于选择不卖的得益0，当然会选择卖；如果他的车子是差的，则他选择卖的得益为$P-C$，根据刚才的假设，$P-C$也大于0，因此他还是选择卖。也就是说，不管卖方的商品是好是差，卖都是他惟一合理的选择。而卖方的这种均衡策略又与买方的判断$p(g|s)=p_g$和$p(b|s)=p_b$相符合，因此前述策略组合和判断满足完美贝叶斯均衡的要求1—3。由于在上述均衡策略下本博弈不存在不在均衡路径上需要判断的信息集，因此要求4自动满足。这就证明了前述策略组合及判断是一个完美贝叶斯均衡。根据上述逆推归纳法分析过程可以看出，这也是该博弈在前述假定条件下惟一的完美贝叶斯均衡。由于两博弈方在该均衡中采用的都是纯策略而不是混合策略，因此也称为一个“纯策略完美贝叶斯均衡”。

根据市场类型的分类方法，上述均衡属于市场部分成功的均衡类型，也是一个合并均衡，卖方的行为完全不能传递商品质量的信息。在这样的市场中，虽然大多数情况下商品都是好的，买卖双方能分享到贸易的利益，但也有少数时候买方受骗上当蒙受损失。

注意单一价格二手车交易模型中存在上述纯策略完美贝叶斯均衡的两个关键条件$P>C$和$p_g(V-P)+p_b(W-P)>0$，第一个条件使得拥有差的车子的卖方有出售的意愿，而第二个条件则使得买方在信息不如卖方的情况下有勇气购买。这两个条件使得信息不完美的市场得以运作，虽然有时还会有些问题，但总的来说或平均起来还是有效率的。并且它们也使我们明白了在遇到运作不灵的市场时，可以从哪

里入手去创造条件促使市场有效运作，并提高其效率。

二、市场完全成功的分开均衡

接着我们将上述均衡的前提条件作一些小小的修改，设$P<C$，也即将差车伪装成好车很费钱，则该博弈的完美贝叶斯均衡就会发生很大的变化。因为当$P<C$时，若车况差，则卖方即使费力费钱卖掉了车子也仍然要亏损，想卖而卖不出去更是要净亏C，因此他的惟一选择是不卖。假设其他条件都没有变，则车况好的卖方仍会选择卖。这样，下列策略组合和判断就构成了一个完美贝叶斯均衡，而且是一个市场完全成功的分开均衡：

1.卖方在车况好时选卖，车况差时选不卖；

2.买方选买，只要卖方卖；

3.买方的判断为$p(g|s)=1$，$p(b|s)=0$。

注意我们在此利用了买方还是有完全信息的事实，即买方对卖方伪装差车所需费用等信息都是了解的，因此了解不同车况卖方的行为方式，知道如果卖方选卖时车况必定是好的，选不卖则意味着车况不好。这样卖方的行为就会给买方提供足以进行准确决策的信息，即判断$p(g|s)=1$和$p(b|s)=0$。

有了上述判断以后，我们可用逆推归纳法来论证上述策略组合和判断是完美贝叶斯均衡的结论。买方在轮到自己选择时，选买的期望得益为$1\times(V-P)+0\times(W-P)=V-P>0$，而选不买的得益为0，因此买是他的惟一选择。现在再推回到卖方的选择。给定买方的策略，如果车况好，则卖方选卖的得益为$P>0$，选不卖得益为0，该选卖；如果车况差，则卖方选卖得益$P-C<0$，选不卖得益0，他只有选不卖。因此卖方的最佳策略是在好、差两种车况下分别选择卖和不卖。因此双方的上述策略都满足序列理性的要求。此时我们也不难看出买方在均衡路径上信息集的判断符合双方的均衡策略和贝叶斯法则，该均衡策略组合下也不存在不在均衡路径上需要判断的信息集，这就证明了上述策略组合和判断是完美贝叶斯均衡。根据市场类型的分类方法，不难看出这是一个市场完全成功类型的分开均衡，也是一个纯策略完美贝叶斯均衡。

三、市场完全失败的合并均衡

上述两种均衡中的判断都是根据得益，进一步讲是根据与得益有关的

数据（C和P等）得到的。实际上，在许多情况下关于哪个节点会以何种概率达到的判断，并不总能从得益情况中直接得到，而很可能需要买方根据以往的经验或其他信息、资料归纳推算出来。如果出现最悲观的情况，即买方根据以往的经验，判断当卖方选择卖时一定是车况差的，即$p(g|s)=0$，$p(b|s)=1$，则下列策略组合和该判断一起构成一个最不理想的市场完全失败类型的完美贝叶斯均衡：

1.卖方选择不卖；

2.买方选择不买；

3.$p(g|s)=0$，$p(b|s)=1$。

实际上在该策略组合下买方的信息集根本不会达到。因此买方的判断是不在均衡路径上的信息集处的判断，显然它符合双方的均衡策略和贝叶斯法则，因此满足完美贝叶斯均衡的要求4。实际上，这个判断可以这么理解：如果卖方由于失误决定卖车，那么该车一定是差的。在这样悲观的判断下，市场完全失败当然不足为怪。

如果在这个判断下我们要验证上述策略组合构成完美贝叶斯均衡，则同样先看买方选买的期望得益$0\times(V-P)+1\times(W-P)=W-P<0$，因此买方只有选得益为0的不买。而给定买方不买，则卖方选卖对应车况好、差分别得益0、$-C$，都不比不卖好，因此不卖是他的明智选择。这说明上述策略组合和判断满足序列理性要求，而且判断已经满足完美贝叶斯均衡的要求4，因此它们构成一个市场完全失败类型的完美贝叶斯均衡，这也是一个合并均衡，这同样也是一个纯策略完美贝叶斯均衡。

6.3.4　模型的混合策略完美贝叶斯均衡

一、市场接近失败的条件

前面几个完美贝叶斯均衡包括了四种市场类型中的三种，尚未包括的是市场接近失败的均衡市场类型。

根据市场接近失败类型均衡的根本特征，这种市场类型的完美贝叶斯均衡必须满足两个条件：第一是$P>C$，即价格大于差车伪装费用，因为这样有差车的卖方才会有卖车的愿望；第二是$p(g|s)(V-P)+p(b|s)(W-P)<0$，即如果买方买下所有卖方出售的车子，他的期望得益小于0，也即损失的风险大于得益的机会。在这种情况下，

如果双方的策略都限于纯策略，则买方只能选择不买，从而卖方也只好选择不卖，市场完全失败。要避免这样的结果，实现贸易的利益，只有混合策略才能提供出路。

所谓混合策略即差车的卖方以一定概率随机选择卖还是不卖，好车的卖方选择卖，而买方也以一定的概率随机选择买还是不买。如果它是一个均衡，则正是前面所说的市场接近失败类型的均衡。

二、市场接近失败的混合策略均衡

为了使讨论比较简便，我们用一个数值例子来说明。我们设$V=3000$，$W=0$，$P=2000$，$C=1000$，并且设总体车况好差的概率满足$p_g=p_b=0.5$。这样，首先

$$P=2000>C=1000$$

因此差车的卖主有卖的愿望。其次，当买方不管车况好差全买，从而卖方肯定会选择卖时，买方的期望得益为

$$p_g(V-P)+p_b(W-P)=0.5\times1000+0.5\times(-2000)$$

$$=-500<0$$

因此买方不顾好坏全部买进不是好的策略，如果限于纯策略，结果必然是市场完全失败。这说明该博弈符合上述构成市场接近失败类型均衡的两个基本条件。

如果我们允许博弈方使用混合策略，该博弈就有可能避免市场完全失败的结果。实际上，下述策略组合和判断就构成一个市场接近失败，而不是市场完全失败类型的完美贝叶斯均衡：

1.卖方在车况好时选卖，车况差时以0.5的概率随机选择卖或不卖；

2.买方以0.5的概率随机选择买或不买；

3.买方的判断为$p(g|s)=2/3$，$p(b|s)=1/3$。

首先我们来检查一下买方的判断符合不符合卖方的策略和贝叶斯法则。我们前面已设$p_g=p_b=0.5$，根据卖方的策略可知$p(s|g)=1$，$p(s|b)=0.5$。因此根据贝叶斯法则，卖方选择卖的情况下车况好的条件概率为

$$p(g \mid s) = \frac{p_g \cdot p(s \mid g)}{p_g \cdot p(s \mid g) + p_b \cdot p(s \mid b)}$$
$$= \frac{0.5 \times 1}{0.5 \times 1 + 0.5 \times 0.5} = \frac{0.5}{0.75} = \frac{2}{3}$$

这与买方的判断完全一致。

其次我们再来看双方的策略是否是序列理性的。给定卖方的策略和自己的判断，买方选买的期望得益为

$$p(g \mid s)(V - P) + p(b \mid s)(W - P)$$
$$= \frac{2}{3} \times 1\,000 + \frac{1}{3} \times (-2\,000) = 0$$

与选不买的得益相同，因此买方的混合策略通过了序列理性要求的检验。

接着看车况好的卖方的选择。在买方以0.5的概率随机选择买和不买的策略下，车况好的卖方选择卖的期望得益为

$0.5 \times 2000 + 0.5 \times 0 = 1000 > 0$

比不卖的期望得益大得多，当然卖是他的惟一的选择。

最后分析车况差的卖方的选择。在买方的策略下，车况差的卖方整修伪装一下以后卖他的车子的期望得益为

$0.5 \times 1000 + 0.5 \times (-1000) = 0$

与选择不卖的得益是相同的，因此他的混合策略也通过了序列理性的检验。

根据以上分析可以得出结论，双方的上述混合策略组合和买方的相应判断构成一个完美贝叶斯均衡。根据市场均衡类型的分类法，这是一种市场接近失败类型的均衡。这种均衡当然不是很理想的市场状况，因为差车的卖方和所有买方参与市场的平均结果是不盈也不亏，好车的卖方则只有一半机会能卖掉车子。在所有四种市场类型中，只有市场完全失败是比这种均衡更差的。

三、市场类型归纳

归纳上面我们对单一价格二手车交易博弈模型的讨论，可以得出对这个问题的一个完整的分析结论，我们把它归结为下面的图6.9。

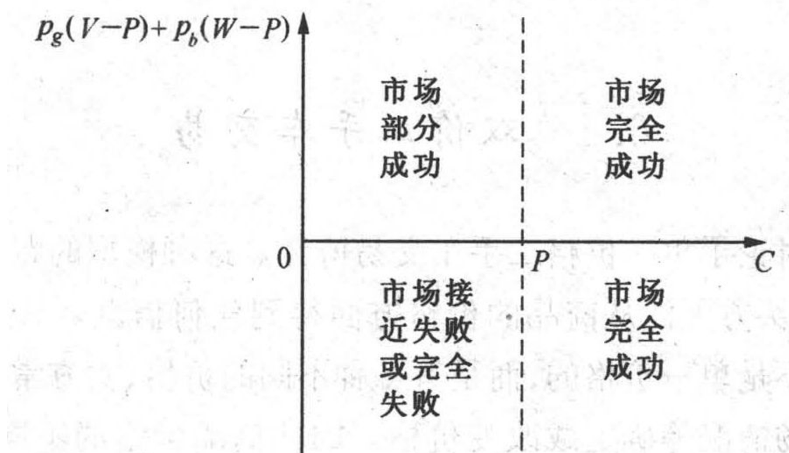


图6.9　单一价格二手车交易的解

在图6.9中我们用横轴表示从供给方面反映市场根本特征的伪装费用C，用纵轴表示从需求方面决定市场特征的，当不同卖方都选择卖和买方选择买时的期望得益$p_g(V-P)+p_b(W-P)$。我们在C＝P处画上一条虚线，这样就可以把坐标平面分成几个区域，在右边C＞P的整个区域里，都属于可以实现市场完全成功均衡的。在参数满足落在该区域的要求时，只要有交易利益存在，只有好车才会出售。买方可以放心买下全部出售的车子；在左上方区域，即参数满足P＞C，且$p_g(V-P)+p_b(W-P)>0$时，则可实现市场部分成功的均衡。此时不管车好车差都在出售并被买走；在左下方区域，即P＞C，但$p_g(V-P)+p_b(W-P)<0$时，可以通过混合策略实现一个市场接近失败的均衡，如不采取混合策略则只能实现市场完全失败的最差的均衡。

只要给模型中博弈方、博弈内容或数值以新的意义或作一些修改，上述模型及相关分析就能用于讨论多种具有类似特征的不完美信息市场或非市场博弈问题。对单一价格二手车交易模型的上述分析，对于我们研究存在或可能存在假冒伪劣问题的市场的秩序和效率，找到促进市场健康有序发展的有效政策措施等，都能够提供不少有益的启示。对上述分析可能存在的疑问是，上述博弈的完美贝叶斯均衡分析也很

复杂，现实经济活动中的决策行为者很难具备分析此类博弈的充分能力，因此他们在现实中的行为是否会符合我们的分析结论也有疑问。对于这个问题我们也可以通过一方面设法从现实中寻找类似的均衡和效率证据，另一方面则用有限理性和进化博弈分析方法等作进一步分析的方法加以解决。

6.4　双价二手车交易

上一节讨论了单一价格二手车交易博弈。这种模型的特征是价格是固定的，因此买方无法从商品的价格方面得到任何信息。其实现实中更多的市场都不是单一价格的，而是有多种不同的价格，卖方常常根据商品的质量和市场情况等确定或改变价格。因此商品价格的不同和变化，往往也能透露一些商品质量方面的信息，买方可以据此进行判断和决策。本节我们讨论一种有高低两种不同价格的二手车交易模型。当然，高、低两种价格仍然是比较简单的情况，更复杂的是价格可以在连续区间任意取值的情况。

6.4.1　双价二手车交易博弈模型

我们仍然设车况有好、差两种情况，只是现在卖方的选择已不再只是卖或不卖，而是卖高价还是卖低价。我们设卖方不仅在车况差时可选择卖高价或低价，在车况好时同样也可以选高、低两种价格。用P_h和P_l分别表示高价和低价。再假设只有车况差而卖方又想卖高价时才需要对车子进行伪装，从而有费用C。其他方面则假设与单一价格模型相同。这个双价二手车交易模型可用图6.10表示。其中八个终端得益数组的第一个数字为卖方得益，即其纯收益；第二个数字为买方得益，即消费者剩余，也就是价值与价格之差。根据模型的基本意义，首先可以肯定$V>W$和$P_h>P_l$。

为了简化分析，我们可进一步假设下列不等式成立：

$$V-P_h>W-P_l>0>W-P_h$$

它们意味着用高价买好车比用低价买差车要合算，而用低价买差车还不至于亏本，但如果用高价买到一辆差车则要吃亏。应该说上述假设是比较符合实际情况的。当然上述模型中对买方来说还有一种更理想的可能性，即用低价买到好车，这时他的得益比用高价买到好车还要

大$V-P_l > V-P_h$。当然遇到这种情况只是偶然的好运气。

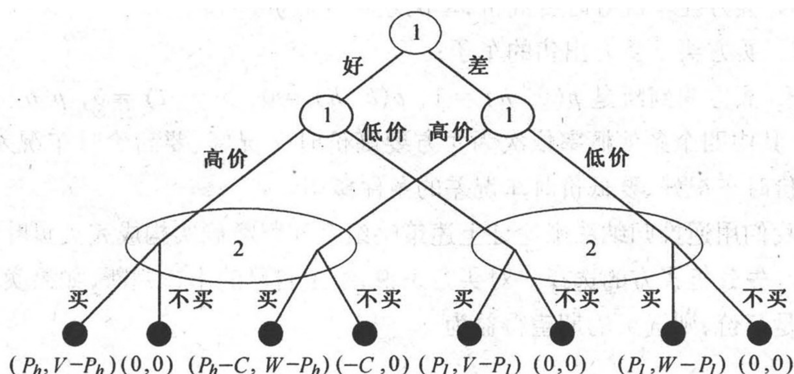


图6.10　双价二手车模型

从图6.10反映的上述双价模型一般情况看，由于卖方在车况好、差两种情况下都有选高、低价的两种可能性，因此买方并不能简单地根据价格的高低判断车况的好差。也就是说，买方要作出“判断”必须根据对方策略（取决于得益和己方策略等）、经验（平均来说，车况好、差的比例）及利用贝叶斯法则。

值得注意的是，在该双价模型中，如果C接近于0，即卖方在车况差时几乎不用花费多少代价，就能冒充好车而不会被买方发现，则所有卖方都会要高价，因为要低价相对于要高价是绝对的下策。这与单一价格模型中C等于0时所有卖方都会选择卖是一样的道理。因此，如果我们想让价格透露（至少部分）车况方面的信息，必须假设C是不等于0的。这也意味着卖方必须有一定的鉴别力，不是很容易上当受骗。

6.4.2　模型的均衡

我们首先证明当$C > P_h - P_e$时，该博弈会实现最理想的市场完全成功的完美贝叶斯均衡。其中价格能完全反映车况的好差，好车的卖方会要高价，差车的卖方会自觉要低价，而买方则肯定买下卖方出售的车子。该完美贝叶斯均衡的双方策略组合和相应的判断如下：

1.卖方在车况好时要高价，车况差时要低价；

2.买方买下卖方出售的车子；

3.买方的判断是$p(g|h)=1$，$p(b|h)=0$，$p(g|l)=0$，$p(b|l)=1$。其中四个条件概率依次为卖方要高价时车况好、要高价时车况差、要低价时车况好、要低价时车况差的条件概率。

我们用逆推归纳法来论证上述策略组合和判断确实构成完美贝叶斯均衡。先分析买方的选择。对买方来说，给定自己的上述判断，如果卖方要的是高价，则选买的期望得益为

$$p(g|h)(V-P_h)+p(b|h)(W-P_h)=V-P_h>0$$

如果卖方要的是低价，则选买的期望得益为

$$p(g|l)(V-P_l)+p(b|l)(W-P_l)=W-P_l>0$$

两种情况下选不买的得益都是0，因此对买方来说买是相对于不买的绝对上策。

接着看卖方的选择，给定买方的判断和策略，当车况好时，因为$P_h>P_l$，当然要高价，当车况差时，由于$P_l>0>P_h-C$，因此要低价才是合理的，因此车况好时卖高价，车况差时卖低价确实是他惟一的符合序列理性的策略。

我们再回头分析买方的判断。当卖方采取上述策略时，买方的判断显然是完全合理的。这样上述策略组合和判断就通过了完美贝叶斯均衡的各个要求的检验，因此是一个完美贝叶斯均衡。事实上这也是在前述假设下本博弈惟一的完美贝叶斯均衡。此外，根据市场和均衡类型的分类方法，这个完美贝叶斯均衡又是一个市场完全成功类型的分开均衡，属于市场均衡中最有效率的一种。

不幸的是，上述理想的市场均衡并不非常普遍，因为在其他情况下，特别是C的水平比较不利的情况下，常常会导致较差的市场均衡情况，包括市场完全失败的情况。

一种极端的例子是$C=0$，即以次充好完全不需要成本的情况。在这种情况下只有傻瓜才会卖低价，高价已完全不证明车况的好差，如果这时再满足

$$p_g(V-P_h)+p_b(W-P_h)<0$$

即买方选买的期望得益小于0，则买方的必然选择是不买。这时卖方当然根本就卖不出去。这样的市场实际上就是完全瘫痪了，卖方最后只好全部退出市场，即使是质量好的商品，也不再有人相信和敢买。

上述这种在信息不完美的情况下，劣质品赶走优质品，搞垮整个市场的机制，最先是由乔治·阿克罗夫（George Akerlof）在讨论柠檬市场交易问题时提出的，因此称为“柠檬原理”。

值得顺便说明的是，在价格可变的情况下，不完美信息对市场的破坏作用虽然本质上是一样的，但却有不同的表现形式。我们还是假设市场中既有优质品也有劣质品，例如优质品和劣质品各占一半，而消费者由于信息不完美、不对称无法识别具体产品的优劣。如果这时假设商品价格是可变的，消费者可以讨价还价而厂商为了出清商品会降价，那么理性的消费者愿意支付的最高价格必然不会高于所购买商品的“期望价值”，也就是优质品价值和劣质品价值的加权平均值。消费者的这种选择必然会使优质产品逐渐退出市场，因为此时市场价格低于优质品的价值，甚至可能低于其生产成本。优质产品逐渐退出市场使市场上优质产品的比例进一步下降，消费者购买该种商品的期望价值就会进一步降低，愿意付的价格也进一步降低，这又会使质量相对较高的产品退出市场。这种恶性循环机制作用的结果，一定是使得市场上最后只剩下价值和生产成本最低的劣质产品，而不会有任何优质产品。此时，除非消费者愿意消费低价劣质品，否则该市场将完全崩溃。这种由于消费者的信息不完美，不能识别商品质量，因而不愿付高价购买商品，最终引起优质品逐渐被劣质品赶出市场的过程，通常被称为“逆向选择”。

6.5 有退款保证的双价二手车交易

根据上两节对两种二手车交易模型的分析我们可以看出，在信息不完美的市场中，买、卖双方利益和代价的不同情况会导致不同性质、不同效率的市场均衡，其中只有市场完全成功是理想和有效率的，其他几种均衡则都不理想。部分成功或接近失败的均衡意味着必然有部分倒霉的买方要受骗上当，或还有部分优质商品销不出去，同时也意味着资源被用于搞假冒伪劣活动或防伪、打假或法律诉讼等，这些都不利于社会经济总体效率的提高和经济发展，即使部分人能够获得的利益也是以其他人的损失为代价的，不仅对社会总体福利没有贡献，而且还有社会道德方面的不良副作用。市场完全失败类型的均衡更是会使市场完全瘫痪，从而严重影响经济效率和经济发展。减少出现上述三种低效率均衡的机会，防止“柠檬原理”和“逆向选择”效应的产生，对进一步提高社会经济效率和社会福利，促进社会道德规范、社会风气的改善等都有重要的意义，符合包括消费者和诚实经营厂商在内的全社会的根本利益。

实现上述目标其实有很多方法。能够从根本上解决这个问题的有效方法是消除信息的不完美性。具体就是消费者要对想购买的商品作更多调查，了解其相关知识和生产过程，从而提高识别产品优劣真伪的能力。这也可以理解为提高假冒伪劣厂商伪装成本C的方法，因为当消费者的识别能力较高时，欺骗他们的难度就更大，做到让消费者无法识别需要的伪装成本必然更高。但是搜集信息和获得识别检验商品的知识和能力并不是一件容易的事情，即使人们通过学习能做到这一点，也往往意味着必须花费大量时间、精力和金钱，这就是获得信息的成本，相对于交易商品的价值来说这种成本常常是非常高的。因此，即使上述消除信息不完美性的方法确实能从根本上解决问题，也并不一定有实用性。

当然实用的方法还是有的。从前面两种二手车交易博弈模型中我们看到，实现较理想的市场均衡有两个关键性的条件。第一个条件是拥有劣质商品的卖方，如二手车模型中车况差的卖方，将劣质商品伪装成优质商品的成本一定要存在而且要较高。如果该成本高到超出商品的价格（单一价格或优质品价值的高价），则劣质品卖方的欺骗行为将变得无利可图，从而会自动放弃以次充好的打算，将其劣质品撤出市场或老老实实卖与商品价值相符的低价，市场自然会实现最理想的完全成功类型的均衡。如果第一个条件无法满足，则如果能满足第二个条件，即买方买商品的消费者剩余平均来说大于上当受骗蒙受的损失，也即总的来说劣质品在市场上比例不是很大，而且万一买到劣质品损失也不至于太惨重，那么市场还能实现部分成功类型的均衡，因为这时候平均来说消费者不会因噎废食，仍然会积极参与市场。其实第二个条件与第一个条件是有密切关系的，因为当劣质品的伪装成本很低的时候，销售伪劣商品的卖方能获得比销售优质商品的卖方更多的利润，从而市场上优质商品的比例肯定较低，第二个条件就很难满足。因此，上述两个条件中的第一个条件，也就是劣质商品的伪装成本C与价格的相对大小是决定市场类型最关键的因素。如果我们假设优质品的价格不可能降低，那么提高C就是改善均衡类型的惟一手段。

如果我们只是将C理解为狭义的伪装成本，即卖方装饰包装劣质商品的费用，那么C的大小主要受客观因素影响，我们就很难利用它来影响市场均衡的类型和改善经济效率，因为我们只有买方提高识别能力这一种局限性很大的影响C的手段。但是，如果我们把这个伪装成本C作广义的理解，理解为卖方的全部代价，既包括交易之前的清洁、整修等包装费用，也包括事后被追究责任或索赔等要付出的代价，我们就掌握了调控伪装成本C的更多有效手段。例如法律上可以加大对假冒伪劣行为的惩罚力度，从而提高C的水平；也可以通过诚实经营的

厂商向消费者提供各种质量承诺，实行包退、包换、包赔等制度实现同样的目的。

加大对假冒伪劣行为的惩罚力度，意味着搞假冒伪劣的厂商一旦被查获要付出更大的代价，C的平均（期望）水平就会提高，从而改善市场均衡的类型和提高市场效率。因为改善市场秩序，提高经济效率和保护消费者利益既符合全社会的利益，也是国家政府的责任，因此国家和政府应该有采取这方面措施的愿望和义务。

不过，加大对假冒伪劣行为惩罚力度起作用是有条件的，第二章讨论过的小偷和守卫的博弈问题中提出的“激励的悖论”可以很好地说明这一点。小偷和守卫的博弈问题中提出了一个关于抑制偷窃行为政策的“激励的悖论”，论证了在守卫可以选择偷懒还是尽职的情况下，加大对小偷的惩罚力度对抑制偷窃只是在短期中有作用，长期中只是使守卫偷懒的机会增大而不会减少发生偷窃的概率，长期中真正能抑制偷窃的是加强对失职守卫的处罚而不是对小偷的处罚。如果把小偷和守卫博弈中的小偷理解成搞假冒伪劣的厂商，把守卫理解成对市场秩序负有管理职责的政府管理部门，那么上述“激励的悖论”的意义就是，如果政府管理部门有松懈失职的可能性，那么只是加大对搞假冒伪劣厂商的惩罚力度只是在短期中对抑制假冒伪劣有所作用，长期中不一定有效果，长期效果必须靠加强对相关管理部门的监督和失职行为的查处来保证。这对我们制定相关政策应该说也有重要的启示。

诚实经营的厂商也是假冒伪劣厂商的主要受害者，因为假冒伪劣行为把市场搞垮，造成的柠檬原理和逆向选择效应，常常会给诚实经营厂商带来很大的的损害，因此诚实经营的厂商对于抑制假冒伪劣行为也有很迫切的愿望和很大的积极性。诚实经营的厂商没有查处欺诈者的权力，也没有处罚政府管理部门的权力，因此只能通过其他途径起作用，主要手段是对消费者提供各种形式的质量承诺，包括对自己销售的商品实行包退、包换、包赔制度，承诺双倍赔偿甚至“假一罚十”等。这些质量承诺当然不是信口开河的，一旦所销售的商品有质量问题，卖方必须付出昂贵的代价，因此我们可称它们为“昂贵的承诺”。昂贵的承诺之所以能够起到抑制假冒伪劣的作用，原因在于它给造假者制造了一个两难困境：如果造假者不敢向消费者提供同样的质量承诺，就暴露了它们商品质量不高的本来面目，消费者信息不完美的困难就克服了；如果造假者提供同样的承诺，那么它们将面临更高的赔偿成本，制假总成本C就大大提高了，这两种情况当然都能抑制假冒伪劣的发生和改善市场均衡的类型和提高市场效率。

我们用下面这个有退款保证的二手车交易模型，来进一步讨论昂贵的承诺的作用。我们先假设在上述双价二手车交易模型中，出现$C=0$这

种最不利的情况。这时不管是车况好还是车况差，卖方肯定都会要高价，因此市场决不会出现完全成功类型的均衡，如果车况差的比例较高，则市场很可能会完全失败或接近失败。现在我们假设市场上有一种退款保证制度，要求卖方在买方买到不符合价格的低质量车子时必须退赔，例如当买方高价买到差车时卖方必须赔偿买方V - W的损失。这种制度显然是一种昂贵的承诺。对买方来说，退款保证制度保证了他买高价车时能得到$V-P_h$的得益，不用担心高价买到差车而吃亏，从而不至于不敢买车。另外，如果卖方的车属于车况好的，则不用担心卖不出去，当然他也不用担心买方的索赔。而对车况差的卖方来说，这时候卖高价就不一定是合算的了，因为这时候他虽然能获得收益P_h，但却必须赔偿V - W，很可能是得不偿失的，至少不如老老实实卖低价合算。我们用图6.11表示这个有退款保证的双价二手车交易博弈。

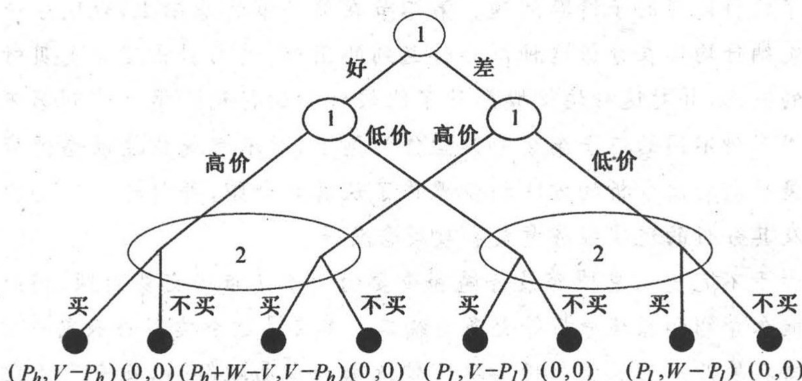


图6.11　有退款保证的双价二手车交易

如果$P_h+W-V<0$或$P_h+W-V<P_l$，即差车冒充好车卖出去以后遭索赔的结果是会亏损，或者还不如卖低价合算，那么这时候差车的卖方就不会选择以次充好试图非法得利，即使伪装成本仍然为0。如果其他方面仍然与上一节的二手车交易模型相同，那么这时候下列策略组合和判断就构成一个市场完全成功类型的完美贝叶斯均衡：

1.卖方在车况好时卖高价，车况差时卖低价；

2.买方在卖方要高价、要低价时都选择买；

3.买方判断$p(g|h)=1$，$p(b|h)=0$，$p(g|l)=0$，$p(b|l)=1$。

根据前述假设，不难证明上述策略组合和判断是一个完美贝叶斯均衡，并且是一个市场完全成功类型的分开均衡。读者可自行作一些分析。

本章内容提要

本章讨论了（完全但）不完美信息动态博弈。不完美信息动态博弈是不充分、不对称信息博弈中的一类，基本特征是所有博弈方都有关于各方得益的信息，但至少部分博弈方缺乏关于博弈进程的信息。这种博弈问题在现实生活和经济活动中非常普遍，因为在市场竞争或其他活动中，由于自然条件或者人为隐瞒等原因，信息往往不能在所有当事人之间共享或充分交流，从而很难避免信息不完美问题的出现。

本章首先对讨论信息不充分、不对称情况下博弈问题的必要性和意义作了简单讨论。第一节介绍了不完美信息博弈的基本概念、表示方法，

讨论了这种博弈的子博弈问题。第二节在第一节的基础上，说明了子博弈完美纳什均衡在分析这种博弈时遇到的困难，进而引出了完美贝叶斯均衡的概念，并对这种均衡概念作了比较仔细的讨论。第三节到第五节分别用三种不同的二手车交易模型作为例子，对不完美信息动态博弈的完美贝叶斯均衡分析的方法和步骤作了认真的介绍，并讨论了这些博弈模型及其分析的现实经济意义和政策含义等。

由于不完美信息博弈最普遍和重要

的例子是市场交易问题，因此本章的概念介绍和原理分析等大多围绕二手车交易这个典型的不完美信息市场博弈展开。为了使分析思路比较清晰和容易理解，以及有利于比较不同均衡的效率意义和提高应用价值，我们把市场均衡分为市场完全成功、市场部分成功、市场接近失败和市场完全失败等四种类型，又根据博弈方的行为特征引进了合并均衡和分开均衡两个概念。

本章的分析揭示了不完美信息博弈中影响均衡类型和效率的关键因素及其作用机制，介绍了柠檬原理和逆向选择效应，也提出了有利于提高均衡效率的主要方法和途径。这些分析对于加深我们对市场经济的秩序和效率问题的理解，制定有利于改善市场均衡类型的有效政策和管理措施，推动市场秩序的改善和经济效率的提高等，都有非常重要的参考意义。

本章基本概念

完全但不完美信息动态博弈　完美贝叶斯均衡　判断　市场完全成功　市场完全失败　市场部分成功　市场接近失败　合并均衡　分开均衡　单一价格二手车交易模型　双价二手车交易模型　有退款保证的二手车交易模型　伪装成本　昂贵的承诺　逆向选择

本章思考题

1.举出现实生活和经济中完全但不完美信息动态博弈的例子，并用扩展形加以表示。

2.举出现实中昂贵的承诺的例子。

3.用柠檬原理和逆向选择的思想解释老年人投保困难的原因？

4.用完全但不完美信息动态博弈的思想，讨论我国治理假冒伪劣现象很困难的原因？

5.与一价模型相比，双价模型实现较好市场均衡的可能性是否要大一些？答案对我们有什么启发？

6.假设买到劣质品的消费者中只有一半事后会发现商品的低质量并索赔，那么有退款承诺的二手车交易模型的均衡会发生怎样的变化？

7.若你正在考虑收购一家公司的1万股股票，卖方的开价是2元/股。根据经营情况的好坏，该公司股票的价值对于你来说有1元/股和5元/股两种可能，但只有卖方知道经营的真实情况，你所知的只是两种情况各占50%的可能性。如果在公司经营情况不好时，卖方做到使你无法识别真实情况的“包装”费用是5万元，问你是否会接受卖方的价格买下这家公司？如果上述“包装”费用只有5千元，你会怎样选择？

8.在现实中常常是既有部分卖假冒伪劣产品的厂商会打出“质量三保”、“假一罚十”，等旗号，也有一些卖假冒伪劣产品的厂商则声明“售出商品概不退换”。问这两类厂商有什么不同，他们各自策略的根据是

什么？

9.证明本章最后一节最后一部分给出的策略组合在给定条件下构成一个市场成功类型的完美贝叶斯均衡。并讨论$0 < P_h + W - V < P_l$时可能出现的变化。

第七章　不完全信息静态博弈

本章开始讨论不完全信息博弈。不完全信息博弈也称为“贝叶斯博弈”，其中“不完全信息”指博弈中至少有一个博弈方不完全清楚其他某些博弈方的得益或者得益函数。本章先讨论“不完全信息静态博弈”，也就是“静态贝叶斯博弈”，下一章再讨论“不完全信息动态博弈”。得益信息不充分和博弈进程信息不充分是有差异的，因此不完全信息博弈与不完美信息博弈是不同的博弈，有不同的表示和分析方法。但不完全信息与不完美信息也有很强的内在联系，并可以通过一定的方式统一起来，因此不完全信息博弈和不完美信息博弈也可以用相同的方法进行研究，本章的内容可以看作上一章内容的自然扩展。

可以肯定的一点是，不完全信息并不是完全没有信息，实际上不完全信息的博弈方至少必须有关于其他博弈方得益分布的可能范围和分布概率的知识，否则博弈方的决策选择就会完全失去依据，我们的博弈分析也就无意义了。这对于静态贝叶斯博弈和动态贝叶斯博弈都是一样的。

7.1　静态贝叶斯博弈和贝叶斯纳什均衡

7.1.1　静态贝叶斯博弈的例子

静态贝叶斯博弈问题的主要来源也是现实经济活动，现实社会经济活动中的许多静态博弈关系都有不完全信息的特征，因此研究静态贝叶斯博弈既是完善博弈理论本身的需要，也有重要的实践意义。为了使读者对静态贝叶斯博弈及其实践意义有较多的直观认识，这里先举两个简单的例子。

一、暗标拍卖

拍卖和招投标就是典型的不完全信息静态博弈。拍卖和招投标是经济活动中普遍采用的重要交易工具，有许多不同的方式，可以分别抽象为博弈方数量不等的多种静态或动态博弈模型。由拍卖或招投标问题构成的博弈模型的共同特征就是都属于不完全信息博弈，包括不完全信息静态博弈和不完全信息动态博弈。暗标拍卖就可以构成一个典型的不完全信息静态博弈，也就是静态贝叶斯博弈。

通常的暗标拍卖有这样几个基本特征：（1）密封递交标书；（2）统一时间公证开标；（3）标价最高者以所报标价中标。为了简单起见，我们进一步假设拍卖是无底价的，也就是说卖主不设定成交的最低限价，再假设参与拍卖本身没有成本，即未中标的投标者的成本为0。首先可以肯定，上述类型的暗标拍卖就是投标人之间的一种博弈。这种博弈的博弈方就是所有投标人，数量可多可少，但至少在两个以上；各个博弈方的策略是他们各自提出的标价；中标博弈方的得益是其对拍卖标的的估价与成交价格（也就是自己的标价）之差，未中标博弈方的得益则为0；由于各博弈方的标书是密封递交和同时开标的，各博弈方在选择自己的策略之前都无法知道其他博弈方的策略，而且这显然是一个一次性选择问题，因此该博弈是一个静态博弈问题。

上述暗标拍卖静态博弈的关键问题是，中标博弈方（谁都有可能成为）的得益除了取决于标价以外，还取决于他对拍卖标的物的带有很大主观性的估价。由于人们在认识、立场和判断能力方面必然有差距，因此对同一个标的物的估价也往往有差距，而且每个人的估价通常都是自己的私人信息。因此在暗标拍卖博弈中，各个博弈方对其他博弈方拍得标的物的实际得益无法确知，最多只能根据一般情况或以往的经验作大致的判断。这就证明了上述暗标拍卖博弈确实是不完全信息博弈，是静态贝叶斯博弈。

由于主观性估价的问题在大多数拍卖或招投标问题中都存在，因此这类博弈通常都是不完全信息博弈。事实上，也正是因为拍卖和招投标问题具有信息不完全性，比完全信息博弈更复杂和更值得研究，因此拍卖问题成为当前博弈论、信息经济学和经济学的一个热门的研究领域。当然，现代博弈论等对拍卖问题的研究，并不仅仅局限于严格意义上的拍卖，而是包括各种有不完全信息特征的交易活动的广义的拍卖。

二、不完全信息的古诺模型

不完全信息的古诺模型也是静态贝叶斯博弈的典型例子。前面几章多次讨论的古诺模型，都假设厂商相互之间完全了解对方的产量和成本，而市场价格又是统一的，因此博弈方的得益情况是共同知识，没有任何秘密。但实际上在现实经济中相互竞争的厂商，甚至相互合作的厂商之间，为了各自的利益往往都会将自己生产销售的有关情况作为商业秘密加以保密，其他厂商很难了解真实情况，因此以前古诺模型的假设可能与现实情况并不完全一致，现实的寡头市场产量博弈模型中各博弈方的得益根本不可能是共同知识。例如在两厂商模型中只要有一个厂商对另一个厂商的生产成本不清楚，则前一个厂商就不可能完全清楚另一个厂商在各种双方产量组合下的得益，前一个厂商就不可能是完全信息的。如果其他方面与以前讨论的古诺模型完全一样，只是放弃博弈方都有完全信息的假设，则我们称这样的博弈为“不完全信息的古诺模型”，有时也称为“不对称信息的古诺模型”。

为了使读者对不完全信息博弈与完全信息博弈之间的差异有进一步的认识，这里给出不完全信息古诺模型的一个具体例子，并作一些简单分析。这个具体的不完全信息古诺模型是这样的：两寡头进行同时决策的产量竞争，市场需求为$P(Q)=a-Q$，其中Q为市场总产量，也就是两厂商各自产量q_1和q_2之和$Q=q_1+q_2$。厂商1的成本函数为$C_1=C_1(q_1)=c_1q_1$，即无固定成本，边际成本为c_1，这是两厂商都知道的，或进一步说是两厂商的共同知识。厂商2的成本有两种可能的情况，一种是$C_2=C_2(q_2)=c_Hq_2$，另一种是$C_2=C_2(q_2)=c_Lq_2$，而$c_H>c_L$，也即边际成本有高低两种情况，厂商2自己知道实际是哪一种，厂商1只知道前一种情况的概率为θ，后一种情况的概率为$1-\theta$。我们可以理解为厂商2是该市场的一个新企业，或者他刚发明或采用了一种新技术、新设备，因此厂商1对厂商2的生产成本无法完全了解，而厂商1则已在该市场经营多年，也没有技术方面的变化，因此其成本情况没有秘密可言。最后再假设两厂商清楚他们在信息方面的上述差异。

现在我们对这个静态贝叶斯博弈作一些分析。通常来说，厂商2在边际成本是较高的c_H时会选择较低的产量，而在边际成本为较低的cl时会选择较高的产量。厂商1在做自己的产量决策时，当然会考虑到厂商2的这种行为特点。设厂商1的最佳产量为q_1^*，厂商2边际成本为c_H时的最佳产量选择为$q_2^*(c_H)$，边际成本为c_L时的最佳产量选择为$q_2^*(c_L)$，则根据上面的假设，$q_2^*(c_H)$应满足

$$\max_{q_2}[(a-q_1^*-q_2)-c_H]q_2$$

$q_2^*(c_L)$应满足

$$\max_{q_2}[(a-q_1^*-q_2)-c_L]q_2$$

q_1^* 应满足

$$\max_{q_1}\{\theta[a-q_1-q_2^*(c_H)-c_1]q_1 + (1-\theta)[a-q_1-q_2^*(c_L)-c_1]q_1\}$$

即厂商2是在不同的边际成本下，分别根据 q_1^* 求出使自己取得最大得益的产量。而厂商1则根据 $q_2^*(c_H)$ 和 $q_2^*(c_L)$，及它们出现的概率，求出使自己获得最大期望得益的产量。

上述三个最大值问题的一阶条件为

$$q_2^*(c_H)=\frac{a-q_1^*-c_H}{2}$$

$$q_2^*(c_L)=\frac{a-q_1^*-c_L}{2}$$

和

$$q_1^*=\frac{1}{2}\{\theta[a-q_2^*(c_H)-c_1]+(1-\theta)[a-q_2^*(c_L)-c_1]\}$$

解由这三个方程构成的方程组，得

$$q_2^*(c_H)=\frac{a-2c_H+c_1}{3}+\frac{1-\theta}{6}(c_H-c_L)$$

$$q_2^*(c_L)=\frac{a-2c_L+c_1}{3}+\frac{\theta}{6}(c_H-c_L)$$

和

$$q_1^* = \frac{a - 2c_1 + \theta c_H + (1-\theta)c_L}{3}。$$

用此处求出的均衡产量 q_1^*、$q_2^*(c_H)$ 和 $q_2^*(c_L)$ 同完全信息古诺模型中的均衡产量 $(a-2c_1+c_2)/3$ 和 $(a-2c_2+c_1)/3$ 相比较，不难发现当 $c_2=c_H$ 时，$q_2^*(c_H)$ 大于 q_2^*，当 $c_2=c_L$ 时，$q_2^*(c_L)$ 小于 q_2^*，而厂商1的均衡产量比完全信息时的均衡产量更大还是更小，则取决于厂商2期望成本的大小，也就是取决于厂商2高低两种成本的数值和各自出现的概率的大小，变化的方向现在尚不能肯定。

厂商2的均衡产量与完全信息时的均衡产量有上述差异的原因，在于厂商2决定自己的产量时，必须考虑到厂商1不知道厂商2的真实成本，无法根据厂商2的真实成本决策的因素。例如当厂商2实际是高成本时，由于成本较高他理应生产较少，但这时他也要考虑到厂商1不知道自己是高成本，因此厂商1选择的产量会小于知道厂商2是高成本时的最佳产量，因此厂商2可以适当多生产一些，产量高于完全信息古诺模型中高成本时的均衡产量是合理的。

7.1.2　静态贝叶斯博弈的一般表示

完全信息静态博弈的一般表达式是 $G=\{S_1,\dots,S_n;u_1,\dots,u_n\}$，其中 S_i 是博弈方i的策略空间，即他的全体可选策略的集合，而 u_i 则是博弈方i的得益函数，即每个得益方各一策略构成策略组合的多元函数 $u_i=u_i(S_1,\dots,S_n)$。在完全信息静态博弈中，一个博弈方的一个策略就是一次选择或一个行为，如果我们用 a_i 表示博弈方i的一个行为，而用 A_i 表示他的行为空间（全部可能的 a_i 构成的集合），则完全信息静态博弈也可表达为 $G=\{A_1,\dots,A_n;u_1,\dots,u_n\}$，其中 $u_i=u_i(a_1,\dots,a_n)$ 是各博弈方都相互知道的，即当 $(a_1,\dots,a_n)$ 确定以后，u_i 也就随之确定了，并且是公开的信息和知识。但是，在本章所研究的静态贝叶斯博弈中，关于得益的信息却不是全部公开的，至少有一部分博弈方的得益是他们自己的私人信息。我们应该怎样反映这种特征呢？

为了准确表示静态贝叶斯博弈，我们应对上述完全信息静态博弈的表达式作进一步的发展。关键的问题是反映这种博弈中各博弈方虽然完全清楚自己的得益函数，但却无法确定其他博弈方得益函数的特征。解决这个问题的前提和基本思路是这样的：某些博弈方虽然不能确定其他博弈方在一定策略组合下的得益，但至少知道其他博弈方的得益有哪几种可能的结果，而哪种可能的结果会出现则取决于其他博弈方属于哪种“类型”。这里的“类型”是博弈方自己清楚而他人无法完全清楚的私人内部信息、有关情况或数据等，如拍卖问题中的估价或不完全信息古诺模型中的成本。如果我们用t_i表示博弈方i的类型，并用T_i表示博弈方i的类型空间，也就是全部可能类型的集合，$t_i \in T_i$，则我们可以用$u_i(a_1, \dots, a_n, t_i)$表示博弈方i在策略组合$(a_1, \dots, a_n)$下的得益。这个得益函数中含有一个反映博弈方类型的变量t_i，其取值是博弈方i自己知道而其他博弈方并不清楚的，正好可以反映静态贝叶斯博弈中信息不完全的特征。因此，静态贝叶斯博弈的一般表达式为$G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; u_1, \dots, u_n\}$，其中$A_i$为博弈方i的行为空间（即策略空间），$T_i$是博弈方i的类型空间，博弈方i的得益$u_i(a_1, \dots, a_n, t_i)$为策略组合$(a_1, \dots, a_n)$和类型$t_i$的函数。

上述方法实际上是将博弈中某些博弈方对其他博弈方得益的不了解，转化成对这些博弈方“类型”的不了解，是一种“追根溯源”的思想方法。这样转化以后，我们在分析博弈的时候，就必须注意各博弈方的策略组合以及各自的“类型”。

我们可以再用上述不完全信息古诺模型为例来进一步解释上述思路。在该静态贝叶斯博弈中，两厂商的行为即他们的产量决策，分别为q_1和q_2。q_1的所有可能取值构成厂商1的行为空间A_1，q_2的所有可能取值构成厂商2的行为空间A_2。厂商1在一定策略组合下的得益，即利润u_1，是双方产量q_1、q_2和自己成本的函数。由于厂商1的边际成本是双方都清楚的确定值c_1，因此他的得益实际上只是双方产量这两个变量的函数。厂商2的得益也取决于双方的产量和自己的成本。但是厂商2的边际成本有两种可能的情况，一种是高成本c_H，另一种是低成本c_L，究竟属于哪一种，厂商2自己知道但厂商1却不知道，因此厂商1不可能有关于厂商2得益的完全信息。为了表达这种信息不完全性，我们将它解释成厂商1不了解厂商2的“类型”，而这个“类型”就是厂商2的边际成本。如果我们用t_2表示厂商2的类型，则t_2有c_H和c_L两种可能性，如果用T_2表示他的类型空间，则$T_2 = \{c_H, c_L\}$。当然，为了形式上比较对称起见，虽然厂商1只有一种成本c_1，我们也可以将该成本看作他的类型t_1，只是厂商1的类型空间T_1只有c_1一个元素。在这样假设之后，我们就可以用$G = \{A_1,$

A_2；T_1，T_2；u_1，u_2 } 表示上述不完全信息的古诺模型，其中各个符号的意义为A_1 = { q_1 }，A_2 = { q_2 }，T_1 = { c_1 }，T_2 = { c_H，c_L }，u_1 =π_1 { q_1，q_2，t_1 }，u_2 =π_2 { q_1，q_2，t_2 }。

虽然现在已经能用上述方法来表示静态贝叶斯博弈的信息不完全性，但如果只有上述表达式中的几方面信息，我们仍然无法解决这些博弈问题。因为在不完全信息静态博弈中，如果某些博弈方对其他博弈方的"类型"一无所知，就会完全失去进行决策的依据。一般来说，一个博弈方至少需要知道其他博弈方各种"类型"出现机会的相对大小，即对出现每种"类型"的概率分布有一个判断，才可能根据其他博弈方各种得益的可能性，推导出他们平均来讲会作的选择，从而对自己的每种选择的期望得益有所估计，才能下决心进行决策选择。如果我们用p_i =p_i { t-i|t_i } 表示博弈方i在自己的实际类型为t_i的前提下，对其他博弈方类型（在有多个其他博弈方时为类型组合）t-i的判断，即在自己的类型是t_i的前提下，其他博弈方类型或类型组合t-i =（t_1，…，t_i -1，t_i +1，…，t_n）出现的条件概率，则我们可用G = { A_1，…，A_n；T_1，…，T_n；p_1，…，p_n；u_1，…，u_n } 表示，虽然某些博弈方没有关于其他博弈方类型的完全信息，但至少有关于他们各种类型出现机会概率分布知识的不完全信息静态博弈。在平均或者说在数学期望的意义上，这种博弈是有结果和可以分析的。

静态贝叶斯博弈的一般表示方法，对我们根据现实问题抽象和建立静态贝叶斯博弈模型，可以提供一些思路和帮助，我们可以根据静态贝叶斯博弈表达式中的几个方面，逐个确定模型的主要内容。不过，对于静态贝叶斯博弈来说，更重要的问题是如何进行分析的问题。由于静态贝叶斯博弈与完全信息静态博弈有明显的差别，因此分析方法也必然有不同的特点。究竟应该用怎样的方法来分析这类博弈，正是我们下面要重点讨论的问题。

7.1.3　海萨尼转换

对于静态贝叶斯博弈的分析，我们首先介绍一种称为"海萨尼转换"的思想。海萨尼（Harsanyi）1967年提出了一种在前述将对得益的不了解转化为对类型不了解思路的基础上，进一步将不完全信息静态博弈转化为完全但不完美信息动态博弈进行分析的思路，被称为"海萨尼转换"。

海萨尼转换的具体方法是：（1）引进一个虚拟的"自然"博弈方，也

可称为“博弈方0”，其作用是在博弈中进行实际博弈的博弈方选择之前，为每个实际博弈方按随机方式选择，或者说抽取他们各自的类型，抽取的这些类型构成类型向量$t=(t_1, \ldots, t_n)$，其中$t_i \in T_i$，$i=1, \ldots, n$；（2）这个“自然”博弈方让每个实际博弈方知道自己的类型，但不让（全部或部分）博弈方知道其他博弈方的类型；（3）在前述基础上，再进行原来的静态博弈，即各个实际博弈方同时从各自的行为空间中选择行动方案$a_1, \ldots, a_n$；（4）除了博弈方0，即“自然”以外，其余博弈方各自取得得益$u_i=u_i(a_1, \ldots, a_n, t_i)$，其中$i=1, \ldots, n$。我们不难发现，经过上述转换的博弈是一个完全但不完美信息的动态博弈，但它本质上与原来的静态贝叶斯博弈是相同的。

之所以说经过转换的博弈是一个动态博弈，是因为这个博弈共有两个阶段的选择：第一阶段为虚拟博弈方“自然”的选择阶段；第二阶段是实际博弈方1，…，n的同时选择阶段。因为至少部分博弈方对“自然”在第一阶段为其他博弈方选择的类型不完全清楚，也就是对“自然”的选择不完全清楚，因此这是一个不完美信息的动态博弈。但当利用“自然”的选择方向代表实际博弈方的类型或类型组合以后，则在包括“自然”选择路径$(t_1, \ldots, t_n)$的各博弈方策略组合$(a_1, \ldots, a_n, t_i)$下，各实际博弈方的得益$u_i=u_i(a_1, \ldots, a_n, t_i)$是确定的和大家都知道的[注意这时候$a_1, \ldots, a_n$都是$(t_1, \ldots, t_n)$的函数，$a_i=a_i(t_1, \ldots, t_n)$，因此$u_i$实际上不仅是$t_i$的函数，而且是类型向量$(t_1, \ldots, t_n)$的函数]，因此这是一个完全信息的博弈。也就是说，海萨尼转换的（1）—（4）条所描述的，就是一个完全但不完美信息的动态博弈，其特征是有两个阶段，其中后一个阶段有同时选择。

但是，我们又不难看出，（1）—（4）描述的博弈问题的实质仍然是一般静态贝叶斯博弈$G=\{A_1, \ldots, A_n; T_1, \ldots, T_n; u_1, \ldots, u_n\}$。因此，通过（1）和（2）引进的虚拟博弈方“自然”对各个实际博弈方类型的随机选择，我们确实把一个静态贝叶斯博弈转化成了一个完全但不完美信息的动态博弈问题。因为上一章已经介绍了完全但不完美信息动态博弈的分析方法，因此从某种意义上讲，海萨尼转换实际上已经解决了静态贝叶斯博弈的分析问题。

在作了海萨尼转换之后，我们仍然有对“类型”的判断问题，但这时对类型的判断在形式上变成了对博弈进程，即“自然”对实际博弈方类型的选择的判断，其概率分布仍然与类型的概率分布相同，即“自然”以一定的概率分布分别随机选择$t_1, \ldots, t_n$。

7.1.4 贝叶斯纳什均衡

虽然静态贝叶斯博弈都可以通过海萨尼转换转化为完全但不完美信息动态博弈，因此理论上静态贝叶斯博弈都可以先进行海萨尼转换，然后利用上一章介绍的完美贝叶斯均衡分析方法进行分析，但因为静态贝叶斯博弈转化成的都是两阶段有同时选择的、特殊类型的不完美信息动态博弈，因此这类博弈有专门的分析方法和均衡概念，用这些专门的分析工具进行分析更有效率。

任何博弈分析的核心问题都是博弈方之间的策略均衡，这一点对于静态贝叶斯博弈当然也不例外。那么对于静态贝叶斯博弈怎样的均衡概念比较有效呢？要回答这个问题，首先必须注意静态贝叶斯博弈与完全信息博弈之间在策略和策略空间方面的不同。

我们以前在完全信息博弈中对博弈方策略的定义为，设定博弈方在每种可能被要求选择或行动处或情况下如何选择、行动的完整计划。在完全信息的静态博弈中，博弈方的一个策略就是该博弈方的一次选择，因为每个博弈方都只有一次选择的机会。在完全信息的动态博弈中，博弈方的一个策略则是该博弈方在每个可能轮到选择的（单节点）信息集处如何选择的计划。因为静态贝叶斯博弈可以看作先由“自然”选择各博弈方的类型，然后再由各实际博弈方同时选择的动态博弈，因此静态贝叶斯博弈中实际博弈方的一个策略，就是他们针对自己各种可能的类型如何作相应选择的完整计划，可以用如下方式定义：

定义　在静态贝叶斯博弈$G=\{A_1, \ldots, A_n; T_1, \ldots, T_n; p_1, \ldots, p_n; u_1, \ldots, u_n\}$中，博弈方i的一个策略，就是自己各种可能类型$t_i$（$t_i \in T_i$）的一个函数$S_i(t_i)$。$S_i(t_i)$设定对于“自然”可能为博弈方i抽取的各种类型$t_i$，博弈方i将从自己的行为空间$A_i$中相应选择的行动$a_i$。

因此，静态贝叶斯博弈中博弈方的策略就是类型空间到行为空间的函数，所有这种函数构成博弈方的策略空间。例如博弈方i的策略就是由从类型空间T_i中元素到行为空间A_i中元素的函数关系构成，策略空间S_i则由所有这种可能的函数关系组成。由于集合之间的函数关系是很多的，因此如果不加限制，静态贝叶斯博弈中博弈方的策略空间往往是很大的，有许多甚至无限多的元素。根据策略函数$S_i(t_i)$的不同情况，它们为不同的类型所确定的行动a_i既可以各不相同，也可能是相同的，这与我们前一章所讲的分开均衡和合并均衡概念具有相似性。

对于静态贝叶斯博弈策略的上述定义可能会有的疑问是：既然博弈方i对自己的实际类型t_i是完全清楚的，因此似乎博弈方i只要根据自己的实际类型选择行动即可，对每种可能的类型$t_i \in T_i$都设定行动好像没有必要。对于这个疑问的答案是，之所以每个博弈方都必须为自己实际上没有出现的类型设定行动，原因在于博弈方相互之间并不知道“自然”为其他博弈方抽取的实际类型是什么，对其他博弈方来说，一个博弈方类型空间中的每一种类型都是有可能被抽到的，他们必须考虑该博弈方是所有各种类型时会作的选择，并把这些考虑综合进他们自己的决策选择中。其他博弈方的考虑反过来又必然对你的选择产生影响。因此，在静态贝叶斯博弈中，每个博弈方都设定针对自己策略空间中每种类型的行动方案是非常必要的，即使除了一种类型以外的其他所有类型实际上都不是他们的真实类型，因为否则就会给静态贝叶斯博弈的分析造成困难。

我们仍然用不完全信息古诺模型来进一步解释上述观点。在前述不完全信息的古诺模型中，厂商1只有一种类型c_1，因此其策略就是一种行动选择，没有必要更多讨论。厂商2则有两种类型c_H和c_L。其实对厂商2自己来说，他完全清楚自己的实际类型究竟是c_H还是c_L，我们不妨假设就是c_H。从表面上看，厂商2只要针对自己成本为c_H的情况选择最优产量$q_2^*(c_H)$，不必考虑成本为c_L时的最优产量。但问题是如果$q_2^*(c_L)$不确定厂商2在成本为c_L时的最优产量$q_2^*(c_L)$，那么厂商1的最优产量选择$q_1^* = q_1^*(c_1)$就无法作出，因为厂商1不可能知道厂商2的实际类型是c_H，他只能对$q_2^*(c_H)$和$q_2^*(c_L)$及它们各自出现的概率大小进行选择。厂商1的$q_1^*(c_1)$无法确定，则又进一步反过来影响厂商2对$q_2^*(c_H)$的确定。因此，即使厂商2明知道自己的实际成本是c_H而不是c_L，他也必须对$q_2^*(c_L)$作出选择，否则就会给该博弈的分析造成困难，最终使得我们无法得出分析结论。利用函数关系式，上述论证也可以简洁地表示为：

$$q_2^*(c_H) = q_2^*(c_H, q_1^*) = q_2^*\{c_H, q_1^*[c_1, q_2^*(c_H), q_2^*(c_L)]\}$$

该函数关系式清楚地表明，在上述不完全信息的古诺模型中，最终也取决于 $q_2^*(c_L)$ 的，因此不考虑厂商2对 $q_2^*(c_L)$ 的设定，就无法对这种博弈进行分析。

有了静态贝叶斯博弈中博弈方策略的定义，我们就可以将纳什均衡的概念推广到这种博弈中去，基本思想与完全信息静态博弈中纳什均衡的基本思想仍然是一样的：各博弈方的策略必须是对其他博弈方策略（或策略组合）的最佳反应。关键的不同是这里所说的策略，比完全信息静态博弈中的策略要复杂一些，它们不再只是一种简单的行为选择，而是由类型决定行为选择的函数。我们称这种针对的策略已经有了新的含义的纳什均衡为“贝叶斯纳什均衡”。下面是贝叶斯纳什均衡的一个较正式的定义。

定义　在静态贝叶斯博弈 $G=\{A_1,\ldots,A_n;T_1,\ldots,T_n;p_1,\ldots,p_n;u_1,\ldots,u_n\}$ 中，如果对任意博弈方i和他的每一种可能的类型 $t_i\in T_i$，$S_i^*(t_i)$ 所选择的行动 a_i 都能满足

$$\max_{a_i\in A_i}\sum_{t_{-i}}\{u_i[S_1^*(t_1),\cdots,S_{i-1}^*,a_i,S_{i+1}^*(t_{i+1}),\cdots,S_n^*(t_n),t_i]p(t_{-i}\mid t_i)\}$$

则称策略组合 $S^*=(S_1^*,\cdots,S_n^*)$ 为G的一个（纯策略）贝叶斯纳什均衡。

上述定义中求最大值的和式是对t-i求和，即对其他博弈方的各种可能的类型组合求和，其中“纯策略”的意义与完全信息博弈中同。根据上述定义容易明白，当静态贝叶斯博弈中博弈方的一个策略组合是贝叶斯纳什均衡时，意味着不会有任何一个博弈方想要改变自己策略中的哪怕只是一种类型下的一个行动。

贝叶斯纳什均衡是我们分析静态贝叶斯博弈的核心概念，在具体的一个有限静态贝叶斯博弈[n为有限数，（$A_1,\ldots,A_n$）和（$T_1,\ldots,T_n$）为有限集]中，找出一个贝叶斯纳什均衡并不难，下面要讨论的问题都能说明这一点。对一般的有限静态贝叶斯博弈，则理论上在允许采用混合策略的情况下贝叶斯纳什均衡总是存在的。

7.2 暗　标　拍　卖

现在我们用贝叶斯纳什均衡的思想，来讨论前面提到的典型静态贝叶斯博弈——暗标拍卖问题。基本的暗标拍卖规则是各投标人密封标书投标，统一时间开标，标价最高者中标。万一出现标价相同的情况，则用抛硬币或类似的方法决定由谁中标。为了简便起见，我们假设只有两个参加投标的人（或者企业），并直接称他们为博弈方1和博弈方2。再假设这两个博弈方对拍品的估价分别是v_1和v_2，因此博弈方i（i＝1，2）用价格P拍得拍品的得益为$v_i - P$。进一步假设两博弈方的估价v_1和v_2是相互独立的，都是在[0，1]上的标准分布，各博弈方知道自己的估价和另一方估价的概率分布。另外再设两博弈方都是风险中性的，即一单位期望得益和一单位确定性得益的价值相同。上述情况和各假设两博弈方都清楚。

为了把上述问题表示为一个标准的静态贝叶斯博弈，我们需要找出两博弈方的行为空间、类型空间、判断和得益函数。首先，博弈方i的行为就是他的标价b_i。标价当然都是非负的，理论上博弈方i可以选择任何非负数作为标价，因此其行为空间$A_i = [0, \infty)$。但如果考虑博弈方一般不会报比自己对拍品的估价高的标价，则行为空间也是[0，1]。其次，博弈方i的类型即他的估价v_i，因此类型空间T_i就是估价的可能取值区间[0，1]。第三，因为博弈方的实际类型只有他自己知道，另一方只知道对方的类型v_i是[0，1]上的标准分布，即对方的估价取[0，1]中任何数值的机会均等，这就是他们相互对对方类型的判断。最后，根据上述信息不难给出博弈方i的得益函数

$$u_i = u_i(b_1, b_2, v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_i & \text{当 } b_i > b_j \text{ 时} \\ (v_i - b_i)/2 & \text{当 } b_i = b_j \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } b_i < b_j \text{ 时} \end{cases}$$

式中i＝1时，j＝2，当i＝2时，j＝1。上述得益函数三种情况的第一种是博弈方i的标价高于另一方而中标时的得益；第二种情况是博弈方i的标价与另一方的标价相同，通过抛硬币决定中标者，这时博弈方i的中标机会有一半，因此得益为期望得益$(1/2) \times (v_i - b_i) = (v_i - b_i)/2$；第三种情况是博弈方i的标价低于另一方，对方中标，此时博弈方i既无得也无失，因此得益为0。

分析静态贝叶斯博弈首先要找贝叶斯纳什均衡，而要找贝叶斯纳什均

衡则必须先构筑两博弈方的策略空间。静态贝叶斯博弈中博弈方的策略是根据类型决定行为的函数关系。在本博弈中，博弈方i的一个策略就是符合要求的一个函数关系$b_i(v_i)$，所有这种函数关系$b_i(v_i)$的集合，则构成博弈方i的策略空间。如果策略组合$[b_1(v_1), b_2(v_2)]$是一个贝叶斯纳什均衡，那么博弈方1的策略$b_1(v_1)$与博弈方2的策略$b_2(v_2)$应该相互是对对方的最佳反应，具体来说就是对每个博弈方i的每个类型$v_i \in [0, 1]$，$b_i(v_i)$都满足

$$\max_{b_i}\left[(v_i - b_i)P\{b_i > b_j\} + \frac{1}{2}(v_i - b_i)P\{b_i = b_j\}\right]$$

注意式中$b_i = b_i(v_i)$，$b_j = b_j(v_j)$，$i, j = 1, 2$。

但是，由于各个博弈方构成策略的函数关系可以有多种多样的情况，包括函数形式、种类的不同和参数水平的差异，因此博弈方策略空间中的策略是非常多的，因此贝叶斯纳什均衡策略组合通常也有许多，找出上述博弈的全部贝叶斯纳什均衡是很难的，甚至是不可能的。为此，我们把博弈方的策略限制在线性函数的范围之内，或者说由线性函数构成的部分策略空间中，假设$b_1(v_1)$和$b_2(v_2)$都是线性函数，$b_1(v_1) = a_1 + c_1 v_1$，$b_2(v_2) = a_2 + c_2 v_2$，其中$a_1 < 1$，$a_2 < 1$，$c_1 \geq 0$，$c_2 \geq 0$（当c_1，$c_2 \geq 0$时，如a_1或a_2都大于等于1，则意味着b_1大于v_1或b_2大于等于v_2，这是不可能的）。这种处理方法的根据是，人们在拍卖活动中的报价往往与自己的估价构成线性正相关关系，也就是报价常常是估价的一个固定比例，或者基价上加一个固定比例。

设博弈方j的策略为$b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$，则对任意给定的v_i，博弈方i的最佳反应b_i应满足

$$\max_{b_i}\left[(v_i - b_i)P\{b_i > a_j + c_j v_j\} + \frac{1}{2}(v_i - b_i)P\{b_i = b_j\}\right]$$

注意由于v_j是标准分布的，因此$b_j = b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$也是标准分布的，因此$P\{b_i = b_j\} = 0$。这样，上式就变为

$$\max_{b_i}[(v_i - b_i)P\{b_i > a_j + c_j v_j\}]$$
$$= \max_{b_i}\left[(v_i - b_i)P\left\{v_j < \frac{b_i - a_j}{c_j}\right\}\right]$$
$$= \max_{b_i}\left[(v_i - b_i)\frac{b_i - a_j}{c_j}\right]$$

其一阶条件为

$$b_i = \frac{v_i + a_j}{2}$$

也就是说，博弈方i对博弈方j的策略$b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$的最佳反应策略是 $b_i = \frac{v_i + a_j}{2}$ 。但我们还要注意可能存在$v_i < a_j$的情况，这时由于$b_i = \frac{v_i + a_j}{2} < a_j$，实际上博弈方i采用上述线性策略根本不可能中标，因此这时不妨可让$b_i = a_j$。综上，博弈方i对博弈方j策略的最佳反应是

$$b_i(v_i) = \begin{cases} \frac{v_i + a_j}{2} & \text{当 } v_i \geqslant a_j \\ a_j & \text{当 } v_i < a_j \end{cases}$$

上述反应函数在$v_i < a_j$时是一条水平直线，当$v_i \geq a_j$以后则是以1/2的正斜率上升的直线，因此它可能是一个分段线性函数而不是严格的线性函数。不过分段函数的情况只有在$0 < a_j < 1$的情况下出现。若要求双方策略是严格的线性函数，则可以要求$a_j \leq 0$。在后面的这种情况下，博弈方i的最佳反应是

$$b_i(v_i) = \frac{v_i + a_j}{2} = \frac{a_j}{2} + \frac{v_i}{2}$$

将此式与$b_i(v_i)=a_i+c_iv_i$相比较，可得$a_i=a_j/2$，$c_i=1/2$。

同样的分析可得在$a_i\le 0$的情况下，$a_j=a_i/2$，$c_j=1/2$是博弈方j的最佳反应。将该结果与博弈方i的最佳反应联立，可解得$a_i=a_j=0$，$c_i=c_j=1/2$，即$b_i(v_i)=v_i/2$。这就是说，每个博弈方的最佳策略是把自己的报价定在自己对拍品估价一半的水平。这种决定投标价的原则实际上反映了博弈方在投标活动中所面临的一个基本矛盾，那就是标价越高中标的机会越大，但中标的得益越小，而标价越低虽然中标的机会越低，但一旦中标得益就较大，因此采用兼顾中标机会和得益大小的折衷报价，也就是自己估价的一半，正是博弈方的最佳选择。

上述贝叶斯纳什均衡是在前述暗标拍卖博弈中，把博弈方的策略限制在线性策略时惟一的贝叶斯纳什均衡。如果没有限定博弈方采用线性策略，贝叶斯纳什均衡就会发生改变。注意上述贝叶斯纳什均衡是在两博弈方的估价都是[0，1]上标准分布的假设前提下得出的，如果博弈方估价的概率分布，对应两博弈方相互对对方类型的判断，不再是上述标准分布，则暗标拍卖博弈的贝叶斯纳什均衡也会发生变化，具体均衡需要根据概率分布的具体情况讨论。此外，当参与投标的人数超过两人时，情况要更复杂一些，但分析的思路是相同的。

7.3　双方报价拍卖

为了进一步加深读者对静态贝叶斯博弈及其贝叶斯纳什均衡分析的理解，我们再讨论一种与暗标拍卖有较大不同的拍卖问题，称为“双方报价拍卖”。

一、模型和贝叶斯纳什均衡条件

双方报价拍卖是一种比较特殊的市场交易方式，包含这样一些基本内容：一个买方和一个卖方就某货物进行交易，交易的规则如下：买方和卖方同时各报一个价格，设买方的报价为P_b，卖方的报价为P_5，如果$P_b\ge P_s$，则以价格$P=(P_b+P_s)/2$成交，否则不成交。这种交易规则与我国证券交易目前运用的电子自动成交撮合系统的交易规则很相似，差别只是证券交易的买方和卖方都不止一个，而是有成千上万个，一个买方或一个卖方的报价不能与某一个卖方或买方成交时，还能与另外的卖方或买方成交。

本例与暗标拍卖一样，同样也是静态贝叶斯博弈问题，因为买卖双方

对货物的估价都是他们各自的私人信息，相互对对方的估价都不能完全清楚。我们假设买方对货物的估价为v_b，卖方的估价为v_s，并设相互知道对方的估价标准分布于[0，1]区间上。

如果双方以价格P成交，则买方的得益为$v_b - P$，卖方的得益为$P - v_s$。如果因价格不合适没有成交，则双方得益都为0。

在这个静态贝叶斯博弈中，买方的一个策略即v_b的一个价格函数$P_b(v_b)$，它设定买方对自己每一种可能估价的出价。同样，卖方的一个策略则是设定他在自己每种估价下要价的一个函数$P_s(v_s)$。如果$[P_b(v_b), P_s(v_s)]$是贝叶斯纳什均衡，则对任意的$v_b \in [0, 1]$，$P_b(v_b)$必须满足

$$\max_{P_b}\left[v_b - \frac{P_b + E[P_s(v_s) \mid P_b \geqslant P_s(v_s)]}{2}\right]P\{P_b \geqslant P_s(v_s)\} \quad (7.1)$$

其中$E[P_s(v_s) \mid P_b \geq P_s(v_s)]$是在符合买方的出价大于卖方要价的前提下，买方期望卖方的要价。同时对任意的$v_s \in [0, 1]$，$P_s(v_s)$必须满足

$$\max_{P_s}\left[\frac{P_s + E[P_b(v_b) \mid P_b(v_b) \geqslant P_s]}{2} - v_s\right]P\{P_b(v_b) \geqslant P_s\} \quad (7.2)$$

其中$E[P_b(v_b) \mid P_b(v_b) \geq P_s]$则是在买方出价高于卖方的前提下，卖方期望买方的出价。

在这个静态贝叶斯博弈中，同样也有许许多多贝叶斯纳什均衡，只要P_b、P_s的函数形式，v_b、v_s的值及它们的概率分布同时满足上述两个最大化问题，就构成一个贝叶斯纳什均衡。因此不加任何限制地讨论该博弈的贝叶斯纳什均衡，或者想找出它的全部贝叶斯纳什均衡都是无意义的，合理的思路仍然是在适当的限制条件下对特定类型的贝叶斯纳什均衡进行分析。

二、一价均衡

我们首先考虑一种最特殊的情况，即在给定价格水平上的均衡，通常称为“一价均衡”。这种均衡的核心特征是：给定[0，1]中的任意一个值x（可理解为市场流行的价格，政府的指导性价格，或者根据物价指数等计算的理论价格等），买方的策略为当$v_b \geq x$时，$P_b = x$，否则$P_b = 0$，即不买；同时卖方的策略为$v_s \leq x$时，$P_s = x$，否则$P_s = 1$，实际上就是不卖。

给定买方的策略，在有可能成交的情况下，即$v_s \leq x \leq v_b$时，$P_s = x$是卖方能实现的最高要价，任何$P_s > x$都不可能成交。因为成交的得益$P - v_s = x - v_s \geq 0$，因此要价$P_s = x$以求成交是最佳反应。而在$v_s > x$的情况下，以价格$P = x$成交的得益$P - v_s = x - v_s < 0$，因此干脆要价$P_s = 1$，不成交至少能避免损失。因此，卖方的上述策略确实是对买方策略的最佳反应策略。

同样的道理，我们也容易证明给定卖方的策略，买方的上述策略也是对卖方策略的最佳反应。因此双方的上述策略，即在自觉有利可图的情况下，以一个既定的价格成交，否则宁愿不成交，也是双方报价拍卖这个静态贝叶斯博弈的一个贝叶斯纳什均衡。由于在这个均衡中可行的成交价格只有x一种，因此这个均衡也被称为“一价均衡”。

我们现在对一价均衡的效率意义作一些分析。在这个一价均衡中，符合某些条件时会发生有效率的交易，而不符合这些条件时交易就不会发生，因为勉强交易至少对买卖双方中的一方是不利的。我们用图7.1来说明该博弈的一价均衡中发生有效率交易的条件。

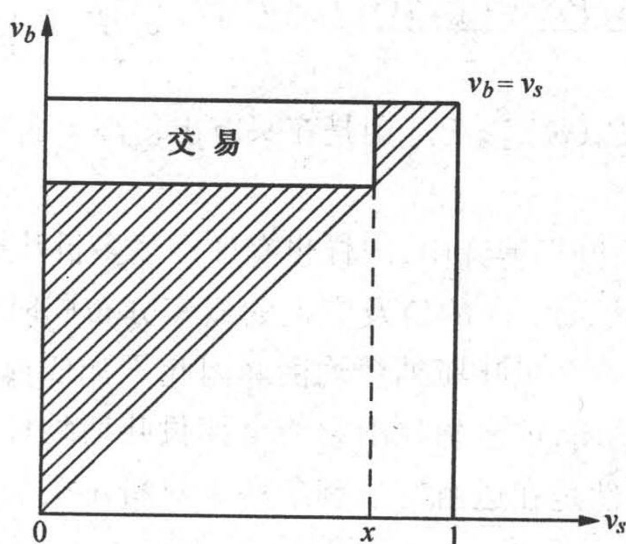


图7.1　双方报价拍卖一价均衡的交易区域

在上述一价均衡中，因为必须满足$v_s \leq x \leq v_b$才会发生交易，因此只有在图7.1中注明“交易”的长方形区域中的点（v_b，v_s）代表的双方类型下，才可能发生交易。但其实在这个博弈中，凡是在$v_b = v_s$直线上方的所有点都满足$v_b \geq v_s$，因此如果价格可变，那么理论上总

是能够找到满足$v_s \leq P \leq v_b$的价格P，使双方以此价格成交都能获得一定的利益。可是因为一价均衡中双方的策略都是“宁为玉碎，不为瓦全”，即要么在x这个价格成交，否则宁愿不成交，因此当双方类型（v_b，v_s）落在图7.1中两块阴影面积部分时就无法成交，从而失去了许多双方获益的机会，而且其中有许多双方的利益还是很可观的机会（对应两块阴影中靠近左上角的点）。这说明了一价均衡并不是双方报价拍卖效率很高的贝叶斯纳什均衡。

三、线性策略均衡

现在我们再如暗标拍卖中一样，把双方报价拍卖中博弈方的策略也限定为线性函数策略，分析这时候的贝叶斯纳什均衡。此时我们可以设买方的策略为$P_b(v_b)=a_b+c_b v_b$，卖方的策略为$P_s(v_s)=a_s+c_s v_s$。因为v_b和v_s都标准分布于[0，1]，因此$P_b(v_b)$和$P_s(v_s)$分别标准分布于$[a_b, a_b+c_b v_b]$和$[a_s, a_s+c_s v_s]$。如果$[P_b(v_b), P_s(v_s)]$是贝叶斯纳什均衡，则P_b必须满足

$$\max_{P_b}\left[v_b-\frac{1}{2}\left(P_b+\frac{a_s+P_b}{2}\right)\right]\frac{P_b-a_s}{c_s}$$

其一阶条件为

$$P_b=\frac{2}{3}v_b+\frac{1}{3}a_s$$

同时，$P_s(v_s)$必须满足

$$\max_{P_s}\left[\frac{1}{2}\left(P_s+\frac{P_s+a_b+c_b}{2}\right)-v_s\right]\frac{a_b+c_b-P_s}{c_b}$$

其一阶条件为

$$P_s=\frac{2}{3}v_s+\frac{1}{3}(a_b+c_b)。$$

注意上述两个最大值都是将这里假设的线性函数形式和概率分布，代入前面一般情况下最大值的一般式（7.1）和（7.2）式得来的。根据两个一阶条件代表的双方选择看，双方对对方线性策略的最佳反应也是线性策略。将这两个一阶条件与假设的双方线性策略函数相对照，

可得$a_b=a_s/3$，$b=2/3$，和$a_s=(a_b+c_b)/3$，$c_s=2/3$。结合这四个等式，可解得

$$\begin{cases} P_b = \dfrac{2}{3}v_b + \dfrac{1}{12} \\ P_s = \dfrac{2}{3}v_s + \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

这就是本博弈的线性策略贝叶斯纳什均衡，或可简称“线性策略均衡”。

由于这种双方报价拍卖中只有当$P_b \geq P_s$时才会成交，因此成交必须满足

$$\frac{2}{3}v_b + \frac{1}{12} \geqslant \frac{2}{3}v_s + \frac{1}{4}$$

即$v_b \geq v_s + (1/4)$。不满足这个条件双方不可能成交，得益都为0。我们用图7.2来表示在上述线性策略均衡下会发生交易的情况。

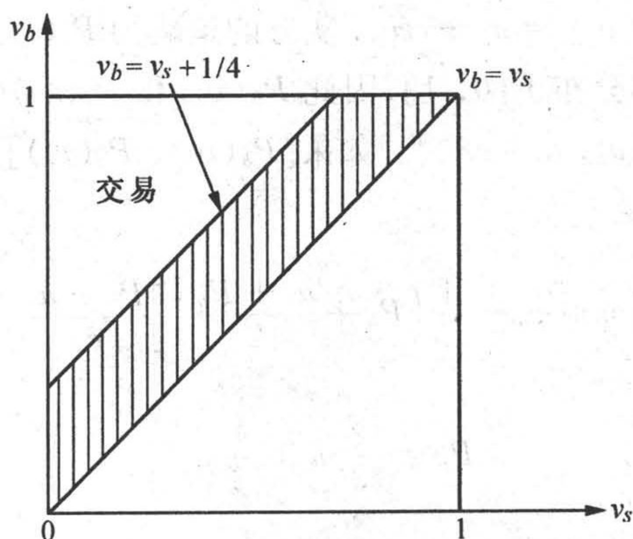


图7.2　双方报价拍卖线性策略均衡的交易区域

从图7.2中我们可以看出，在该博弈的线性策略均衡中，在直线$v_b = v_s + (1/4)$上方的点（v_b，v_s）所对应的双方类型下交易才会发生，而在图中阴影部分的点所代表的双方类型情况下，虽然$v_b \geq v_s$，即买方对货物的估价高于卖方的估价，但交易并不会发生。这意味着线性策略均衡也不能达到最高的效率状态。

四、两种均衡的比较和讨论

对比图7.1和图7.2我们可以发现，线性策略贝叶斯纳什均衡中双方进行交易的机会，大于一价策略贝叶斯纳什均衡的交易机会。两者都包含了最有效率的交易，即当$v_s = 0$，$v_b = 1$，卖方认为毫无价值的东西，买方却认为有最大价值时的交易。一价均衡排除了许多很有价值的交易，例如当v_s等于或接近于0而v_b却小于但接近于x时在一价均衡中无法成交，而在线性策略均衡中这种情况是能够成交的，并且双方能够获得相当可观的利益（都接近x/2）。在一价均衡中，相反某些无多大价值的交易却能够成交，如v_b略大于x，v_s略小于x，即在图7.1的交易区域中接近（x，x）的点所对应的双方类型组合，在线性策略均衡中是不包括这种交易的。因此，总体上线性策略均衡的效率要比一价均衡更高一些。

上述分析的结论是线性策略均衡优于一价均衡。实际上梅尔森（Myerson）和塞特舒卫德（Satterthwaite）1983年进一步证明了在估价为标准分布的前提下，在这个双方报价拍卖静态贝叶斯博弈中，线性策略均衡能够产生比其他任何贝叶斯纳什均衡更高的期望得益。这也意味着这个博弈不存在当且仅当有效率（$v_b \geq v_s$）时成交的贝叶斯纳什均衡。这种效率方面的损失或不理想，事实上正是信息不完全对经济效率影响的反映。

本章内容提要

本章我们讨论了不完全信息静态博弈，或称静态贝叶斯博弈。不完全信息博弈中的信息不完全性指的是：（1）各博弈方都有关于自己得益的完全信息；（2）至少有一个博弈方不完全清楚其他某些博弈方在某些情况（策略组合）下的得益；（3）当博弈方属于没有完全信息时，他至少有其他博弈方得益分布

的可能范围和分布概率的知识。

本章第一节首先介绍了静态贝叶斯博弈的例子、表示方法、“海萨尼转换”的思想，以及静态贝叶斯博弈中的策略概念和贝叶斯纳什均衡概念。贝叶斯纳什均衡既是完全信息静态博弈的纳什均衡概念在静态贝叶斯博弈中的扩展，也可看作完美贝叶斯均衡在有同时选择的完全但不完美信息动态博弈中的特殊形式，贝叶斯纳什均衡是静态贝叶斯博弈分析的核心均衡概念。

本章的第二、三节分别把暗标拍卖和双方报价拍卖两种基本拍卖模型作为静态贝叶斯博弈的典型例子，用贝叶斯纳什均衡的思想进行了认真的分析，引进了“一价均衡”、“线性策略均衡”等贝叶斯纳什均衡分析思想和方法，还对不同贝叶斯均衡的效率等作了比较研究，给出了线性策略均衡有最高交易效率的结论，并进一步说明了信息不完全性对交易效率的影响。

本章基本概念

贝叶斯博弈（不完全信息博弈） 静态贝叶斯博弈（不完全信息静态博弈） 类型和类型空间 海萨尼转换 贝叶斯纳什均衡 暗标拍卖 不完全信息的古诺模型 双方报价拍卖 一价均衡 线性策略均衡

本章思考题

1.静态贝叶斯博弈中博弈方的策略有什么特点？为什么？

2.贝叶斯纳什均衡与完美贝叶斯均衡是什么关系？静态贝叶斯博弈分析中为什么要引进贝叶斯纳什均衡概念？

3.双寡头古诺模型，倒转的需求函数为P（Q）＝a－Q，其中$Q=q_1+q_2$为市场总需求，但a有a_h和a_l两种可能的情况，并且厂商1知道a究竟是a_h还是a_l，而厂商2只知道$a=a_h$的概率是θ，$a=a_l$的概率是1－θ，这种信息不对称情况是双方都了解的。双方的总成本仍然都是$c_iq_i=cq_i$。如果两厂商同时选择产量，问双方的策略空间是什么？本博弈的贝叶斯纳什均衡是什么？

4.在7.2节的暗标拍卖博弈中，假设仍然是最高价中标，投标者的估价独立分布于[0，1]，但投标者现在有n人，问该博弈的线性策略贝叶斯纳什均衡是什么？

5.如果7.2节暗标拍卖模型的规则改为标价最高者以次高价中标，问该博弈的线性策略均衡是什么？

6.若（1）自然以均等的概率决定得益是下述得益矩阵1的情况还是得益矩阵2的情况，并让博弈方1知道而不让博弈方2知道；（2）博弈方1在T和B中选择，同时博弈方2在L和R中进行选择。找出该静态贝叶斯博弈的所有纯策略贝叶斯纳什均衡。

	L	R
T	1,1	0,0
B	0,0	0,0

得益矩阵1

	L	R
T	0,0	0,0
B	0,0	2,2

得益矩阵2

第八章　不完全信息动态博弈

不完全信息博弈既包括静态博弈，也包括动态博弈。上一章讨论了不完全信息的静态博弈，本章进一步讨论“不完全信息动态博弈”，也就是“动态贝叶斯博弈”。因为不完全信息这个根本特征是一致的，因此动态贝叶斯博弈与静态贝叶斯博弈在许多方面是相似的，如都可以把信息不完全理解成对类型的不完全了解，并通过海萨尼转换转化成完全但不完美信息动态博弈等。两者的差别是动态贝叶斯博弈转化成的不是两阶段有同时选择的特殊不完美信息动态博弈，而是更一般的不完美信息动态博弈，因此直接利用不完美信息动态博弈的均衡概念进行分析就可以了，不需要引进专门的均衡概念和分析方法。

8.1　不完全信息动态博弈及其转换

8.1.1　不完全信息动态博弈问题

为了让读者对不完全信息动态博弈及其特征有更深入的了解，我们也先举出现实社会经济问题中此类博弈的一些具体例子。

第一个例子是古玩市场的讨价还价问题。去过古玩市场的人，通常最深刻的感受莫过于古玩的价格非常玄乎，简直让人捉摸不透。在这种市场上成交的每一笔买卖，都会给买卖双方留下一个大大的疑问。买方可能会想，“我付的价格是不是太高了，是否还有杀价的余地？”而同时卖方则会想，“我是否卖得太便宜了，如果再坚持一下也许价格还能再高一点……”。当然，也可能有一些容易满足的买方或卖方会很满意所做成的交易，或者他们确实是在一笔交易中捡到了便宜或发了一点横财。不管怎样说，古玩市场是一个最容易让人怀疑、吃不准，时常后悔的交易市场，这一点是肯定不错的。

那么为什么古玩交易会有那么多的疑问，以至于人们在这里每做一笔交易都是那么犹豫呢？古玩交易让人疑惑和不放心的根本原因，不是因为古玩的价格昂贵，因为事实上不是所有的古玩价格都很贵，至少大多数不会比一辆汽车贵，而是古玩的性质和价值基础与日常生活用品不同，古玩属于奢侈品而不是生活必需品，其价值主要取决于交换

价值而不是使用价值，其效用和价值基础的主观程度较高，客观程度较低。因此对古玩价值的评价非常困难，而且相互之间很难了解对方的评价。对买方来说，经常是对自己想买的古玩的价值完全没有把握，根本不敢相信自己的判断，这就足以使买方犹豫不决了。而且此外，买方对卖方的进价和卖方估价也缺乏了解，因此也无法确定什么价格是卖方愿意接受的真正最低价格，以任何价格成交都无法使他肯定自己做了一笔成功的交易。对卖方来说，同样也可能对自己所卖古玩的真实价值判断失误，卖主把价值很高的古玩作为廉价货贱卖掉的事情也是经常发生的。并且即使卖方是绝对的行家，决不可能判断失误，也仍然可能对某些交易存在疑问，因为他很难完全清楚买方的估价和购买的迫切程度如何，他总会怀疑是否还能从买方那里榨出更多的油水。

由于在古玩交易中买卖双方都对自己和对方存在很多疑问，因此难怪这种市场会显得那么不可捉摸。当然，我们不可能也没有必要研究有关古玩交易所有复杂的可能性。例如对于根本缺乏估价能力的交易者的交易行为就不必研究，因为这种交易行为随意性很大，缺乏让人信服的规律，讨论它们的价值很小。我们主要研究买卖双方都有形成自己的明确估价能力的交易。买卖双方对交易对象的估价可以不同，因为买方主要根据心理效用和预期转卖价格等形成估价，而卖方则主要依据进价和销路等形成估价，但他们必须对价值有自己明确的判断。这意味着以一定价格完成交易后，买卖双方都清楚自己的得益（对买方是估价减价格，对卖方是价格减估价）。由于双方都无法知道对方的估价，因此相互对对方的得益都不可能完全清楚，因此这是不完全信息的博弈问题。由于古玩市场的交易一般都是卖方先开价，然后买方再还价，直至达成一个双方都接受的价格或放弃交易，因此古玩交易通常是动态博弈问题。因此，在假定买卖双方都有自己确定估价的前提下，古玩交易通常是一种不完全信息的动态博弈，也即动态贝叶斯博弈。

当然并不只有古玩交易有不完全信息动态博弈的特征，其他许多交易活动也在一定程度上有不完全信息博弈的特征，因为在许多或者说大多数交易活动中，交易双方对对方做成买卖的迫切程度究竟有多大都很难完全清楚。这也就是为什么在许多市场交易中，买卖双方常常要从“漫天要价，着地还钱”开始，慢慢进行讨价还价的原因，因为双方都想从这个讨价还价的过程中，获得更多关于对方估价和成交得益的信息，以便准确决策和为自己争取更大的利益。

寡头市场产量博弈的古诺模型也可以转变成动态贝叶斯博弈。上一章我们通过假设古诺模型中至少有一个厂商不知道其他厂商的成本，把

古诺模型转变成了不完全信息的静态博弈，也就是静态贝叶斯博弈。如果我们进一步把古诺模型中同时进行的产量决策改变成先后决策的，那么就成了不完全信息的动态博弈，即动态贝叶斯博弈。依次类推，以往讨论的许多静态和动态博弈，都有相应的不完全信息动态博弈版本。

事实上，不仅是在经济问题中有不完全信息动态博弈，在社会生活的其他许多方面也有此类博弈的例子，例如求婚问题中就有不完全信息动态博弈。设有一个小伙子向一个姑娘求婚，姑娘本人愿意嫁给这个小伙子，姑娘的父母也满意这门亲事，但他们想尽可能多地从小伙子那里得到彩礼（这里不讨论该问题的社会或道德意义，只从纯粹博弈理论角度看这个例子）。姑娘的父母既不希望彩礼要求过高吓走小伙子，破坏女儿的幸福，又想多得彩礼，因此小伙子究竟最多愿意为娶到他们的女儿付多少彩礼，是非常关键的一个问题。但姑娘的父母往往很难完全了解小伙子的真实想法。因此这也是一个不完全信息的博弈问题。由于姑娘父母的选择、行为，与小伙子的行为是有先后次序的，因此这也是一个不完全信息的动态博弈。如果你觉得把上述求婚与彩礼的问题描述成类似一种交易关系不大好接受，完全可以把彩礼改成姑娘对小伙子的考验，因为爱情考验超过一定限度，与彩礼要价超过一定限度的结果是一样的。

8.1.2　类型和海萨尼转换

我们在静态贝叶斯博弈中处理不完全信息的方法，是将博弈方得益的不同可能理解为博弈方有不同的类型，并引进一个为博弈方选择类型的虚拟博弈方，从而把不完全信息博弈转化成完全但不完美信息动态博弈，这样的处理方法称为海萨尼转换。实际上这种处理方法同样适用于动态贝叶斯博弈，并且因为动态贝叶斯博弈本身就是动态博弈，大多数都不存在同时选择的问题，因此通过海萨尼转换转化成的完全但不完美信息动态博弈，与第六章讨论的一般完全但不完美信息动态博弈没有多大差别。事实上，只要换一个角度，不完美信息动态博弈本身常常就可以解释成不完全信息动态博弈。如作为第六章主要例子的二手车交易博弈就可以理解为不完全信息动态博弈。

既然通过海萨尼转换可以很容易地将动态贝叶斯博弈转化为完全但不完美信息动态博弈，那么动态贝叶斯博弈分析就可以主要利用第六章发展的完美贝叶斯均衡、合并均衡和分开均衡等概念和相应的分析方法。因此，本章也可以看作第六章的一个延续。这也意味着本章不需要再作许多理论准备，可以直接对具体的博弈模型进行分析。

8.2 声　明　博　弈

本节先讨论一类特殊的不完全信息动态博弈模型，称为“声明博弈”。这种博弈模型主要研究在有私人信息、信息不对称的情况下，人们通过口头或书面的声明传递信息的问题。在经济活动中，拥有信息的一方如何将信息传递给缺乏信息的一方，或者反过来缺乏信息的一方如何从拥有信息的一方处获得所需要的信息，以弥补信息不完全的不足，提高经济决策的准确性和效率，也是博弈论和信息经济学研究的重要问题。因为声明也是一种行为，会对接受声明者的行为和各方的利益产生影响，因此声明和对声明的反应确实可以构成一种动态博弈关系。美国联邦储备委员会发表一项关于未来货币政策、通胀率控制的声明，企业界作出相应的反应就是这种动态博弈的一个例子。由于声明者声明内容的真实性通常是接受声明者无法完全确定的，因此接受声明者很难完全清楚声明者的实际利益，所以声明博弈一般是不完全信息的博弈，也就是动态贝叶斯博弈。声明博弈与上一章介绍的直接机制也有相似之处。

8.2.1　声明的信息传递作用

一、声明的信息传递作用

发布声明是社会经济活动中常见的行为。小到一个消费者表明自己的消费偏好，大到一个企业表达对有关事件的观点立场，以及国家之间在经济纠纷方面的威胁恐吓，都是它们各自发布的声明。声明本身虽然不会对事物的发展方向，相关各方的利益产生直接影响，但声明往往能够影响接受声明者的行为，通过接受声明者的行为对各方利益产生间接的影响。因此，声明是可能对事物产生影响的，在实践中究竟能否产生影响，能够产生多大的影响、怎样的影响，则取决于接受者如何理解这些声明，是否相信这些声明，以及会采取怎样的反应等。

由于声明本身并没有成本，或者说几乎没有成本，因此只要对声明者自己有利，声明者可以发布任何声明，声明内容的真实性显然是没有保证的。因此，接受者不会轻易相信声明者的声明。即使接受者相信声明者的声明，也不一定会采取有利于声明者的行为，因为接受者和声明者的利益可能是不一致的，而这又反过来使得声明者不愿意作诚实的声明。所以，接受者是否应该相信声明者的声明，在什么情况下可以相信，声明究竟能否有效地传递信息，都是值得好好研究的问

题。

通常来说，当声明者和接受声明者利益一致或至少没有什么冲突时，声明的内容会使接受者相信。例如房客声明不喜欢暖气太足房东肯定会相信，因为少供暖气完全符合房东的利益；工人提出自己有恐高症不适合高空作业雇主也会相信，因为一旦出事雇主要负很大的责任；顾客喜欢甜或咸的声明饭店的厨师也会相信，因为你对口味的偏好跟他的利益没有冲突。但许多情况下双方利益是不一致的，这时的口头声明就不容易让对方相信。例如通常所有的工人都会声明自己是高素质的，因为高素质的工人更容易被雇用和得到高工资，但雇主并不会轻易相信工人的声明。因为相信这种声明，盲目雇用工人和付给高工资可能会导致劳动力成本上升而工作效率下降，与他的利益是不一致的。

二、2×2声明博弈

下面我们用几个2×2博弈的例子来进一步说明，声明能够被相信，能够有效传递信息的条件。在下面的讨论中，我们称声明博弈中发布声明的博弈方为“声明方”，接受声明的博弈方为“行为方”，因为前者只是作一个声明，而后者则采取一个实质性的行为。

		行为方行为	
		a_1	a_2
声明方类型	t_1	2,1	1,0
	t_2	1,0	2,1

图8.1　能传递信息的2×2声明博弈

首先设博弈中的声明方有两种可能的类型t_1、t_2，行为方有两种可能的行为a_1、a_2，并且已知对于两种不同类型的声明方，行为方采取两种不同行为时双方的得益如图8.1所示（注意其中声明的类型是真实类型而非声明类型）。其中得益数组中第一个数字为声明方的得益，第二个数字为行为方的得益。

从双方的得益可以看出：（1）t_1类型的声明方和t_2类型的声明方偏好行为方的不同行为。t_1类型的偏好a_1，t_2类型的偏好a_2。（2）行为方在声明方是t_1类型和t_2类型时也分别偏好a_1和a_2。因此两个博弈方的偏好具有完全的一致性。这种偏好的一致性非常重要，这使

得声明方愿意让行为方了解自己的真实类型，因此声明能充分反映声明方的真实类型，也就是能有效传递信息，而行为方则可以完全相信声明方的声明。在这种情况下，口头声明也是有效的信息传递机制。

但是，如果模型中的得益情况发生某种变化，例如变成图8.2中的情况，声明的信息传递功能就会完全消失。

		行为方行为	
		a_1	a_2
声明方	t_1	2,1	1,0
类型	t_2	1,0	1,1

图8.2　不能传递信息（不同类型声明方偏好相同）

在图8.2的得益情况下，显然两种类型的声明方都希望行为方采用a_1，而行为方只有在声明方的类型是t_1时才偏好a_1，所以为了使行为方采取有利于自己的行为，两种类型的声明方必然都会声明自己的类型是t_1，即使事实上并不是如此。因此在这种情况下，行为方就不可能相信声明方的声明。换句话说，在不同类型声明方的偏好相同，而行为方在声明方的类型不同时偏好不同的博弈中，声明是不可能有效传递信息的。

如果得益如图8.3中情况，声明的信息传递作用也不会存在。当得益矩阵如图8.3中情况时，行为方不管声明方是哪种类型，都是选择a_1对自己有利，声明方的类型声明对行为方来说完全是无关紧要的，这时候声明的信息传递作用当然也就无从谈起了。

		行为方行为	
		a_1	a_2
声明方	t_1	2,1	1,0
类型	t_2	1,1	2,0

图8.3　不能传递信息（行为方对声明方类型无差异）

最后还有一种情况是图8.4中得益矩阵的情况。在这种情况下，虽然声明方与行为方各自对声明方的不同类型都有对行为方行为的不同偏

好，但他们的偏好正好是相反的。这时候声明方说实话对自己显然是不利的，因此他肯定不愿意实话实说，而且事实上即使他说了实话，行为方也不敢轻易相信他。所以这时候声明的信息传递机制作用也不可能存在。

		行为方行为	
		a_1	a_2
声明方	t_1	2,0	1,1
类型	t_2	1,1	2,0

图8.4　不能传递信息（声明方与行为方偏好相反）

通过对上面几个例子的分析，我们得到了在2×2声明博弈中声明能有效传递信息的几个必要条件：（1）不同类型的声明方必须偏好行为方的不同行为。如果所有类型的声明方都偏好行为方同样的行为，声明方就不可能作不同的声明，声明就不可能有效传递信息。只有当不同类型的声明方偏好不同的行为方行为时，声明方的声明才可能有信息传递作用。（2）对应声明方的不同类型，行为方必须偏好不同的行为。如果这一点不成立，就意味着声明方的类型对行为方来说是无差异的，这时行为方会完全忽视声明方的声明，因此声明也不可能传递任何信息。（3）行为方的偏好必须与声明方的偏好具有一致性。如果这一点不成立，那么声明方所作的声明同样也不可能有效传递信息。因为这时候不管声明方作了什么声明，行为方都会怀疑其真实性。

三、离散型声明博弈模型

当然，对于声明方类型和行为方的行为不是只有两种的博弈来说，通常声明方和行为方在偏好和利益上并不是只有完全一致、完全相反和无关这三种情况，而是既有某种程度的一致性，也有一定的差异，因此声明会有一定的信息传递作用，信息传递的程度和效率取决于双方偏好和利益一致程度的高低。事实上，声明博弈研究的关键问题就是声明方和行为方偏好、利益的一致程度问题。

如果声明博弈中的声明方有有限种（设为I种）可能的类型，行为方有有限种（设为K种）可能的行为，那么这样的声明博弈称为离散型声明博弈。这种博弈模型可以用如下方式描述：

1.自然抽取声明方的类型t_i，抽取的方法是从类型集合T＝｛t_1，

…，t_I }中以概率分布p（t_1 ），…，p（t_I ）随机抽取，其中 $\sum_{i=1}^{I} p(t_i) = 1$。

2.声明方了解到自己的t_i 以后，从T中选择t_j 作为自己声明的类型。当然t_j 可以与t_i 相同（说真话），也可以与t_i 不同（说假话）。

3.行为方在听到声明方的声明t_j 后，在可选择的行为集合A＝{a_1 ，…，a_K }中选择行为a_k 。

4.声明方的得益为u_S （t_i ，a_k ），行为方的得益为u_R （t_i ，a_k ）。

我们不难看出，这种类型的声明博弈与一般不完美信息动态博弈是很相似的，差别只是声明方的行为比较特殊，只是一种对双方得益无直接影响的口头声明，但分析方法与一般的不完美信息动态博弈基本上是相同的，就是进行完美贝叶斯均衡分析。

以图8.1得益矩阵所示的2×2声明博弈为例，虽然行为方不能完全知道声明方的真实类型，但双方对声明方的不同类型和行为方不同行为下的双方得益都是清楚的。根据前面的分析我们知道，由于双方的偏好和利益完全一致，因此两种类型的声明方都愿意声明自己的真实类型，而行为方则会相信声明方的声明。即给定声明方的类型是t_i ，声明方将声明t_j ＝t_i ，此时行为方判断声明方的真实类型是t_i 的条件概率为p（t_i |t_j ＝t_i ）＝p（t_i |t_i ）＝1，即相信声明方的真实类型就是t_i ，并因此采取行为a_k ＝a_i 。双方的上述策略构成的策略组合，以及行为方对声明方类型的判断，构成一个分开均衡的纯策略完美贝叶斯均衡。

在图8.2和图8.3得益矩阵对应的博弈中，该模型都有合并的完美贝叶斯均衡，也就是不同类型的声明方会作同样的声明。这意味着在这两种情况下声明都是完全没有信息传递作用的。

由于离散型声明博弈模型很难得出一般意义的结论，而且我们后面要讨论的信号博弈模型中也有许多类似的分析（事实上声明博弈正是信号博弈的一种特例），因此这里对离散型声明博弈不再多作讨论。

8.2.2　连续型声明博弈

下面我们讨论类型空间和行为空间都是连续区间的声明博弈，或者称“连续型声明博弈模型”。连续型模型可以更精确地反映声明方和行为方偏好的一致程度，更有利于分析这种偏好一致程度对于双方之间信息传递的影响。

为了简单起见，设声明方的类型标准分布于区间[0，1]上，即T = [0，1]，且行为方的行为空间同样也是A = [0，1]，即都是区间[0，1]中的任何实数(1)。再设声明方的得益函数是U_s（t，a）= - [a - （t + b）]^2，行为方的得益函数为UR（t，a）= - （a - t）^{2}。根据双方的得益函数容易看出，当声明方的类型是t时，声明方最希望的行为方行为是a = t + b，而行为方此时对自己最有利的行为却是a = t，声明方得益函数中的参数b正是反映双方偏好差距的参数。注意用上述特殊形式的得益函数主要是为了突出双方利益的一致不一致问题。双方的得益函数上都加上一个较大正值，就可以保证双方得益都大于0。采用其他形式的函数也是可以的，但大多数形式都会使分析更复杂一些。

由于双方最希望的行为都是t的函数，因此首先可肯定不同类型的声明方确实偏好行为方的不同行为，同时对声明方的不同类型，行为方自己也偏好不同的行为。另外，双方的偏好既不是完全对立的，也不是完全一致的，双方偏好的差异为b。设b > 0，那么b越小双方的偏好越接近，b越大双方的偏好差距就越大，当b接近于0时双方的偏好倾向于一致。最后这种情况下声明的信息传递作用最强，因为这时候声明方基本上会说真话，而行为方基本上会相信声明方的声明。但对我们来说，更值得考虑的是b不等于0，即双方的偏好存在一定差距的情况。

克劳馥（Crawford）和索贝尔（Sobel）证明，当b不等于0时，该模型存在一种我们称为“部分合并均衡”的完美贝叶斯均衡。这种均衡的基本特征是类型空间[0，1]被分成n个区间[0，x_1），[x_1，x_2），…，[x_{n-1}，1]，属于同一区间类型的声明方都作同样的声明，而在不同区间中类型的声明方则作不同的声明。声明方采用这种分组的合并均衡策略时，最后形成的完美贝叶斯均衡称为“部分合并完美贝叶斯均衡”。部分合并均衡中可以分成的区间数越大，也意味着声明方通过声明对自己真实类型位置的反映也越精确，即声明的信息传递作用越强，n趋向于无穷大时信息接近充分传递。

现在我们要证明，给定反映双方偏好一致性程度的偏好参数b，存在一个取决于b的最大限度的区间数量，也就是部分合并均衡的部分数n^*（b），对任意不大于n^*（b）的n（即取1，…，n^*（b）都可以），我们总可以按某种方式将类型空间[0，1]分成n个区间，在这n

个区间上构成部分合并完美贝叶斯均衡。b越小，则$n^*(b)$越大，信息传递越充分。当b趋向于0，意味着双方偏好的差距几乎不存在时，$n^*(b)$趋向于无穷大，信息接近充分传递，也就是声明方基本上可以把自己的类型准确地告诉行为方。

先对n = 2这个最低数量的区间分割，也是最低限度的信息传递，论证部分合并均衡的存在和成立。我们设可以将整个类型空间T = [0，1]分为$[0, x_1)$和$[x_1, 1]$两个区间，使得所有属于$[0, x_1)$中类型的声明方作一个同样的声明，而属于$[x_1, 1]$中类型的声明方作另一个同样的声明。行为方在听到前一种声明时会判断声明方的类型标准分布于$[0, x_1)$上，在听到后一种声明时会判断声明方的类型标准分布于$[x_1, 1]$上。在前一种情况下，行为方根据期望利益最大化的分析方法，不难确定出符合自身利益的最佳行为是$x_1/2$，在后一种情况下，行为方也不难确定自己的最佳行为是$(x_1+1)/2$。

声明方对行为方的上述判断和决策思路是完全清楚的，因此清楚地知道当自己的声明表明自己的类型分别属于$[0, x_1)$和$[x_1, 1]$两个区间时，行为方的行为必然分别是$x_1/2$和$(x_1+1)/2$。因此，要使声明方作表明自己的类型属于$[0, x_1)$的声明，必须满足声明方在行为方的两个行为$x_1/2$和$(x_1+1)/2$之间偏好前者而不是后者，即前者带来的得益一定要大于后者带来的得益。同样的，要使声明方愿意作表明自己的类型属于$[x_1, 1]$的声明，必须满足声明方在行为方的两个行为$x_1/2$和$(x_1+1)/2$之间偏好后者而不是前者，即后者给他带来的利益更大。根据声明方的得益函数，实现声明方最大得益的行为方行为是a = t + b，行为方的行为离t + b越近，声明方的得益就越大，反则反是，因此声明方的偏好是两边对称于t + b点的。所以，t类型的声明方在$x_1/2$和$(x_1+1)/2$的中点大于t + b时，会偏好前者，而该中点小于t + b时，则会偏好后者。因此，要上述两部分合并均衡存在，两区间的分界点x_1必须满足，小于x_1的类型都偏好$x_1/2$，大于x_1的都偏好$(x_1+1)/2$，因此x_1所代表类型的声明方最喜欢的行为方行为x_1+b必须正好处于$x_1/2$和$(x_1+1)/2$的中点，即

$$x_1 + b = \left(\frac{x_1}{2} + \frac{x_1+1}{2}\right)/2$$

整理后得

$x_1 = 0.5 - 2b$。

我们从上述临界类型公式和模型的基本假设出发，再对部分合并均衡作进一步的讨论。首先，因为类型空间为[0，1]，所以x_1必须是正数，即0.5 - 2b > 0必须成立，因此b < 0.25必须成立。也就是说，只有当b < 0.25时，才有可能存在两部分合并均衡，如果b ≥ 0.25，则因为双方的偏好相差太大，这种最低限度的信息传递也不可能存在，博弈只存在完全没有信息交流、声明完全无意义的合并完美贝叶斯均衡。上述讨论可以通过图8.5来说明。

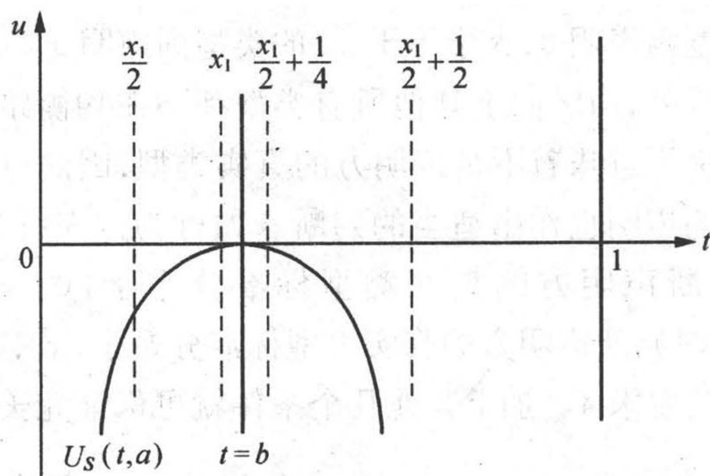


图8.5　连续型声明博弈的部分合并均衡

在上述图8.5中，$x_1/2$和（x_1+1）/2的中点$x_1/2+0.25$等于x_1+b。在这个时候，类型在[0，x_1）中的声明方不会偏好（x_1+1）/2，因为他偏好的行为小于x_1+b，而$x_1/2$离偏好的行为肯定较近；类型在[x_1，1]中的声明方不会偏好$x_1/2$，因为他偏好的行为肯定大于x_1+b，而（x_1+1）/2离最偏好的行为肯定较近。因此，这时候属于这两个区间类型的声明方的最佳选择都是声明自己的真实类型所属区间。

为了完善我们对两部分合并完美贝叶斯均衡的上述讨论，我们再考虑一下有关不在均衡路径上的声明方声明的问题。克劳馥和索贝尔设计的一种声明方的混合策略能完全排除存在不在均衡路径上声明的可能：所有小于x_1类型的声明方在[0，x_1）上以标准分布概率随机选择一个类型作为“声明类型”（不一定是他的真实类型），而大于x_1类型的声明方则在[x_1，1]中以标准分布概率随机选择一个“声明类型”。这样实际上就没有任何声明不在均衡路径上了。因而行为方的判断只需要满足完美贝叶斯均衡的要求3。因为他在听到声明方的声

明属于[0，x_1）时，判断声明方的真实类型标准分布于[0，x_1），和在听到声明方的声明是属于[x_1，1]时判断声明方的类型标准分布于[x_1，1]，符合声明方的策略和贝叶斯法则，因此满足要求3（注意声明方的混合策略中使用标准分布于两个区间的概率，与原本真实类型落在两个区间的概率分布也是标准分布之间并没有什么关系，前者也可以用任何其他分布，只要包括区间中所有点都可能被选中，就能把所有点都包括到均衡路径中来。

除了上述混合策略以外，声明方当然也可以采用纯策略。这时候就存在（而且有无数）不在均衡策略路径上的声明了。如声明方的纯策略是“小于x_1的类型则声明0，大于等于x_1的类型则声明x_1”，这样除了这两种声明的类型以外，两区间上其他所有类型都不在均衡路径上。因为不在均衡路径上决不意味着不是声明方的真实类型，因此行为方必须对不在均衡路径上的声明也作出适当的判断。如行为方在听到落在（0，x_1）中的声明时判断声明方的真实类型标准分布于[0，x_1），听到落在（x_1，1]的声明时判断声明方的真实类型标准分布于[x_1，1]就能满足完美贝叶斯均衡的要求4。加上其他几个条件就可保证完美贝叶斯均衡的成立。

上述分两部分合并均衡的声明虽然已经能够传递一些信息，但这种信息交流还是非常有限的，因为行为方只是知道了声明方的真实类型属于两个区间中的哪一个，在两个区间内的具体位置则仍然不清楚。我们不难想到，如果可以将声明方的类型空间分成更多个区间，并且能在这些区间的基础上构造更多部分的部分合并完美贝叶斯均衡，声明方就能把自己真实类型的位置表达得更清楚，行为方对声明方的类型了解得就更精确，也就是信息传递得更充分。但前面实际上早就说过，能否这样做的关键在于b的大小，如果b太大，则不仅不存在分更多区间的部分合并均衡，而且很可能分两个区间的部分合并均衡都无法实现（如b大于等于类型空间区间长度的$\frac{1}{4}$时）。

在分两个区间的部分合并均衡中我们发现，以x_1为分界点划分的两个区间并不是等长的，因为$x_1=0.5-2b$，前一个区间的长度是$x_1-0=0.5-2b$，后一个区间的长度为$1-x_1=0.5+2b$，后一个区间比前一个区间长4b。实际上这个结论对分割为更多区间的部分合并均衡也是成立的。例如我们把区间划分为n个小区间，[x_{k-1}，x_k）是n个小区间之一，长度为c，那么行为方对该区间类型的最优行为是（$x_{k-1}+x_k$）/2，而对该区间的后一个小区间[x_k，x_{k+1}）中类型的最佳行为是（x_k+x_{k+1}）/2。与分两个区间时同样的道理，这里两个区间交界处的x_k类型声明方所偏好的行为方行为，也必须在（x_{k-1} + x

k ）/2和（x_k+x_{k+1}）/2之间无差异，即

$$x_k+b=\frac{1}{2}\left(\frac{x_{k-1}+x_k}{2}+\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)$$

因为（$x_{k-1}+x_k$）/2 = x_k - c/2，代入上式，得

$$x_k+b=\frac{1}{2}\left(x_k-\frac{c}{2}+\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)$$

化简得$x_{k+1}-x_k=c+4b$。也就是说，后一个区间的长度正好比前一个区间长4b。

现在设将类型区间[0，1]分成n个小区间时第一个区间的长度为d，则第二个区间长度必须为d + 4b，第三个区间的长度必须是d + 8b，依次类推。此外，这n个小区间的总长度必须为1。因此

d +（d + 4b）+ … + [d +（n - 1）·（4b）]

= nd + n（n - 1）·（2b）= 1

根据等式，给定任何一个满足n（n - 1）·（2b）< 1的n，都存在满足上述等式的d。因此，存在分n个区间的部分合并均衡的必要条件是不等式n（n - 1）·（2b）< 1必须成立。从该关于n的一元二次不等式中可解得，部分合并均衡可以分成的最大区间个数n^*（b）必须小于

$[1+\sqrt{1+2/b}]/2$。

综合上面的讨论我们可以得到结论：（1）b越小，则信息交流越充分，b越大，则信息交流越少越困难；（2）当b ≥ 0.25时，n^*（b）= 1，即信息交流完全不可能发生，因为双方的偏好差距太大；（3）当b趋向于0时，n^*（b）趋向于无穷大，也即信息接近充分交流，声明方接近能声明自己的真实类型；（4）只要b不等于0，即双方偏好不完全一致，信息交流不可能真正完全。

最后我们还可以作几点说明：一是分多个区间的部分合并完美贝叶斯均衡同样也需要讨论不在均衡路径上声明的问题，以及声明方可采用的纯策略或混合策略；二是可以讨论b < 0的情形，也即声明方偏好的行为小于自己的真实类型和行为方偏好的行为的情况，甚至更一般的得益函数和偏好的情况；三是对本模型中的类型空间、行为空间、类

型的概率分布也可设成其他更复杂的情况。在这些方面作了一定的改变以后，当然讨论会困难一些，特别是概率分布的改变会使期望得益和最优行为都发生变化，计算较为困难，但基本原理仍然是相同的，有兴趣的读者可自行加以分析讨论。从实际应用的角度，讨论更一般的模型是有意义的。

8.3 信 号 博 弈

在上一节讨论了声明博弈的基础上，本节进一步讨论更一般的具有信息传递机制作用的博弈模型——“信号博弈”。信号博弈的基本特征是博弈方分为信号发出方和信号接收方两类，先行为的信号发出方的行为，对后行为的信号接收方来说，具有传递信息的作用。信号博弈其实是一类具有信息传递机制的动态贝叶斯博弈的总称，许多博弈或信息经济学问题都可以归结为此类博弈。

很显然，声明博弈可以看作信号博弈的特例，声明博弈中的声明方相当于信号发出方，行为方相当于信号接收方。只不过声明博弈中信号发出方的行为是既没有直接成本，也不会直接影响各方利益的空口声明，而一般信号博弈模型中信号发出方的行为通常本身就是有意义的经济行为，既有成本代价，对各方的利益也有直接的影响。例如工人受教育或通过职业资格考试，能向雇主传递工人素质能力方面的信息，但受教育和通过考试都是有代价的，对劳动生产率和双方的利益也有直接影响，这与工人只要作一个关于自己能力的口头声明显然不是一回事，在可信性方面和对决策的影响都有差异。因此，声明博弈只是信号博弈的特例，而信号博弈则是声明博弈的一般化，是研究信息传递机制的更重要的一般模型，也是信息经济学的核心内容。

8.3.1 行为传递的信息和信号机制

一、行为传递的信息

信息的不完全和不对称性往往对拥有信息的一方和缺乏信息的一方都会有不利的影响。从拥有私人信息的一方来说，虽然许多时候保守秘密对自己有利，但也存在希望将私人信息传递给他人的情况。例如在二手车交易问题中，拥有货真价实二手车的卖方就希望将自己二手车的质量信息传递给买方，希望买方了解真实情况。当求职者有真才实学的时候，也非常想让招工单位了解自己的真实水平。从缺乏信息的

一方来说，更是希望尽可能多地掌握信息，克服自己的信息不完全性。但问题是信息的真实性是没有保障的，许多拥有私人信息者有欺骗的动机，而缺乏信息者又很难判断信息的真伪。因此，在信息不完全、不对称的情况下，传递信息和克服信息不完全的困难并不是一件简单的事情。

根据上一节的分析我们知道，在拥有信息和缺乏信息的双方之间的偏好和利益完全一致的情况下，即使是没有任何代价的空口声明也能够有效地传递信息，但当双方的偏好和利益不一致时空口声明就不再能有效地传递信息。因为后面这种情况下，拥有信息的一方就有欺骗对方的动机，从而就会破坏整个信息传递的机制。因此，在双方利益不完全一致的情况下，并不是所有的行为都能传递信息，能有效传递信息的行为是必须满足一定的性质和条件的。我们先看一些有趣的例子。

第一个例子是萨摩亚岛居民对文身的看法。在萨摩亚岛上武士有很高的地位，但要成为一名武士的首要条件是必须有一身好的文身。文身之所以成为该岛选择武士的标准，显然不是因为它本身对打仗杀敌有什么特别的作用，靠文身是吓不倒敌人的，而是因为该岛居民相信只有能够忍受文身巨大痛苦的青年，才是有巨大勇气的，而足够的勇气正是成为好武士的必要条件。这就是文身成为该岛挑选武士标准的根本原因，即文身是反映青年人的品质，传递部落想了解的信息的手段。

另一个例子是波纳佩岛上的一种奇异风俗。在该岛上，谁能种出特别大的山药，谁的社会地位就高，谁就能赢得人们的尊敬并可担任公共职务。形成这种传统的原因同样也不是因为大山药本身有什么神奇的威力，不是因为种出大山药就会拥有魔法，而是因为该岛居民相信，能种出比别人更大的山药的人，一定比别人更有智慧，这样的人更能胜任公共职务，管理好岛上的重大事务。这就是说，种出大山药是因为它能够反映出种植者的过人智慧才受到特别重视，它也是一种传递人们无法直接了解的信息的机制。

实际上除了人类社会以外，动物世界也有类似的情况。例如根据生物学的研究，孔雀开屏也纯粹是雄孔雀向雌孔雀传递有关自身健康和良好素质的主要信号机制。因为雄孔雀开屏本身除了吸引雌孔雀以外，对雄孔雀并没有其他实际的意义，反而可能会给自己增加危险，并且也是浪费能量的行为。我们在进化博弈论中讨论过的蛙鸣问题，实际上也具有同样的性质，也就是说蛙鸣在很大程度上可能也是雄蛙向雌蛙发出有关自身素质信息的工具。类似的例子在动物世界中还有许许多多。

二、信号机制及其作用

为了方便起见，我们今后将经济或其他活动中具有信息传递作用的行为称为“信号”（Signals），通过信号传递信息的过程称为“信号机制”（Signaling Mechanism），通过行为传递信息的一方称为“信号发出方”或发出方”，获得信息的一方则称为“信号接收方”或“接收方”。

通过对前面所举例子的分析不难发现，一种行为要成为能够传递信息的信号，能够形成一种信号机制，关键并不是它是否具有实际意义（事实上文身、种山药和孔雀开屏等对于它们针对的对象都没有实际的意义），而在于它们必须都是有成本代价的行为，而且通常对于不同“品质”（勇气大小、聪明程度、健康强壮程度）的发信号方，成本代价要有差异。如果一种行为没有成本，或者不同“品质”的发出方采用这种行为的成本代价没有差异，那么“品质”差的发出方会发与“品质”好的发出方同样的信号，以伪装成“品质”好，从而使信号机制失去作用。例如若文身和种出大山药对谁都很轻松容易的话，它们就决不会得到如此重视和成为获得社会地位的手段。

我们在二手车模型中讨论过的“昂贵的承诺”，实际上也可以看作一种信号机制，是商业活动中利用信号机制的一种典型例子。商品市场常常是信息极不完全的，因为消费者通常对所购买的商品只有很有限的知识，并不总是能够识别商品的真实质量，或者是否假冒伪劣商品。因此很容易出现逆向选择，劣质产品赶走优质产品，市场完全失灵等低效率的状况。在这种市场中，生产经营优质商品的厂商必须想法将商品质量的信息传递给消费者，将自己的优质商品与其他厂商的劣质商品区别开来，做不到这一点就会比伪劣产品更早被赶出市场。当然，生产优质产品的厂商仅仅声称自己的产品是优质产品往往是没有用的，因为这样做没有成本或只有少量广告成本，搞假冒伪劣的厂商也可以这么做。生产优质产品的厂商只有通过某种有成本，而且产品质量越差成本越高的方法传递自己产品质量的信息。“质量三包”和“假一罚十”等“昂贵的承诺”就是有效的方法。

之所以“质量三包”、“假一罚十”能够有效传递产品质量的信息，原因在于“质量三包”和“假一罚十”是有代价的承诺。生产优质产品的厂商由于产品质量高，退货、返修或索赔的比例不会高，因此虽然作出上述承诺可能会增加一些成本，但肯定在可以承受的范围之内。而且有了这些承诺消费者可以放心消费，厂商的销售和利润会大幅度上升，最终对生产优质产品的厂商肯定是有利的。如果生产劣质产品的厂商也承诺“质量三包”、“假一罚十”，那么因为它们的产品质量差，退货、返修或索赔的比例肯定大大高于生产优质产品的厂商，他们肯定要亏本，因此他们肯定不敢承诺“质量三包”或“假一罚十”（除非承诺

可以不兑现）。因此，在厂商的承诺必须兑现的情况下，生产劣质品的厂商一般是不敢作与生产优质品厂商同样的承诺的。这样，生产优质品的厂商就成功地将商品质量信息传递给了消费者。

由于昂贵的承诺能够成功地将不同质量的产品区别开来，消费者可以买到货真价实的商品，诚实经营厂商的利益可以得到保护，并迫使搞假冒伪劣的厂商转向诚实经营，因此这种"信号机制"对提高社会经济效率有很大的积极作用，是保证经济正常运行和经济发展的有效的制度安排。

8.3.2 信号博弈模型和完美贝叶斯均衡

一、信号博弈模型

"信号博弈"（Signaling Game）正是深入研究具有信息传递作用的信号机制的一般博弈模型。信号博弈的基本特征是两个（也可以是两类，每类有数个）博弈方，分别称为信号发出方和信号接收方，他们先后各选择一次行为，其中信号接收方具有不完全信息，但他们可以从信号发出方的行为中获得部分信息，信号发出方的行为对信号接收方来说，好像是一种（以某种方式）反映其有关得益信息的信号。这正是这类博弈称为"信号博弈"的原因。第六章讨论过的二手车问题实际上也可以理解为一种信号博弈。

由于信号博弈也是动态贝叶斯博弈，因此也可以通过转换直接表达成完全但不完美信息动态博弈。设有一个博弈方0，先按一定概率从信号发出方的类型空间中为发出方随机选择一个类型，并将该类型告诉发出方；然后是发出方在自己的行为空间中选择一个行为（也称发出一个信号）；最后是接收方根据发出方的行为（发出的信号）选择自己的行为。如果我们用S表示信号发出方，用R表示信号接收方，用$T=\{t_1,\ldots,t_I\}$表示S的类型空间，用$M=\{m_1,\ldots,m_J\}$表示S的行为空间，或者称信号空间，用$A=\{a_1,\ldots,a_K\}$表示R的行为空间，用u_S和u_R分别表示S和R的得益，并且设博弈方0为S选择类型的概率分布为$\{p(t_1),\ldots,p(t_I)\}$。则一个信号博弈可表示为：

1.博弈方0以概率$p(t_i)$为S选择类型t_i，并让S知道；

2.S选择行为m_j；

3.R看到m_j后选择行为a_k；

4.S和R的得益u_S和u_R都取决于t_i、m_j和a_k。

注意（1）博弈方0选择各类型的概率都大于0，且总和等于1；（2）R虽然不知道S的类型就是t_i，但却知道$p(t_i)$；（3）S所选择的m_j是t_i的函数，当然也是得益和a_k的函数；（4）T、M和A既可以是离散空间，也可以是连续空间。

事实上，信号博弈是一类博弈的总称。我们只要给上述模型中的类型t_i、信号m_j和行为a_k赋予不同的意义，就可以用它来代表不同领域的博弈问题。后面将要讨论的一些例子就来自于不同的领域。

二、信号博弈完美贝叶斯均衡

既然已经把信号博弈表示为完全但不完美信息动态博弈的形式，当然就可以利用完美贝叶斯均衡对它们进行分析，包括纯策略和混合策略完美贝叶斯均衡、合并均衡和分开均衡等。根据信号博弈的特点，其完美贝叶斯均衡的条件是：

1.信号接收方R在观察到信号发出方S的信号m_j之后，必须有关于S的类型的判断，即S选择m_j时，S是每种类型t_i的概率分布

$$p(t_i|m_j)。p(t_i \mid m_j) \geqslant 0,\ \sum_{t_i} p(t_i \mid m_j) = 1。$$

2.给定R的判断$p(t_i|m_j)$和S的信号m_j，R的行为$a^*(m_j)$必须使R的期望得益最大，即$a^*(m_j)$是最大化问题

$$\max_{a_k} \sum_{t_i} p(t_i \mid m_j) u_R(t_i, m_j, a_k)$$

的解。

3.给定R的策略$a^*(m_j)$时，S的选择$m^*(t_i)$必须使S的得益最大，即$m^*(t_i)$是最大化问题

$$\max_{m_j} u_S[t_i, m_j, a^*(m_j)]$$

的解。

4.对每个m_j∈M，如果存在t_i∈T使得$m^*(t_i)=m_j$，则R在对应于m_j的信息集处的判断必须符合S的策略和贝叶斯法则。即使不存在t_i∈T使$m^*(t_i)=m_j$，R在m_j对应的信息集处的判断也仍要符合S的策略和贝叶斯法则。

上述第一点即有不完美信息的接收方要有一个判断，也即完美贝叶斯均衡的要求1；第二、三点则相当于完美贝叶斯均衡的要求2，即序列理 $p(t_i|m_j)$。$p(t_i\mid m_j)\geqslant 0$，$\sum_{t_i}p(t_i\mid m_j)=1$。
性要求；而第四点即完美贝叶斯均衡的要求3、4。因此，满足上述几点要求的双方策略和接收方判断构成信号博弈的完美贝叶斯均衡。因为上述双方策略都是纯策略，因此是纯策略完美贝叶斯均衡。

另外，如果在一个信号博弈的纯策略完美贝叶斯均衡中，不同类型的S发出的信号m_j相同，则称为合并均衡，如果发出信号不同，就是分开均衡。

8.3.3　股权换投资

一个企业想上一个新项目，为此需要吸引一笔额外的投资。假设该企业本来的盈利能力只有该企业自己知道，潜在的投资者不能完全清楚。如果该企业向潜在投资者提议用一定比例的股份换取投资。那么在怎样的情况下会有人投资，而企业转让多少股份比较合理呢？这个问题的实质，其实就是股份公司的股票发行定价和投资者选择股票的问题。

为了简单起见，我们假设该企业本来的利润只有高低两种可能性，$\pi=H$或$\pi=L$，$H>L>0$。再设新项目所需投资为I，而它的收益为R。因为只有该项目的收益大于投资到其他项目的收益这个项目才有意义，因此I和R必须满足$R>I(1+r)$，其中r是其他项目的收益率。我们可将该博弈表达成如下的信号博弈模型：

1.自然随机决定该企业原有利润π是高还是低，已知$p(\pi=H)=p$，$p(\pi=L)=1-p$；

2.企业自己了解π，愿出S比例股权换取这笔投资；

3.投资人看到S，但看不到π，只知道π是高低两种可能性的概率，然后选择是接受还是拒绝企业的提议；

4.如投资人拒绝，则投资人得益为I（1+r），企业得益为π，如投资人接受，则投资人得益S（π+R），企业得益为（1-S）（π+R）。

这个信号博弈中信号发出方的类型只有两种，信号接收方的行为也只有两种，都是比较简单的，而信号发出方的信号空间则是一个连续区间0<S<1。小过，在实际问题中，考虑到企业是否合算及没有被投资者接受的可能性，S的实际范围要小得多。例如投资人在看到S以后判断π=H的概率为q，即p（H|S）=q，则他只有在S[qH+（1-q）L+R]≥I（1+r），即S≥I（1+r）/[qH+（1-q）L+R]时，才会接受S。而对企业来说，只有当（1-S）（π+R）≥π，即S≤R/（π+R）时，才会愿意出价S。

现在我们先来看一下信号博弈中存在合并完美贝叶斯均衡的条件，即“企业不管实际的π是H还是L，都出S，而投资方接受”，在什么情况下是一个合并完美贝叶斯均衡。

首先，对企业来说，S是其均衡策略必须满足S≤R/（π+R）。因为R/（H+R）≤R/（L+R），因此如果S满足S≤R/（H+R），就一定满足S≤R/（L+R）。其次，只有当S≥I（1+r）/[qH+（1-q）L+R]时，接受才是投资方的均衡策略。因此，“企业出S，投资方接受”及相应判断成为合并贝叶斯均衡的前提条件是

$$\frac{I(1+r)}{qH+(1-q)L+R} \leqslant \frac{R}{H+R} \qquad (8.1)$$

在这个条件成立的情况下，取大于左边小于右边的S数值，就能以这个S为基础构成合并完美贝叶斯均衡。

注意当q趋向于1时，因为R>I（1+r），所以8.1式自然成立，意味着必然存在合并完美贝叶斯均衡。而当q趋向于0时，则只有当R-I（1+r）≥[I（1+r）/R]·H-L，即该项目的收益R，与该笔资金在他处可得到的利润I（1+r）之差，大于等式右边的数值时，合并完美贝叶斯均衡才有可能。因为q的意义是投资方判断该企业为高利润的概率，因此上述结论意味着当投资方相信企业的盈利能力强时，他会接受较低的股权比例，也就是较高的股价，而当投资人不大相信企业有高盈利能力时，他必然会要求较高的股权比例，也就是只能接受较低的股价。因此，在这种合并完美贝叶斯均衡中，企业将为无法使投资人相信它有高盈利能力而付出代价，即使该企业的实际盈利能力确实是高的。这个代价有时候甚至会超过企业从新项目中可能获得的利润，从而使得上述合并均衡无法实现，企业只能放弃该项目。上述分

析实际上也说明了，对于一个经营良好的企业来说，提高经营情况的透明度和保持良好的公众形象是非常重要的。

不过，在$R \geq I(1+r)$的情况下，分开均衡总是存在的。其中低利润类型的企业出价$S = I(1+r)/(L+R)$，因为$L+R \leq qH+(1-q)L+R$，因此投资方会接受；而高利润类型企业的出价$S = I(1+r)/(H+R)$，因为$H+R \geq qH+(1-q)L+R$，因此投资方不会接受。这个分开均衡很显然是低效率的，因为结果是高盈利能力的优秀企业只能放弃这个有价值的项目，低盈利类型的较差企业反而能投资这个项目，资金向效率比较差的企业流动，这从社会效率的角度来说当然是很不理想的。换句话说，这种分开均衡是一种失败的信号机制，因为高盈利的企业无法突出自己。这也是信息不完全对市场经济效率影响的体现。现实中当出现这种情况时，优秀的企业要么像低盈利企业一样用更优惠的条件吸引投资（意味着更大的代价和成本），要么只能转向借贷筹资或内部集资，后者在市场经济中也是很普遍的。这种失败类型的信号机制也能用来解释为什么证券市场上，一些经营业绩不良企业的“垃圾股票”反而常常成为热门股票的内在原因。

8.3.4　劳动市场信号博弈

劳动市场也是市场经济中具有十分重要地位的一个市场。劳动市场既有一般市场共有的特点和供求规律，也有很强的特殊性和政策性，既与劳动者的生理心理规律有关，也可以揭示教育在市场经济中的作用等。实际上我们前面已经讨论过好几种关于劳动市场的博弈模型，这里我们讨论一下劳动力素质的信号机制，并用信号博弈模型对劳动力素质和劳动雇佣问题进行一些讨论。

一、劳动力素质的信号机制

企业招聘工人的时候，总是希望能招聘到素质比较高的工人，因为高素质工人的劳动生产率比较高，能够给企业带来更大的经济效益。但是，识别工人的素质也不是一件容易的事。通常招聘工人的企业往往会设计一定的选拔机制，例如学历要求、笔试和面试等。因为不同素质的工人获得学历或通过考试的成本（花费的时间精力和学费等）通常是不同的，低素质工人比高素质工人的成本高得多，因此通过成本与利益的比较，不同素质的工人常常会选择不同的教育水平或只能考出不同的成绩。这样企业就能够有效地区别不同素质的工人，从而提高录用工人的平均素质。因此，企业设计采用的选拔机制事实上就是信号机制。

但是，过分要求高素质也不现实，因为一方面高素质的工人可能会要求较高的报酬，另一方面当工人的普遍素质不是很高时，筛选标准定得过高，就难以招到足够的工人。因此，企业在利用信号机制筛选工人时，既要考虑招到素质较高的工人，也要兼顾到能招到足够数量的工人。

为了简单起见，我们设工人按素质标准分布于[0，1]区间上。一般来说，素质高的工人劳动生产率高，素质低的工人劳动生产率低。因此我们假设工人的素质与劳动生产率的关系可以用图8.6来反映。图中横轴反映工人素质，从左至右对应素质从高到低的工人。设图中PP′线代表各种素质工人对应的劳动生产率，即劳动生产率与工人素质之间是线性函数关系。

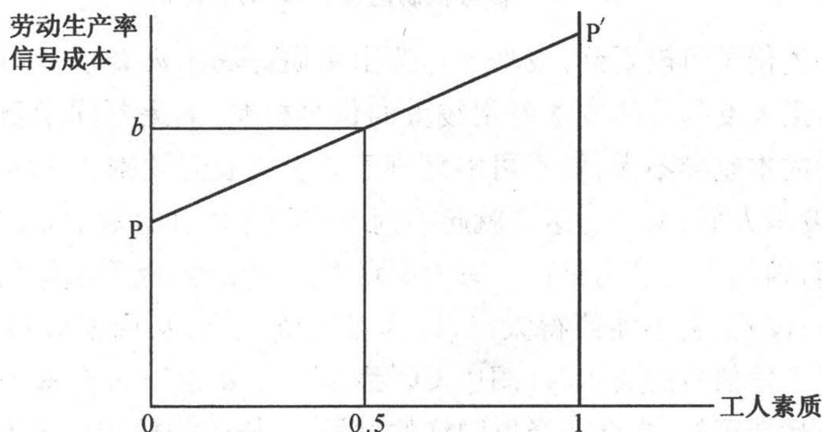


图8.6　工人的素质与劳动生产率

当工人的素质和相应的劳动生产率如图8.6中所示时，如果企业不运用任何信号机制，随机选择工人，那么所招工人的平均期望素质是0.5，平均期望劳动生产率为b，都属于平均水平。企业通常会运用信号机制，如对应聘者提一定的学历要求或进行招工考试，以招到素质较高的工人。设工人满足学历要求和通过考试的成本与工人的素质负相关，或进一步假设是素质的线性减函数，如图8.7中CC′线所示。再假设获得该企业工作的利益是d（可理解为该企业的工资超过没有学历要求企业工资的幅度），那么发信号成本低于d的工人，也就是素质高于e的工人发信号是合算的，有发信号的愿望，而素质低于e的工人发信号的成本高于发信号的利益，因此没有发信号的意愿。这样，企业用上述学历要求作为筛选机制，成功地将素质较低的工人排除掉，录用工人的平均期望素质能够达到（e+1）/2，工人的平均期望

劳动生产率为高于b的a。

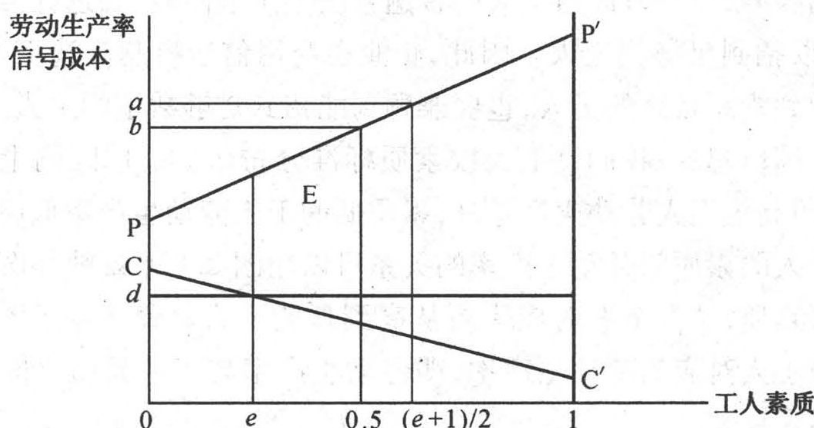


图8.7　信号机制的存在和作用

从上述例子可以看到，成功地筛选出素质好的工人要求：（1）设计出不同素质工人发信号的成本差别较大的信号机制，如果不同素质的工人发信号的成本差异不大，就不可能甄别工人。这就是说对工人的要求不能太低，要求太低，太容易达到就起不到应有的作用；（2）对工人的要求也不能太高，因为当要求高至很少有人愿意发这种信号，就无法招到足够数量的工人；（3）工资不能给得太高，因为当工资太高，从而使d高于所有素质的工人发信号的成本时（图中CC′线全部在d之下），低素质的工人发信号也是合算的，也会选择发同样的信号，这样信号机制也起不到甄别工人素质的作用。因此企业在设计信号机制的时候，应该注意各方面目标的平衡。

在工人的劳动生产率（PP′线）和发信号成本（CC′线）既定的情况下，发信号的收益d决定发信号工人的素质下限e，从而也决定了所招工人的平均劳动生产率水平。d越小，发信号合算的工人越少，平均素质越高。当然，雇佣的工人数量太少是无法满足生产需要的，并且劳动力市场通常是竞争性很强的市场，压低工资会使工人转向其他企业，过分压低d显然也是不可取的。实际上，对作为劳动力市场上的竞争性买方的企业来说，d常常是既定的。

在d既定的情况下，企业可以根据需要的工人数，对工人的合理素质要求，能够支付的工资，决定对应聘者的学历、成绩要求，调控发信号的成本，从而筛选出合适的工人。有时也可以对不同工种、职位提出不同的要求等等。

在上述企业招聘职工的例子中，我们讨论了企业以学历要求作为获得劳动力素质信息的信号机制，包括这种信号机制存在、起作用的条件，它对企业效率的作用，利用这种信号机制要注意的问题等。实际上，受教育的年限，获得的学历、学位、学习成绩，毕业的学校，通过了什么技术等级考试，有多少种职业资格证书等，都是现实中企业筛选员工时普遍采用的标准。通常用人单位对应聘者提出受教育程度方面要求的理由主要是两点：除了上述信号机制以外，另一点是是否受过所要求水平或内容的教育，对能否完成工作任务确实有直接的关系，特别是一些特殊的职业训练。起信号机制作用的教育也许对提高劳动者的操作技能没有直接的帮助，但它们对社会经济效率的作用是不能低估的。因为这些信号机制通过甄别劳动力的素质，对提高劳动力资源的配置效率，提高企业和社会的经济效率有非常重要的作用。这是我们评价教育对经济发展的作用时不能忽视的，否则我们在认识教育的作用和价值时就会有狭隘和短视的危险。

二、斯潘塞劳动市场博弈模型

在对劳动市场信号机制一般讨论的基础上，我们进一步介绍斯潘塞（Spence）1973年提出的劳动市场博弈模型。斯潘塞的劳动市场博弈模型是信号博弈中的一个典型代表。按照信号博弈的表达方法，该博弈可表述如下：

1.自然随机决定一个员工的生产能力η，η有高低两种可能，分别记为H和L。并且自然选择生产能力高低的概率p（η＝H）和p（η＝L）是员工和厂商的共同知识。

2.员工清楚自己的生产能力属于高还是低，然后为自己选择一个受教育水平$e \geq 0$。

3.有两个厂商同时观察到员工的受教育水平（注意并不是员工的能力），然后同时提出愿支付给员工的工资率。

4.员工接受工资较高的一份工作。若两厂商的工资相同，则随机决定（如通过抛硬币）为谁工作。用w表示员工接受工作时的工资率。

在这个博弈中，员工的得益为w－c（η，e），其中c（η，e）是该能力为η、受教育程度为e的员工供给劳动的成本；雇到该员工的厂商的得益为y（η，e）－w，其中y（η，e）为该能力为η、受教育e的员工的生产率；没雇到该员工的厂商的得益为0。因为该博弈中员工选择受多少教育对厂商来讲是一个员工生产能力高低的信号（这一点下面会进一步说明），因此这是一个信号博弈问题。不过这个信号博弈中

的信号接收方是两个而不是一个，这是一个三个博弈方之间有同时选择的两阶段不完全信息信号博弈。

不用单一雇主或假设的市场总雇主来代表全体厂商而设两个厂商的原因，主要在于厂商之间的相互竞争对它们在劳动市场上的雇用行为有非常明显的影响，单一雇主或市场总雇主无法反映这种竞争和影响，因此为了反映这种因素，我们选择用两个相互竞争的厂商作为信号接收方。其实，存在两个相互竞争雇主的影响主要体现在厂商均衡策略的决定方式上，由于未雇到员工的厂商的得益（即利润）为0，因此两厂商之间的竞争会使厂商的期望得益趋向于0，即厂商的最佳策略就是让工资接近其生产率。如果确定了这一点，那么市场上究竟是一个厂商还是很多厂商就无关紧要了，因为此时厂商的行为与现实中竞争性市场上的厂商的行为是一致的。如果用单一厂商的模型，我们可以先假设惟一厂商的得益函数为 $-[y(\eta, e)-w]^2$，因为在这个得益函数下，厂商会选择尽可能接近 $y(\eta, e)$ 的工资 w，以使得益逼近其最大值0。为了在假设有两个厂商同时作为信号接收方的情况下，保证他们之间的竞争会使他们所出的工资率相当于员工的劳动生产率，还需要假设两厂商观察到员工的受教育程度e以后，对员工的能力有相同的判断 $p(H|e)$ 和 $p(L|e)=1-p(H|e)$，或者说上述判断是这两个厂商之间的共同知识。这样两厂商愿意出的工资率同为：

$$w(e)=p(H|e)\cdot y(H, e)+(1-p(H|e))\cdot y(L, e)$$

当然，由于完美贝叶斯均衡要求判断必须符合均衡策略和贝叶斯法则，因此只要自然选择员工能力高低的概率分布是共同知识，两厂商的判断相同应该是不成问题的。

注意我们对模型中受教育程度e的具体含义还没有很好说明。自然的想法是以学习年限作为受教育程度e的指标和量值，因为学习年限与工资率之间的正相关关系，平均来说在市场经济中肯定是成立的，并且学习年限较高的员工有较高的生产率，也是一条容易接受的一般平均规律。但问题是究竟是生产率高低本身取决于学习年限，还是素质能力高，从而生产率高的员工倾向于多上学，这却没有充分的实证根据。实际上可以肯定的只有两点：（1）即使学习年限长短对生产率毫无影响，工资也会随着学习年限的增加而增加；（2）如果学习年限对生产率有影响，则工资随学习年限增加的幅度，肯定超过增加的学习年限对生产率的实际贡献。这是斯潘塞1973、1974年两篇论文的结论。进一步，我们还可将e解释为修读课程的数量和成绩，甚至理解为所读学校质量的优劣。在这种解释下，我们可得到类似的结论：即使在名牌学校学习本身并不一定对生产率提高有特别的效果，

即使选修课程多、成绩好对从事特定工作的效率也不一定有帮助（在从事的工作与所学课程无关时常是如此），但名校的、选修课程多或成绩好的毕业生得到的工资总是较高，而且会高得很多。

原因就是员工的受教育年限和成绩等对厂商来说是反映其能力的一个信号。因为对于能力强的学生（未来的员工）来说，接受较多的教育，获得更好的成绩、选修更多的课程，获得更高的学历、学位，相对比能力差的学生要容易一些，（物质和精神的）成本也低一些，因此他们会倾向于接受更多的教育、进名校、选修更多的课程和争取更好的成绩，并以此突出自己，表明自己的能力。相反，能力差的学生则会觉得受更多教育、获高学位、进名校和得好成绩都非常困难，成本太高，因此倾向于选择较低的教育程度。

一个需要说明的问题是，虽然学习年限或其他反映教育程度的指标通常都是不连续的，只能分为小学、中学、大学等少数离散的档次，但我们在分析中仍然可以把e当作连续的变量来处理，这样在数学处理上往往比较方便一些。

为了更容易理解上述博弈问题中员工的选择及其均衡，我们先简单讨论一下这个问题的完全信息博弈版本。完全信息博弈版本就是指非但员工自己知道自己的实际能力，而且两厂商也都非常清楚，设其就是η。这时，两厂商的竞争使得这个能力为η的员工如果受教育e，则能挣工资$w(e)=y(\eta, e)$。员工选择的教育水平e要满足

$$\max_{e}[y(\eta, e)-c(\eta, e)]。$$

设其解为$e^*(\eta)$，则$w^*(\eta)=y[\eta, e^*(\eta)]$。工资和教育水平之间的均衡如图8.8所示。图8.8中的η_0、η_1、η_2是给定不同能力η的收入努力无差异曲线。

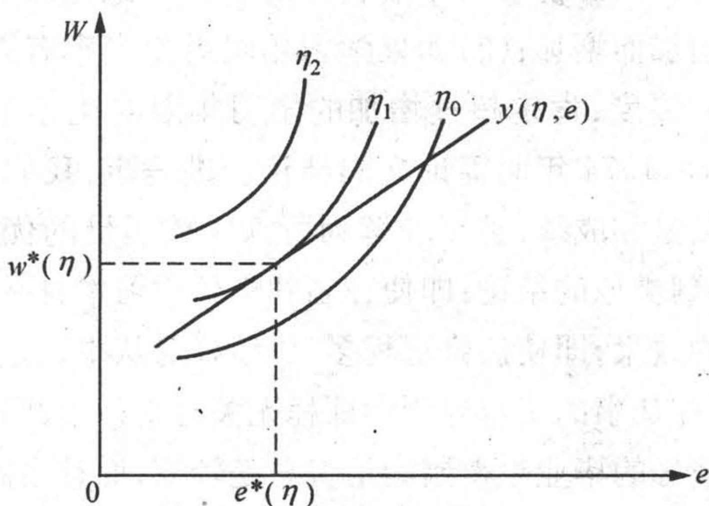


图8.8　完全信息的劳动力市场均衡

现在我们再回到不完全信息的情况。不完全信息给低素质能力的员工提供了伪装成高素质能力员工的机会，伪装的方法是接受较多的教育，这样做是否合算则取决于伪装的代价，也就是受更多教育的成本，与获得较高工资相比是否合算。显然，当$w^*(L)-c[L,e^*(L)]<w^*(H)-c[L,e^*(H)]$时，低能力员工会选择接受较多教育，伪装成高能力。而在$w^*(L)-c[L,e^*(L)]>w^*(H)-c[L,e^*(H)]$时，则低素质员工最好还是老实承认低能力，选择接受较低工资，不应该得不偿失地盲目追求高教育、高学历。

在这个不完全信息的博弈中，同样存在合并均衡、分开均衡和混合均衡。我们首先讨论它的合并完美贝叶斯均衡。

所谓合并均衡，在这个博弈中就是指不同素质能力类型的员工采用相同策略，即相同的教育水平的均衡。我们记这个相同的教育水平为e_p。这时候员工的选择不能反映他们的素质能力，因此判断$p(H|e_p)=p(H)$，即员工受教育e_p的情况下高能力的概率与自然决定工人高能力的概率是相同的，这个判断是根据贝叶斯法则和员工的策略形成的，因此符合完美贝叶斯均衡的要求。

两厂商在观察到e_p以后，根据上述判断，选择的均衡水平应为

$$w(e_p)=p(H)\cdot y(H,e_p)+(1-p(H))\cdot y(L,e_p)。\qquad(8.2)$$

完美贝叶斯均衡还要求厂商设定当员工的教育是非均衡的$e \neq e_p$时的判断和选择$w(e)$，以及证明两类员工对厂商的策略的最佳反应都是$e = e_p$。为此，我们可以设厂商在$e \neq e_p$时判断员工肯定为低能力，即

$$p(H \mid e) = \begin{cases} 0 & \text{当 } e \neq e_p \text{ 时} \\ p(H) & \text{当 } e = e_p \text{ 时} \end{cases}$$

他们的完整策略为

$$w(e) = \begin{cases} y(L, e) & \text{当 } e \neq e_p \text{ 时} \\ w(e_p) & \text{当 } e = e_p \text{ 时} \end{cases}$$

其中$w(e_p)$为（8.2）式所示。

一个能力为η的员工的序列理性选择e应该满足

$$\max_e [w(e) - c(\eta, e)]$$

由于只有当$e = e_p$时工资$w(e) = w(e_p)$，$e \neq e_p$时工资$w(e) = y(L, e)$，而且$w(e_p)$肯定大于$y(L, e)$。因此，当$w(e_p) - c(\eta, e_p) \geq y(L, e) - c(\eta, e)$时，员工选择$e_p$，而且上述不等式逆转时，员工应该选择使$y(L, e) - c(\eta, e)$取最大值的教育水平。因此，上述不等式成立时，员工的选择是序列理性的，而如果两种类型员工的生产率、教育成本等都满足该不等式时，e_p就是合并完美贝叶斯均衡策略。

注意可以构成合并完美贝叶斯均衡的教育水平e_p不是惟一的，而是可能有很多种，只要满足上述不等式，并使厂商形成相应的判断就可以了。

现在我们再来看一下本博弈中什么情况下存在分开完美贝叶斯均衡。分开均衡意味着不同能力的员工选择不同的教育水平$e^*(H)$和$e^*(L)$。这时候员工选择的教育水平将反映出员工能力的类型。厂商的判断是$p[H|e^*(H)] = 1$，$p[L|e^*(H)] = 0$，$p[H|e^*(L)] = 0$，$p[L|e^*(L)] = 1$。如果考虑到教育水平不止高、低两种，则可将上述判断改为

$$p[L \mid e^*(H)] = \begin{cases} 0 & \text{当 } e < e^*(H) \\ 1 & \text{当 } e \geqslant e^*(H) \end{cases}$$

厂商的序列理性策略是

$$w(e) = \begin{cases} y(L, e) & \text{当 } e < e^*(H) \\ y(H, e) & \text{当 } e \geqslant e^*(H) \end{cases}。$$

因为$e^*(H)$是高能力员工对工资函数$w(e) = y(H, e)$的最佳反应，因此也是对厂商策略的最佳反应。对低能力的员工，$e^*(L)$是他对工资函数$w(e) = y(L, e)$的最佳反应，当$w^*(L) - c(L, e^*(H)) \geq w^*(H) - c(L, e^*(H))$时，$e^*(L)$也是他对厂商策略的最佳反应。因此在上述不等式成立的前提下，上述不同类型员工分别选择不同的教育水平，厂商给出不同的工资，以及相应的判断，构成一个分开完美贝叶斯均衡。

上述合并均衡和分开均衡都是纯策略完美贝叶斯均衡，除了这两种均衡以外，本博弈也存在混合策略的完美贝叶斯均衡，或称为“混合均衡”。混合均衡一般是高能力类型的员工选择同样的教育水平，而低能力类型的员工则在与高能力员工相同的教育水平，以及某种不同的教育水平之间随机选择。

设高能力员工都选择教育e_H^*，而低能力的员工则分别以概率π和1 - π在e_H^*和e_L^*之间随机选择。这样，厂商的符合员工策略和贝叶斯法则的判断为

$$p(H \mid e_H^*) = \frac{p(H)}{p(H) + (1 - p(H)) \cdot \pi}$$

$$p(L \mid e_H^*) = 1 - p(H \mid e_H^*)$$

$$p(H \mid e_L^*) = 0$$

$$p(L \mid e_L^*) = 1$$

这些判断反映了下列几个方面：（1）由于一部分低能力的员工选择

e_L^* ，因此选择教育 e_H^* 的员工中高能力的比例比在所有员工中的比例要高，即 $p(H \mid e_H^*) > p(H)$ ；（2）当π→0，只有很少低能力员工选择受高教育，因此 $p(H \mid e_H^*) \to 1$ ，即受教育程度基本能反映能力水平；（3）当π→1，即低能力员工也都倾向于受高教育时， $p(H \mid e_H^*) \to p(H)$ ，受教育程度几乎与能力水平无关；（4）受低教育说明员工肯定是低能力的。

为了使低能力员工愿意在 e_H^* 和 e_L^* 之间随机选择，高教育员工的工资 $w^*(e_H^*)$ 和给低教育员工的工资 $w^*(e_L^*) = w^*(L)$ 必须满足

$$w^*(L) - c(L, e_L^*) = w^*(e_H^*) - c(L, e_H^*) \quad (8.3)$$

即低能力员工选择低教育的得益与选择高教育的得益相同。当然其中 e_L^* 是使w（L）-c（L，e_L）取最大值的e_L，而 e_H^* 是使高能力工人的得益w（e_H）-c（H，e_H）取最大值的e_H。

在给定员工的上述混合策略和厂商的前述判断的情况下，厂商的均衡策略为当员工受教育为 e_L^* 时，支付工资 $w^*(L) = y(L, e_L^*)$ ，而当员工受教育为 e_H^* 时，厂商支付工资

$$w^*(e_H^*) = \frac{p(H)}{p(H)+(1-p(H))\cdot\pi}\cdot y(H, e_H^*) + \frac{(1-p(H))\pi}{p(H)+(1-p(H))\pi}\cdot y(L, e_H^*)。$$

因为不管员工选择的教育是还是，在厂商的策略和其相应的判断下，上述工资率都等于生产率或期望生产率，因此是均衡的。对员工来说，在满足（8.3）式的前提下，给定厂商的策略，前述混合策略也是他的最佳反应。这就证明了双方策略在前述判断下都是序列理性的，而且反过来判断的形成又符合均衡策略和贝叶斯法则，因此这是一个混合策略的完美贝叶斯均衡，或者说混合均衡。

8.4　不完全信息的工会和厂商谈判

作为完全且完美信息动态博弈的例子，第三章曾讨论过一个工会和厂商之间关于工资和雇用的博弈。实际上，在工会和厂商之间的博弈问题中，信息往往并不是完全的，特别是工会一般很难完全了解厂商盈利或亏损的真实情况。此外，工会和厂商之间的问题也并不总是在和平的气氛中解决的，往往必须已经发生罢工时才能迫使厂商坐下来谈判。因此，我们现在讨论一种在已经发生罢工或其他情况，必须限期达成结果的背景下，工会和厂商之间谈判的不完全信息动态博弈。不过为了简单起见，我们假设谈判的内容只有一个，那就是工资总额。

假设厂商（支付工资前）的利润π是厂商的内部信息，工会无法知道，工会只知道厂商的利润是标准分布于区间[0，1]上的。这可理解为厂商的有些项目，或收益、支出工会无法完全清楚，只知道大概的情况；假设工人不被该厂商雇用就会失去全部收入，即收入为0，也即意味着没有其他工作机会；再假设厂商和工会之间的讨价还价最多只能进行两个回合，每个回合都先由工会提出工资要求，由厂商选择是否接受。如果第一个回合厂商就接受工会的工资要求，则博弈结束，否则开始第二个回合。如第二个回合厂商不接受则表示厂商不再雇用工会的工人；若协议是在第二个回合达成，则双方的得益都要打折扣，折算成第一个回合达成协议得益的折算系数为δ，这表示晚达成协议对双方都有代价（时间价值、实际开支或罢工持续更长时间的生产损失等），否则大家都会倾向于多讨价还价、晚达成协议。

设工会第一个回合提出的工资总额要求为w_1，第二个回合提出的为

w_2，则第一个回合厂商就接受工会的要求时双方的得益为工会w_1，厂商$\pi - w_1$，而第二个回合才达成协议则双方得益为工会δw_2，厂商$\delta(\pi - w_2)$，如果第二个回合仍达不成协议，则双方得益都是0。

本博弈的完美贝叶斯均衡的推导比较复杂，为了使读者更容易清楚分析思路，我们先直接给出该博弈惟一的完美贝叶斯均衡：

1.工会第一回合要求工资

$$w_1^* = \frac{(2-\delta)^2}{2(4-3\delta)}。$$

2.如果厂商的利润π超过

$$\pi_1^* = \frac{2-\delta}{4-3\delta}$$

则厂商接受w_1^*，否则拒绝w_1^*。

3.如果第一回合的工资要求被拒绝，工会将对厂商利润的判断修改为标准分布于$[0,\ \pi_1^*]$，第二回合要求工资

$$w_2^* = \frac{1}{2}\pi_1^* = \frac{1}{2}\left(\frac{2-\delta}{4-3\delta}\right)。$$

4.如果厂商的利润π超过w_2^*，则接受该工资要求，否则仍然拒绝。

容易证明上述策略组合和判断是完美贝叶斯均衡。在该均衡中，每个回合都是高利润厂商会接受工会的工资，而低利润的则会拒绝。工会第二个回合时的判断反映了工会相信厂商是高利润时第一回合是会接受工会要求的。在该均衡中，低利润的厂商会忍受例如一阶段的罢工损失以迫使工会降低工资要求。但如果利润太低，则即使较低的工资要求厂商也不会、无法满足，只能拒绝。

我们现在来分析为什么本博弈中厂商和工会的完美贝叶斯均衡一定是上述策略组合。我们仍然用类似逆推归纳法的思路，先从第二个回合

开始讨论双方的序列理性策略。

我们先看第二个回合（假设第一回合厂商已拒绝）厂商的选择。对厂商来说，因为这是最后的机会，如果拒绝意味着得益为0，因此只要 $\pi > w_2^*$，他一定会选择接受。不管第一回合的 w_1^* 是多少。此时厂商的得益为 $\delta(\pi - w_2^*) > 0$。

现在我们来看第二回合工会的选择。首先，工会知道厂商在该阶段的选择方式，即厂商以 $\pi > w_2^*$ 是否成立作为选择标准；其次，工会此时判断厂商的利润是标准分布于[0，π_1]的（π_1 的值在第一回合讨论）。因此，工会选择的 w_2^* 要使自己的期望得益最大化，即

$$\max_{w_2}(w_2 \cdot p_{2a} + 0 \cdot p_{2r})$$

其中p_{2a}和p_{2r}分别是厂商接受和拒绝w_2的概率。$p_{2a} = p\{\pi > w_2\}$和$p_{2r} = \{\pi \leq w_2\}$。根据工会对厂商利润的判断，$p_{2a} = p\{\pi > w_2\} = (\pi_1 - w_2)/\pi_1$，而$p_{2r} = \{\pi \leq w_2\} = w_2/\pi_1$。因此上述最大值问题变成

$$\max_{w_2}\left[w_2\left(\frac{\pi_1 - w_2}{\pi_1}\right)\right]$$

因此，工会的最佳选择 $w_2^* = \pi_1/2$。因而，如果进行到第二回合，并且厂商接受要求，则双方的得益为：工会$\delta\pi_1/2$，厂商$\delta(\pi - \pi_1/2)$。

现在我们回到第一回合，对厂商来说，他已经知道如果谈判进行到第二回合，他能够得到的最大得益是$\delta(\pi - \pi_1/2)$。因此，第一回合他选择接受 w_1^* 的条件，是选择接受的得益$\pi - w_1 \geq \delta(\pi - \pi_1/2)$。整理可得

$$\pi \geqslant \frac{w_1^* - \delta\pi_1/2}{1-\delta}$$

也就是说，当厂商的利润π满足上述不等式时，他选择接受 w_1^*，否则不接受。因此，上述不等式的右边就是我们前面所设的π_1，令

$$\pi_1 = \frac{w_1^* - \delta\pi_1/2}{1-\delta}$$

解得

$$\pi_1 = \frac{2w_1^*}{2-\delta}。$$

工会了解厂商在第一回合的上述决策方式及第二回合的结果。工会所选择的工资 w_1^* 还是要使得自己的期望得益最大，即满足

$$\max_{w_1}[w_1 \cdot p_{1a} + \delta w_2(w_1) \cdot p_{ra}]$$

其中p_{1a}表示第一个回合厂商接受w_1的概率，$p_{1a} = 1 - \pi_1 = 1 - 2w_1/(2-\delta) = (2-\delta-2w_1)/(2-\delta)$。而$p_{ra}$表示第一回合拒绝但第二回合接受的概率，$p_{ra} = p_{1r} \cdot p_{2a} = 2w_1/(2-\delta) \cdot (\pi_1 - w_2)/\pi_1 = 2w_1/(2-\delta) \cdot (\pi_1 - \pi_1/2)/\pi_1 = w_1/(2-\delta)$。代入上式得

$$\max_{w_1}\left(w_1 \frac{2-\delta-2w_1}{2-\delta} + \delta \frac{w_1}{2-\delta} \frac{w_1}{2-\delta}\right)$$

$$= \max_{w_1} \frac{(2-\delta)^2 w_1 - 2(2-\delta)w_1^2 + \delta w_1^2}{(2-\delta)^2}$$

解之，得

$$w_1^* = (2-\delta)^2/[2(4-3\delta)]。$$

把 w_1^* 代入上述各式得出 π_1^* ，w_2^* 等，正好与开头给出的策略组合中的数值是相同的，这就证明了该策略组合在相应判断下满足完美贝叶斯均衡的序列理性要求。很容易证明完美贝叶斯均衡关于判断的几个要求也是完全满足的。因此，上述策略组合和相关判断是本博弈惟一的完美贝叶斯均衡。

本博弈中假设的[0，1]区间上标准分布的利润可以推广到更一般的情况，也可以让讨价还价进行更多的回合，甚至无限进行下去，直至工会的要求被接受等。

本章内容提要

本章讨论了不完全信息动态博弈，即动态贝叶斯博弈。不完全信息动态博弈是不完全信息静态博弈的自然延伸，上一章用于不完全信息静态博弈的海萨尼转换也适用于本章的博弈。并且不完全信息动态博弈经过海萨尼转换转化成的博弈，与一般的不完美信息动态博弈更加一致，我们甚至可以说不完全信息动态博弈与完全但不完美信息动态博弈本质上是相同的，只是表达的方式不同而已。因此不完全信息动态博弈可以直接利用第六章介绍的完美贝叶斯均衡分析方法进行分析。

为了让读者对不完全信息动态博弈的特征和现实意义有更透彻的理解，本章第一节先介绍了古玩交易、求婚问题等几个例子，并对不完全信息动态博弈中的类型和海萨尼转换作了简单说明。

第二节介绍了声明博弈。首先讨论了声明在传递信息方面的作用，声明能有效传递信息的条件等，以几个简单的2×2博弈为例对声明有效性的条件作了阐述。其次介绍了离散型声明博弈模型和连续型声明博弈模型，其中对连续型声明博弈作

了较详细的分析。对声明博弈的分析得出的结论是，在声明方和行为方的偏好和利益关系比较一致的情况下，没有成本代价的声明可以有传递信息的作用，信息传递的程度、充分性主要取决于双方偏好和利益的一致程度。

第三节进一步介绍通过有成本代价和实际经济意义的各种行为传递信息的信号博弈问题。其中首先对行为的信息传递作用作了一些讨论，并介绍了信号博弈模型和相关的完美贝叶斯均衡。然后运用信号博弈模型及其完美贝叶斯均衡分析方法，分析了股权换投资和劳动市场信号博弈两种具体问题。这些问题及其分析方法对研究社会经济活动中的许多相关问题都有重要的借鉴作用。本节的分析也揭示了一些事物的内在原因和逻辑关系，包括教育的部分功能和作用等。

第四节则讨论了不完全信息的劳资博弈，即在工会不完全了解厂商利润情况的条件下，工会和厂商之间关于工资的讨价还价博弈。对该博弈模型的分析给我们提供了研究这类博弈问题的重要基本思路。

本章基本概念

不完全信息动态博弈（动态贝叶斯博弈）　声明博弈　离散型声明博弈　连续型声明博弈　声明方和行为方　部分合并均衡　信号机制　信号发出方和信号接收方　信号博弈　信号博弈完美贝叶斯均衡　股权换投资　劳动市场信号博弈　不

完全信息的工会和厂商谈判

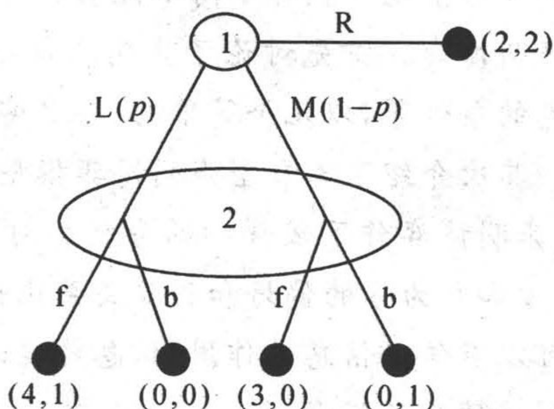
本章思考题

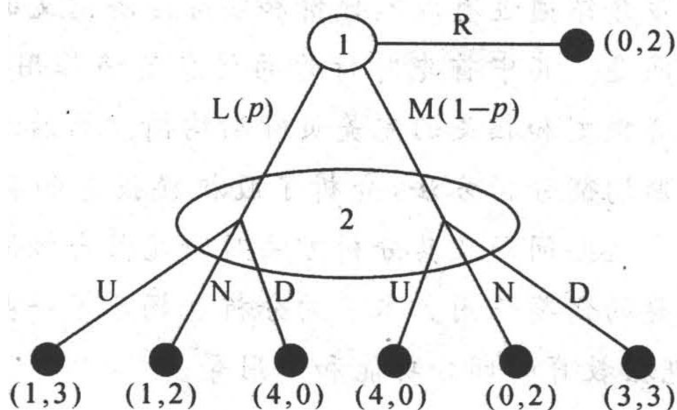
1.为什么口头声明有时能有效传递信息，但另一些时候却又不能？

2.能够传递信息的行为有怎样的特征？信号机制起作用的基本条件是什么？

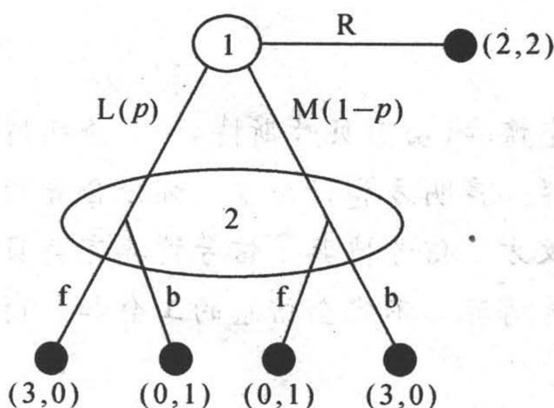
3.找出下列两个扩展形表示的动态贝叶斯博弈各自的全部纯策略

纳什均衡、完美贝叶斯均衡。





4.说明下图扩展形所示博弈无纯策略完美贝叶斯均衡，找出它的混合策略完美贝叶斯均衡。



5.在一个声明博弈中，假设声明方出现三种类型的可能性相等，如果声明方的各种类型和行为方的各种行为组合时双方得益如下列得益矩阵中所示，其中每个数组的第一个数字为声明方得益，第二个数字为行为方得益。求该博弈的纯策略完美贝叶斯均衡。

声明方 \ 行为方	a_1	a_2	a_3
t_1	0,1	1,0	0,0
t_2	0,0	1,2	0,0
t_3	0,0	1,0	2,1

6.设买方和卖方对交易商品的估价分别为v_b和v_s，但只有卖方有能力独立形成估价，买方没有独立形成估价的能力，买方的估价取决于卖方的估价$v_b = k\cdot v_s$，其中$k > 1$是双方的共同知识。假设卖方的估价v_s标准分布于[0，1]区间，真实情况只有卖方自己知道（从而也知道v_b

），买方既不知道v_s，也不知道v_b，只知道v_s的分布。如果由买方出一个价格P，然后卖方选择接受或拒绝。问对于$k < 2$和$k > 2$的两种情况，该博弈的完美贝叶斯均衡分别是什么？

【注释】

(1) 用更一般的类型空间、行为空间和类型的概率分布，对分析方法和均衡特征不会有本质的影响。

第九章　合作博弈理论初步

除了第五章的进化博弈论以外，前面各章介绍的内容基本上都属于非合作博弈理论及其应用。博弈论还包括合作博弈理论。合作博弈理论的产生时间比非合作博弈理论更早，只是在前面几十年中相对受到冷落，发展速度比较慢。但随着社会经济和博弈理论的发展，合作博弈理论的价值开始凸现出来，这种理论又开始受到重视。本章简单介绍合作博弈理论的核心内容。

9.1　合作博弈引论

9.1.1　为什么需要合作博弈理论

第一章说明了非合作博弈理论和合作博弈理论的根本区别，是前者不考虑博弈方之间可以运用有约束力协议的情况，而后者则允许存在这种协议。其实，用是否允许有约束力的协议作为界定博弈合作非合作的根据，就是因为如果不允许存在这种协议，那么除非合作行为（指采用对双方有利的策略。下同）本身是博弈方的最优选择，博弈方本身没有偏离合作的冲动，否则就无法保证博弈方合作，即使合作最终也有利于行为者自身[1]，而当允许利用有约束力的协议时，就有可

能在博弈方存在偏离合作冲动的情况下实现合作，当然必须先通过协调、协商等达成合作协议或者形成默契。

事实上，排斥所分析的博弈问题中存在有约束力协议的可能性，正是非合作博弈理论取得成功的关键原因。因为排斥有约束力的协议，就把非合作博弈理论的分析对象限制在个体理性基础上的个体决策上。而个体理性是人类的基本理性，个体理性决策是经济主体最基本的行为逻辑，而且个体理性决策行为比联合理性基础上的合作行为相对简单，因此非合作博弈分析不仅有很强的现实基础，而且比较容易分析和标准化，发展速度自然较快。这就是非合作博弈理论发展较晚，但却更早形成完整的理论体系和得到广泛应用，超越合作博弈理论成为博弈论主流的关键原因。

但是，个体理性并不是人类经济行为背后的唯一逻辑，现实中联合理性的集体决策行为相当普遍。事实上人们在个体理性决策行为遇到困难时，经常会通过明或暗的协议等协调行为摆脱困境。因此虽然非合作博弈理论非常有效，但由于它无法分析现实中普遍存在的联合理性行为，因此在解释人类的经济行为和社会经济规律时，早晚会遇到无法克服的困难。要解决这些困难，对各种社会经济问题都作出有效分析，必须引进能有效分析人类联合理性的合作行为的合作博弈理论。

其实非合作博弈理论本身也要求合作博弈理论的发展。非合作博弈分析经常遇到无帕累托优劣关系的多重纳什均衡问题。例如两人有机会分享100元现金，如果两人要求数额之和不超过100元则各自要求得到满足，若两人要求数额之和超过100元则反而什么都得不到。这是非合作博弈中非常普通的一个例子，也是现实的经济合作、竞争、交易中众多双边利益争夺问题的典型代表。作为非合作博弈，两个博弈方的策略是各自要求的数额$0 \le s_i \le 100$，当双方策略组合（s_1，s_2）满足$s_1 + s_2 \le 100$时，他们的得益与策略相等，否则得益为0。这个博弈显然有多重纳什均衡，因为所有满足$0 \le s_i \le 100$且$s_1 + s_2 = 100$的（s_1，s_2）都是纳什均衡。即使允许博弈方事先协商或可以改变策略，也只能避免出现$s_1 + s_2 < 100$的非均衡结果而无法确定哪个均衡会出现。强调一次性同时选择且双方策略之和$s_1 + s_2 > 100$时得益都为0，聚点均衡指示可能的结果是（50，50），但如果不强调一次性同时选择，聚点均衡的作用反而不强。因此除非增加设定，对讨价还价过程进行建模，否则非合作博弈理论无法给出这个问题的最终答案。

非合作博弈理论无法解决上述问题的根源，其实就是忽视了博弈方之间可能的联合理性行为。如果考虑博弈方可能采用联合理性行为，就能发现通过博弈方的协调行为（协调方法正是本章要讨论的），完全

可以解决这个非合作博弈理论无法解决的多重纳什均衡选择问题。这一方面揭示了非合作博弈理论的局限性和突破非合作博弈理论分析框架的要求，另一方面也揭示了解决非合作博弈理论困难的出路就是合作博弈理论。因此从理论发展内在逻辑的角度，可以把合作博弈理论看作非合作博弈理论发展的必然要求。

其实正如前面提到的，合作博弈理论的出现并不比非合作博弈理论晚，只是因为合作博弈理论的研究对象相对比较复杂，因此在过去几十年中发展速度相对较慢。不过随着非合作博弈理论暴露出更多的局限性，需要到合作博弈理论中寻找出路，人们必然会越来越意识到合作博弈理论的价值，对合作博弈理论的重视程度必然会不断上升。

9.1.2　合作博弈理论的特征和结构

合作博弈理论比非合作博弈理论复杂，理解合作博弈理论的难度要大一些。为了帮助读者更好地学习和掌握合作博弈理论的原理和方法，我们先对其特征和结构作一些分析。

合作博弈的本质特征及与非合作博弈的根本区别，是允许存在自愿签订但有约束力的协议。存在有约束力的协议，实际上说明了合作博弈问题的博弈方之间既存在共同利益，但利益又不完全一致。因为如果博弈方之间利益完全对立或完全一致，就没有协调的余地或不需要协调，就可以用个体理性决策解决问题，也就不需要什么协议，只有在博弈方之间既存在共同但又不完全一致利益的情况下，才可能和需要利用协议协调行为以实现更大的共同和自身利益。存在共同利益和利益不完全一致，又进一步决定了利益的分割分配，以及关于利益分割的讨价还价（bargain），是合作博弈的共同特征。事实上合作博弈协议的内容除了约定行为以外就是利益分配，达成协议的前提是通过讨价还价就利益分割达成一致。因此不管合作博弈问题来源于经济交易、合作还是竞争，也不管参与博弈的人数多少，本质上都是关于利益分割的讨价还价。

例如用合作博弈的思想分析两人分100元现金的问题，可以考虑博弈方利用协议协调双方行为的可能性。但签订协议的前提是双方就分配方案达成共识，而这种共识需要通过讨价还价形成，因此两人分100元现金的合作博弈是关于利益分配的讨价还价问题。市场交易也是利益分配的讨价还价问题。设两人就某个物品进行交易，如果卖方的主观价值评价是50元，买方的主观价值评价是80元。两人交易能够实现总共80 - 50 = 30元交易利益，也就是消费者剩余和生产者剩余之

和。双方对交易价格的讨价还价，实际上就是对30元交易利益分配的讨价还价。博弈方数量的增加也不会改变合作博弈的这种本质特征。例如三人分100元人民币，或多边贸易问题等，本质上也都是关于利益分配的讨价还价问题。

不过博弈方数量的不同，对合作博弈还是有很大影响的。因为当合作博弈的博弈方只有两个人时，博弈方的选择只有合作或不合作，以这个方案还是那个方案进行合作，博弈是一种纯粹的讨价还价，而当博弈方多于两个时，情况就会发生变化，就可能出现对博弈结果有很大影响的部分博弈方的联盟（coalition）问题(2)。例如三人有机会分享300元，分配方案由民主表决通过（少数服从多数），如果达不成协议则失去这个机会。这个问题与两人分100元讨价还价问题的差异只是多了一个博弈方，但这就会使情况发生重大变化。因为我们不难发现，博弈规则给头脑灵活的博弈方提供了得到更多利益的机会，这三个博弈方不可能始终停留在全体成员之间的讨价还价上。例如博弈方1和博弈方2可以结成联盟，强行通过剥夺博弈方3的利益并对他们两人有利的分配方案。当然博弈方3也可以通过分化瓦解博弈方1和2的联盟，并与其中一方形成联盟加以对抗等等。这种联盟和形成联盟的对抗在现实中其实是普遍存在的。这些联盟行为当然会对博弈结果产生很大的影响，使得三人以上合作博弈的核心问题从讨价还价转变为联盟问题。因此多人合作博弈分析必须包含关于联盟的分析，也称为“联盟博弈”。而纯粹讨价还价的两人合作博弈则称为“两人讨价还价博弈”。两人讨价还价博弈和多人联盟博弈构成合作博弈理论的两大研究对象。

9.2 两人讨价还价问题

9.2.1 两人讨价还价问题及其表示

两人讨价还价（two-person bargain）是合作博弈理论的基本问题，也是博弈论最早研究的问题之一。两人讨价还价的例子包括交易双方的价格谈判、劳资双方的工资争端、合作者的利润奖金分配，以及各种资源权益分割等，实质都是两个经济主体之间对特定利益的分割分配。两人讨价还价问题也可以用非合作博弈理论进行分析，但非合作博弈分析方法与合作博弈的分析方法是不同的，是在对讨价还价过程建模基础上的个体理性决策分析。后面不特别说明时，我们对两人讨价还价问题的讨论都是合作博弈范畴内的。

两人讨价还价问题也有两个博弈方，可以用博弈方1和博弈方2表示，这与非合作博弈是相同的。两人讨价还价问题与非合作博弈的第一个明显差异是博弈方的选择内容。非合作博弈中博弈方选择的是自身策略。但在两人讨价还价中，由于允许甚至强调通过协议协调行为，个人策略并不能直接决定结果，因此重要的不是各个博弈方的个人策略，而是作为协议对象的，同时包含双方利益的分配方案（简称“分配”）(3) 。以两人分100元问题为例，单个博弈方1和2想得到多少元，如50元、60元还是80元是无意义的，有意义的是分配（40，60）、（50，50）等。两人讨价还价博弈的分配一般用$s=(s_1, s_2)$表示，其中s_1和s_2分别代表两个博弈方的利益。分配受问题条件和基本理性要求的约束。例如在两人分100元问题中，分配必须满足双方利益之和不超过100，其次双方利益必须都在0到100之间，因为否则对双方不利或至少一方不能接受。满足上述两个要求的分配称为本博弈的“可行分配”（feasible alternatives）。两人讨价还价的可行分配可以用集合$S=\{(s_1, s_2) | 0 \leq s_i \leq m, s_1+s_2 \leq m\}$表示，其中$i=1, 2$，m是最大可分配利益。集合S也称为“可行分配集”。由于分配$s=(s_1, s_2)$既是讨价还价双方的选择内容，也是双方得到的利益，因此分配和可行分配集在两人讨价还价问题分析中具有核心地位。

但仅有分配概念仍然是不够的。因为分配中各个博弈方的利益在博弈过程中是没有实现的期望利益，因此需要考虑博弈方的风险态度，而且讨价还价的对象常常不是现金利益，而是实物、资源或项目等，因此还需要考虑博弈方的主观效用评价问题。例如讨价还价的对象是一批图书，而讨价还价双方一个是读书人，另一个是收废品的，那么同样的分配对双方的效用显然是不同的。一个果农和一个粮农分一片土地，如果种粮食和水果的利润分别为每亩500元和800元，同样的分配对双方的价值也不一样。由于博弈方的风险态度和对分配的主观价值评价，尤其是当双方态度和评价存在差异时，有可能会影响双方讨价还价的态度和结果，因此两人讨价还价问题不仅需要考虑分配$s=(s_1, s_2)$，也需要考虑效用配置$u=(u_1, u_2)$，其中u_i是博弈方的期望效用（expected utility），是分配集合S到实数集的实值函数$u_i: S \rightarrow R$，当然一般就是博弈方自身利益的函数，即$u_i=u_i(s)=u_i(s_i)$。所有可能的效用配置构成“效用配置集”，是可行分配集在效用函数下的像。讨价还价问题的可行分配集和效用配置集一般是凸紧集。

两人讨价还价合作博弈分析的特点，决定了分配和效用配置两个概念都非常重要。效用代表了博弈方的偏好结构、内在要求，效用配置会从主观态度方面对两人讨价还价博弈的过程和结果产生影响。讨价还

价合作博弈分析寻找的合理解首先要符合公平性，而公平性只能体现在客观的分配而不是主观的效用上，因此分配在讨价还价中也非常重要。当然分配与效用配置也可以是一致的。当议价标的是现金且博弈方风险中性时，期望效用就等于利益，$u_i=u_i(s)=u_i(s_i)=s_i$。而在对称讨价还价问题中根据分配和效用配置进行分析的结果是一样的。

两人讨价还价的另一个要素是谈判破裂点。任何谈判都有破裂的可能，在谈判破裂的情况下博弈方也可能得到利益。例如甲和乙两人进行一个项目的合作谈判，假设该项目的预期利润是10000元。但甲不搞这个项目还有另一个能获利2000元的项目，而乙则没有其他获利机会，那么如果甲和乙之间的谈判破裂，甲可获得2000元，乙则一无所获。这种谈判破裂时双方的利益称为“谈判破裂点”或简称“破裂点”，通常用$d=(d_1, d_2)$表示，其中d_i是博弈方i在谈判破裂时可以得到的利益。若谈判破裂时两博弈方都无利益，则谈判破裂点为（0，0）。谈判破裂点也应该包含在可行方案集合中。换句话说，谈判破裂达不成协议（agree to disagree）也是讨价还价双方的可行选择之一。

谈判破裂点对讨价还价双方的态度和结果也可能产生影响，至少博弈方不可能接受低于破裂点利益的分配$s_i<d_i$。因为效用一般是利益的增函数，$s_i<d_i$与$u_i(s_i)<u_i(d_i)$是一致的，因此也意味着博弈方不可能接受低于谈判破裂点效用的分配(s_1, s_2)。更进一步，一个讨价还价博弈要有意义，需要至少存在一个分配$s\in S$，能给两个博弈方都带来大于谈判破裂点的效用，即满足$u_i(s)>u_i(d)$对$i=1, 2$都成立。因为否则就没有可能同时引起讨价还价双方兴趣的分配，无法实现比个体理性博弈更好的结果，合作博弈就没有意义。

上述几方面是一个两人讨价还价问题的基本要素，是抽象一个两人讨价还价问题必须设定的基本方面。一般用$B(S, d; u_1, u_2)$表示一个两人讨价还价问题，其中S是可行分配集，d为破裂点，u_1和u_2则是两个博弈方各自的效用函数。具体的讨价还价问题可能还有一些具体情况和特征需要设定。

注意两人讨价还价问题可以是完全对称的，也可以是不对称的。所谓对称的即指讨价还价双方在立场地位、效用函数、破裂点等方面都无差异，可用效用配置集的对称性，也就是若$(u_1, u_2)\in U$则$(u_2, u_1)\in U$来表示。不对称意味着讨价还价双方至少在上述某个方面存在差异。根据现实经验我们知道，讨价还价双方的地位和关系是否对称，对讨价还价双方的态度和结果往往也有影响，对两人讨价还价

问题的分析也有重要的意义。

9.2.2 两人讨价还价问题分析——纳什解导出

由于合作博弈可以利用有约束力的协议，因此合作博弈的结果由博弈方的联合理性行为决定，合作博弈分析应该关注博弈方可能选择的联合理性行为和结果，而不是个体理性决策。在分析两人讨价还价问题时，就是要关注双方可能形成、接受的分配和相应的效用配置。为此首先要考虑的是，什么样的分配和效用配置是最有可能被双方接受采用的。

根据现实经验我们知道，容易被讨价还价双方接受的分配需要满足效率和公平两方面的基本要求。效率要求可以包含帕累托效率（Pareto efficiency）和总体利益（效用）最大化两个层次的要求。由于总体利益（效用）最大化可能与个体理性相矛盾，因此不一定被讨价还价双方接受，因此必须满足的基本效率要求是与个体理性没有矛盾的帕累托效率。两人讨价还价合作博弈解的帕累托效率要求，可以用下列“帕累托效率公理”表示。

帕累托效率公理：如果（s_1，s_2）和(s'_1, s'_2)都是该讨价还价问题可行分配集合中的点，且$u_1(s_1) > u_1(s'_1)$，$u_2(s_2) > u_2(s'_2)$，那么(s'_1, s'_2)肯定不会是讨价还价博弈的结果。

上述公理中的帕累托效率是定义在效用配置集上的。因为效用函数一般是利益的增函数，博弈方对效用的偏好与对分配的偏好是一致的，因此该效率公理也可以直接定义在可行分配集上，即当$s_1 > s'_1$且$s_2 > s'_2$时，(s'_1, s'_2)就不会是讨价还价博弈的结果。

帕累托效率公理可用图9.1表示。图9.1中灰色部分表示两人讨价还价的效用配置集合，满足帕累托效率要求的效用配置就是效用配置集边界上粗线条表示的部分，也称为“帕累托效率边界”。因此帕累托效率公理也可表达为“讨价还价问题的解落在帕累托边界上”。帕累托效率公理表明，虽然讨价还价的结果可能还与双方的谈判技巧等有关，但两个理性对手讨价还价的结果必须落在该边界上，双方谈判的内容只是究竟取该边界上的哪一点而已。

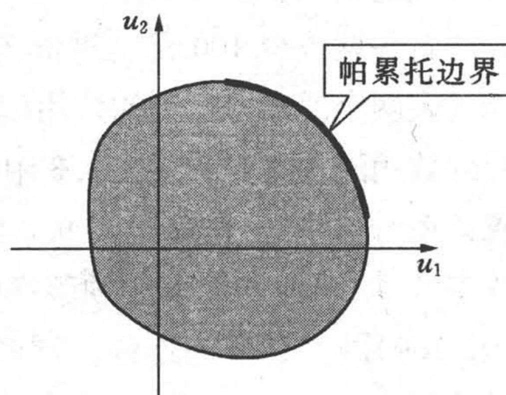


图9.1　帕累托效率公理图示

公平性要求就是人们得到公平的对待。在自愿的交易、合作活动中，人们比较容易接受公平的交易、合作方案，如果人们认为一个方案不公平，即使能够带来更大的利益，也常常会拒绝接受。如果双方的情况是对称的，双方得到相同待遇显然是普遍接受的公平原则。这可以归结为下列“对称性公理”。

对称性公理：如果B（S，d；u_1，u_2）是一个对称的讨价还价问题，满足（u_1，u_2）∈U的条件是（u_2，u_1）∈U，且$d_1 = d_2$，则作为博弈的解 (u_1^*, u_2^*) 必须满足 $u_1^* = u_2^*$。

用图形表示对称性公理，就是图9.2这个对称讨价还价问题的解必须落在粗线条表示的对称线上。

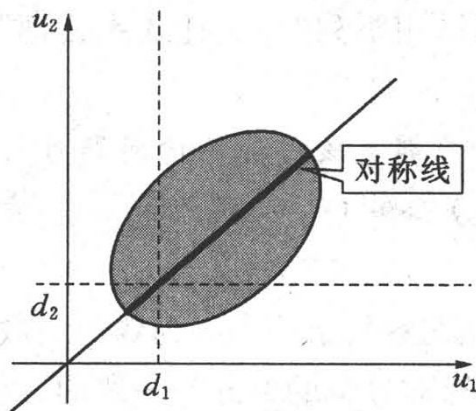


图9.2　对称性公理图示

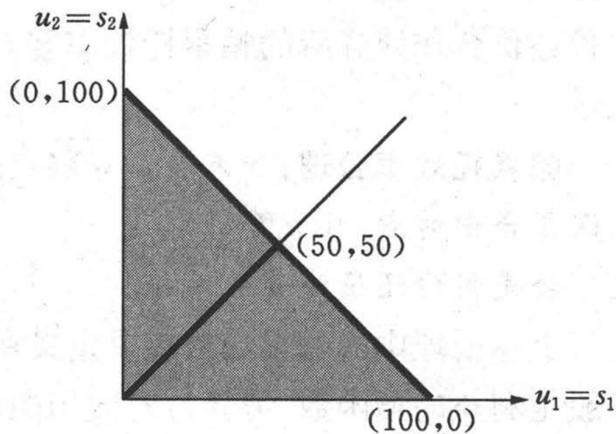


图9.3　两人分100元的合作博弈解

对称性公理也是两人讨价还价合作博弈分析的根本基础之一。事实上有了上述帕累托效率和对称性两个公理，就可以找到对称两人讨价还价问题的解了。我们以关于100元现金的讨价还价为例说明这一点。

首先两人分100元的讨价还价问题是对称的。如果分别用横轴和纵轴代表两个博弈方得到的效用（本例等于利益），这个两人对称讨价还价博弈的效用配置集对称于图9.3中的45°线。根据对称性公理，这个问题的解应该在对称线上，也就是图9.3中45°线上落在配置集内的部分。再根据效率公理，该博弈的解必须落在帕累托边界上，就是图9.3中（100，0）和（0，100）两点之间的连线。同时满足对称性和

有效性两个公理的分配，显然只有图9.3中对称线和有效线的交点（50，50）。这个同时满足公平和效率两方面要求的唯一分配，应该是讨价还价双方最能接受的分配，因此是该讨价还价问题最“合理”的解。

事实上所有两人对称讨价还价问题，都可以用对称性和帕累托效率两个公理直接求解。即使博弈方的效用不等于利益，而是利益的函数$u_i=u_i(s_i)$，只要双方的效用函数是相同（当$s_i=s_j$时$u_i=u_j$）的边际效用下降的增函数，就都可以用这两个公理求解。

但是并不是所有的两人讨价还价问题都是对称的，现实中许多因素会造成讨价还价双方的处境不对称。对非对称的讨价还价问题，对称性公理显然无法直接运用。不过许多非对称的两人讨价还价问题，可以设法转化为对称问题，然后间接利用对称性公理加以解决。

引起两人讨价还价博弈不对称性的原因之一，是如图9.4（a）双方谈判破裂点的差异。这种非对称博弈只要考虑相对于破裂点的净效用增加$u_i(s)-u_i(d)$，就可以转化成对称两人讨价还价，如图9.4（b）所示。这种处理方法的根据是，人们在讨价还价问题中关注的一般就是效用净增加，谈判破裂点效用通常会被当成已经得到的利益。由于这种问题中效用净增加$u_i(s)-u_i(d)$意义上的两人讨价还价问题是对称的，就可以用对称性公理加效率公理加以解决。

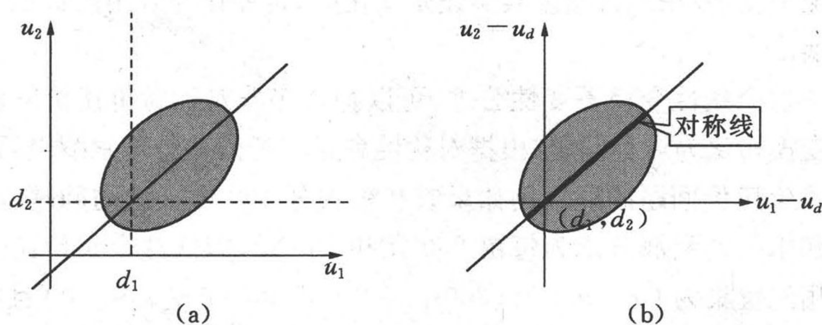


图9.4　谈判破裂点非对称的解决

例如甲乙两人关于一个合作项目的谈判，项目预期利润是10000元，甲单独有2000元的其他获利机会。该博弈双方效用函数为$(u_1, u_2)=(s_1+2000, s_2)$，其中$u_1$是甲的效用，$u_2$是乙的效用，$0\leq s_1\leq 10000$、$0\leq s_2\leq 10000$分别是甲、乙在10000元中分到的份额，$s_1+s_2\leq 10000$。因为谈判破裂点$d=(2000, 0)$中双方利益

不同导致问题非对称，例如（12000，0）属于效用配置集而（0，12000）不属于效用配置集。如果考虑双方的净效用增加（u_1-u_{1d}，u_2-u_{2d}）=（s_1，s_2），那么在净效用增加意义上的讨价还价问题显然是对称的，用对称性公理和效率公理可以得到解为

$$(s_1^*,\ s_2^*)=(5\,000,\ 5\,000)$$

。转换为效用结果的解就是

$$(u_1^*,\ u_2^*)=(7\,000,\ 5\,000)。$$

除了谈判破裂点以外，还有许多因素会引起讨价还价问题的不对称性。例如博弈方来自物价差异很大的不同地方，同样的收入有不同的购买力；一方所得利益要（按比例或固定数目）与其他人分享，或者反过来能得到配套奖励等。这些因素的影响一般可以用效用函数的仿射变换 $u_1'=a_1+b_1u_1$，$u_2'=a_2+b_2u_2$ ，表示，其中b_1，$b_2>0$。这些变化实际上不会影响偏好结构。不难理解，因为这些不对称性与讨价还价无关的博弈方自身因素引起的，因此不应该影响讨价还价的分配结果。这可以归结为下列“线性变换不变性公理”（linear invariance）。

线性变换不变性公理：如果$(s_1^*,\ s_2^*)$是一个两人讨价还价问题的解，那么当讨价还价问题中的效用变换为 $u_i'=a_i+b_iu_i$ 时，$(s_1^*,\ s_2^*)$ 仍然是讨价还价的解。

上述公理表明的讨价还价问题解的不变性，是指实质性结果，也就是利益分配不变，效用配置结果其实还是变化的，也要作与效用函数相同的线性变换。

有了这个线性变换不变性公理，可以把许多非对称讨价还价问题通过线性变换转化为对称问题，根据对称性和帕累托效率公理求解以后，再得到原讨价还价问题的解。例如果农和粮农分100亩土地的问题，因为种粮食和水果的利润分别为每亩800元和500元，因此这个讨价还价问题的效用配置集为（u_1，u_2）=（$800s_1$，$500s_2$），其中$0\le s_i\le 100$且$s_1+s_2\le 100$。这个讨价还价问题显然是不对称的，效用配置集如图9.5（a）所示。如果作变换

$u_1' = u_1/800 = s_1$，$u_2' = u_2/500 = s_2$，
变换后讨价还价问题的效用配置集为

$(u_1', u_2') = (s_1, s_2)$，其中$0 \le s_i \le 100$且$s_1 + s_2 \le 100$，显然是对称的。变换后的讨价还价问题可以利用对称性公理和效率公理解得结果$(s_1^*, s_2^*) = (50, 50)$，如图9.5（b）所示。根据线性变换不变性公理，这个解分配就是原讨价还价问题的解分配，代入原讨价还价问题的效用函数，得效用配置解为$(u_1^*, u_2^*) = (800 \times 50, 500 \times 50) = (40\,000, 25\,000)$。

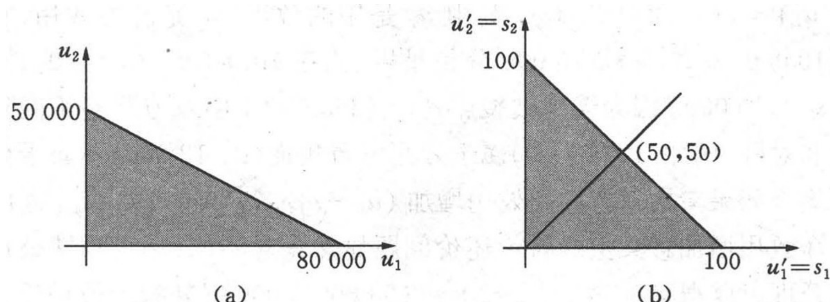


图9.5　分土地问题的效用配置集和线性不变性公理

有了线性变换不变性公理，类似上述不影响偏好结构的博弈方本身因素引起非对称问题都可以得到解决。但线性变换不变性公理也不能解决所有非对称问题，因为可能存在由博弈方风险态度和效用偏好引起的偏好结构差异，而且理论上讨价还价的效用配置集可以很不规则，无法用线性变换转变成对称集合。

对于无法用线性变换对称化的讨价还价问题，其实还有另一种对称化的方法，就是通过增加实际上不会被选择的“无关”分配方案，把非对称的效用配置集扩展成对称的效用配置集。例如图9.6中的情况。如果原讨价还价问题的效用配置集是图中深色阴影部分，显然是不对称的，而且由于其不规则的形状也无法用线性变换转化为对称的。这时我们可以把该效用配置集扩展为如图9.6中正方形中的面积，这个扩展出来的效用配置集显然是对称的。用对称性公理和帕累托效率公理

求解这个正方形效用配置集的讨价还价问题，可以得到效用配置解为 (u_1^*, u_2^*)。由于 (u_1^*, u_2^*) 正好在原问题的效用配置集中（边界上），因此扩展问题增加的效用配置（图中浅色阴影部分）实际上是不会被选择的无关配置，所以扩展的对称讨价还价问题与原问题应该有相同的解，因此 (u_1^*, u_2^*) 也是原讨价还价问题的解。

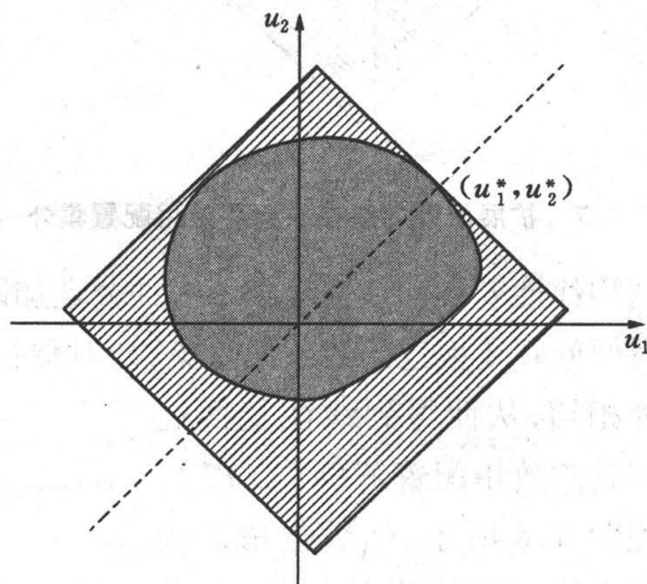


图9.6　对称扩展问题和原问题的解

上述方法实际上用到了一个具有普遍意义的结论，那就是如果一个具有更大选择范围问题的最优解在其中的一个小范围内，那么这个小范围中的最优解就是大范围问题的最优解。这个结论可以用“班级中最高的是第一组的某人，那么该人一定也是第一组最高的人”来理解。在两人讨价还价问题中这个结论可以归结为下列“独立于无关选择公理”。

独立于无关选择公理：如果B（S，d；u_1，u_2）和B（S′，d′；u_1，u_2）是两个讨价还价问题且满足，S $\supset$ S′且d = d′，那么如果B（S，d；u_1，u_2）的合作博弈解

(s_1^*, s_2^*)（对应(u_1^*, u_2^*)）落在S′中，则(s_1^*, s_2^*)一定也是B（S′，d′；u_1，u_2）的解。

利用上述公理解决非对称讨价还价问题的关键，是要让扩展问题的解在原问题的效用配置集中。由于扩展问题是对称的，其解一定在对称线与帕累托边界交点处，因此只有当原问题的效用配置集边界与扩展问题的效用配置集边界在该点相切才符合要求。但这并不总是能做到的，如图9.7中的情况就不符合这种要求。

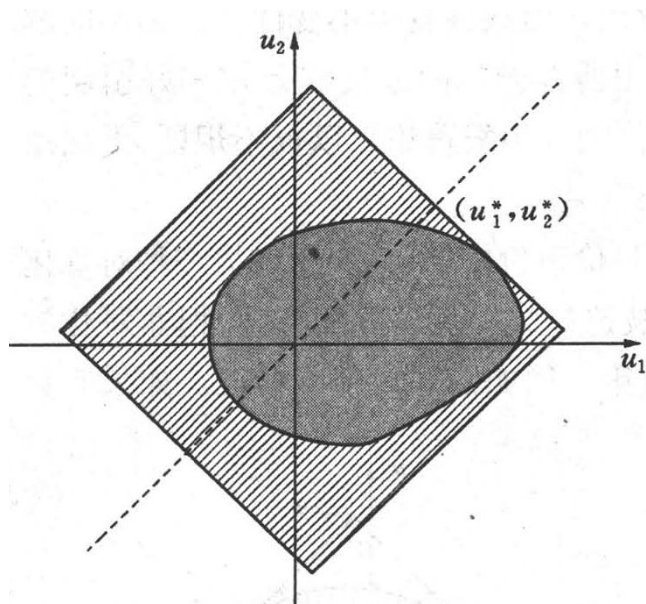


图9.7　扩展问题的解在原问题效用配置集外

图9.7中的情况需要结合利用线性变换和线性变换不变性公理加以解决。可以先通过线性变换使得原问题变换过的效用配置集，与对称扩展问题的帕累托边界正好在解处相切，从而得到线性变换过问题的效用配置解$(u_1'^*, u_2'^*)$，如图9.8所示，然后再用逆线性变换得到原来效用的解，并进一步得到分配集合的解。

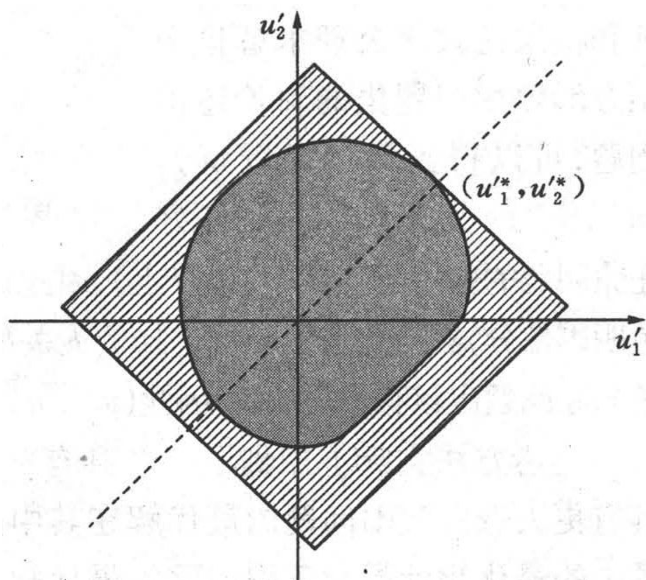


图9.8　线性变换和无关选择公理的结合

有了上述一系列处理方法，理论上已经可以解决所有两人讨价还价问题，不管这些问题是对称还是非对称的，也不管非对称的原因和情况如何。当然这些方法应用起来并不一定很方便。不过在上面四个基本公理基础上的两人讨价还价解，其实早已被纳什总结在其著名的纳什解法中了，因此我们并不需要根据上述公理去逐步分析求解。

命题9.1：同时满足帕累托效率、对称性、线性变换不变性、独立于无关选择四个公理的，两人讨价还价问题的唯一解，就是下列约束最优化问题的解：

$$\max_{s_1, s_2}[(u_1(s)-u_1(d))(u_2(s)-u_2(d))]$$
$$S.T.\quad (s_1, s_2)\in S\quad (s_1, s_2)\geqslant(d_1, d_2)$$

这个解被称为讨价还价问题的“纳什解”，或者“纳什讨价还价解”。

纳什解是非线性优化问题的最优化点，该最优化问题的目标函数也称为“纳什积”。因为该纳什积一般是凹函数，效用配置集合一般是凸紧集，因此该最优化问题通常有唯一的解。如果分别以$u_1(s)-u_1(d)$和$u_2(s)-u_2(d)$为横坐标和纵坐标，那么令目标函数等

于常数可以得到一族等轴双曲线，如图9.9所示，最优化问题的解就是图中的

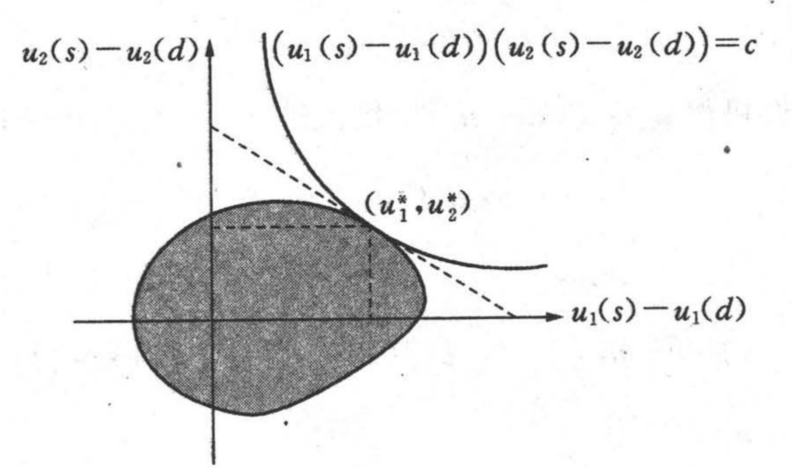


图9.9　讨价还价问题的纳什解

证明命题9.1的方法，是说明这个纳什解 (u_1^*, u_2^*) 与前面得到的公理化解是相同的。这实际上只要我们承认，不管对 u_1、u_2 作怎样的正仿射变换（相当于拉伸或压缩坐标轴），只有

(u_1^*, u_2^*) 的像可能是效用配置集与双曲线的切点，就得到了证明。

这里用一个简单的例子说明纳什解法的运用。还是考虑两人分100元现金的问题，但我们假设博弈方1是风险中性的，$u_1 = u_1(s_1) = s_1$，博弈方2是风险规避的，$u_2 = u_2(s_2) = s_2^b$，其中 $b < 1$。此外假设这个讨价还价问题的谈判破裂点为（0，0）。

根据问题假设我们知道，这个讨价还价问题的分配必须满足约束条件 $s_1 + s_2 \leq 100$，代入 $s_1 = u_1$ 和 $s_2 = u_2^{1/b}$，则效用配置必须满足 $u_1 + u_2^{1/b} \leqslant 100$，因此效用配置集如图9.10中的

阴影部分所示。当然其中效用配置集边界的具体位置和形状与b的大小是有关的。

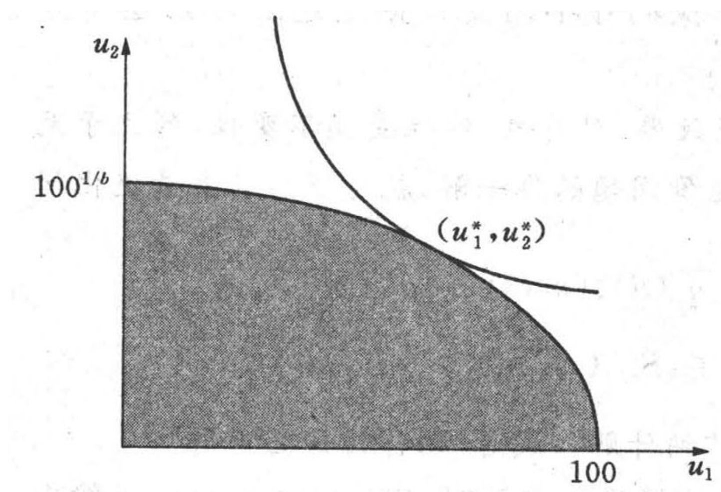


图9.10　风险偏好差异博弈方分100元的效用配置集和纳什解

用纳什解法分析这个两人讨价还价问题，就是求解下列纳什积的约束优化问题：

$$\max_{u_1, u_2} u_1 u_2$$

$$s.t. \quad u_1 + u_2^{1/b} = 100$$

根据约束条件可得$u_2 = (100 - u_1)^b$，代入纳什积转化为单变量最优化问题

$$\max_{u_1} u_1(100 - u_1)^b$$

一阶条件为

$$(100 - u_1^*)^b + u_1^* b(100 - u_1^*)^{b-1}(-1) = 0$$

两边$(100 - u_1^*)^{1-b}$乘得

$$100 - u_1^* - u_1^* b = 0$$

可解得

$$u_1^* = s_1^* = \frac{100}{1+b}。$$

进一步可得

$$s_2^* = 100 - s_1^* = \frac{100b}{1+b}, \quad u_2^* = (s_2^*)^b = \left(\frac{100b}{1+b}\right)^b。$$

(u_1^*, u_2^*) 就是图9.10中的切点。

从这个结果可以看出，讨价还价双方风险偏好的差异对讨价还价的结果有明显影响。双方所得分配的差异取决于反映风险偏好的系数b，b越小，风险规避程度越严重，所得的分配就越小，所得效用更小。例如当b＝0.5时，博弈方2得到的分配只有博弈方1的一半。这也是经济活动中“性格决定命运”的理论演绎，是一个很有启示作用的结论。

纳什解法是两人讨价还价问题最重要的解法。纳什解法之所以重要，一方面是满足对称性、帕累托效率、线性变换不变，独立于无关选择四个公理，满足公平和效率两方面的要求。另一方面纳什解优化分析目标函数中的联合效用函数，也就是纳什积，也显示了纳什解对双方的福利都很重视，不鼓励一味追求自身利益而忽略对方利益等。两人讨价还价问题的纳什解法也可以得到非合作博弈理论的支持，因为泽森对谈判过程进行非合作动态博弈分析得到的结果与纳什解其实是相同的。此外，纳什的合作博弈解法等于为博弈分析开创了一种可以进一步扩展的新思路。

9.2.3 两人讨价还价问题分析扩展——K-S解法等

两人讨价还价的纳什解法，实际上是一种寻找讨价还价“合理”结果的公理化方法。这种求解方法的关键是合理解的标准，也就是反映公平、效率和一些技术要求的公理。但是这些公理标准始终有一定的主观性，不一定被普遍接受，因此纳什解并不是在所有情况下都合理

的。例如当讨价还价双方在对标的的要求权方面存在差异，例如对破产清算中的债权人之间持有的债权不同时，纳什解的合理性就可能存在问题。

假设某公司破产清算时有剩余资产K，有两个债权人持有债权分别为D_1、D_2，且$D_1+D_2>K$，那么因为两个债权人不可能同时得到完全清偿，因此双方如何分割K的谈判就是一个两人讨价还价问题。由于清偿不可能超过所拥有的债权，因此这个讨价还价问题的利益分配是受到限制的，可行分配集为$S=\{(s_1,s_2)|s_1+s_2\leq K,0\leq s_1\leq D_1,0\leq s_2\leq D_2\}$。如果设两债权人都是风险中性的，则可设效用配置集与可行分配集相同，

$u_i=s_i$。

这个问题可以分两债权人的债权相同$D_1=D_2$，和两债权人的债权不同$D_1>D_2$两种情况考虑。前一种情况非常简单，因为属于对称两人讨价还价问题，因此根据对称性公理等可以直接得到解$s_1=s_2=K/2$。需要认真讨论的是第二种情况$D_1>D_2$。如果用纳什解法分析第二种情况，那么当$D_1>D_2>K/2$时纳什解为图9.11（a）中S^*（a），仍然是（K/2，K/2），当$D_1>D_2$但$D_2<K/2$时纳什解为图9.11（b）中S^*（b），即（$K-D_2$，D_2）。

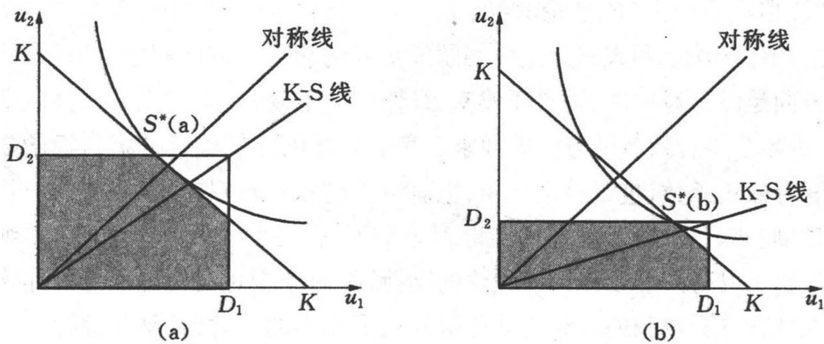


图9.11　债权不同时破产问题的纳什解

那么$D_1>D_2$的两种情况的纳什解是否合理，双方是否都愿意接受呢？答案显然并不是很肯定。因为虽然在两种情况下的纳什解中，两者得到的清偿绝对值相同（第一种情况），或债权人1得到更多（第二种情况），但债权人2得到的清偿比例s_2/D_2都比债权人1得到的清偿比例s_1/D_1高，第二种情况债权人2甚至得到了完全清偿，因此从清偿比例的角度，纳什解的结果只有债权人2比较满意，债权人1可

能很不满意，从而不愿意接受这样的分配。

那么对于这种双方在要求权方面有差异的两人讨价还价问题，究竟怎样的分配比较容易被双方接受，可以作为更合理的解呢？事实上上述分析提到的清偿比例就是构造合理解的重要思路。也就是说，可以根据双方债权、要求权的大小比例，即按照公式

$$s_i = \frac{D_i}{D_1 + D_2} \times K$$

，等比例分配可清偿资产K。这种解法是Kalai和Smorodinsky两人首先提出的，因此称为“K-S解”。上述破产问题的K-S解就是图9.11中K-S线与效用配置集帕累托边界的交点。

如果考虑到讨价还价问题的谈判破裂点并不一定在原点，那么上述解法可进一步改进为解分配与博弈方要求权减去破裂点利益成比例，也就是K-S线是从谈判破裂点到双方要求权决定的最大效用配置组合点的连线。

除了适合于破产清算等存在要求权差异问题的K-S解法以外，根据不同情况，以及人们对于公平和效率的不同理解，两人讨价还价问题还有其他的合作博弈解法，例如平均主义的平均分配方法等。究竟哪种解法更合理，应该由现实中人们处理此类讨价还价问题的实际原理、逻辑决定。

9.3 联 盟 博 弈

9.3.1 多人合作博弈的联盟和联盟博弈

联盟博弈就是三个或以上博弈方的多人合作博弈问题。9.1.2中对三人分300元问题的简单讨论，已经说明了因为多人合作博弈中存在博弈方之间联盟的可能性，因此多人合作博弈与两人讨价还价明显不同，多人合作博弈分析必须包含对联盟的分析，因此多人合作博弈也称为“联盟博弈”或“联盟型博弈”。

其实在联盟博弈中，两人讨价还价的分析方法技术上仍然是有用的。只要把两人博弈纳什解法的联合效用函数u（s）=[（u_1（s_1）-u_1

$(d_1))(u_2(s_2)-u_2(d_2))]$，扩展为多人合作博弈的联合效用函数$u(s)=[(u_1(s_1)-u_1(d_1))\ldots(u_n(s_n)-u_n(d_n))]$，就可以求多人合作博弈的纳什解。对于三人分100元问题，根据对称性和有效性公理很容易直接得到纳什解（100，100，100）。但是这种推广实际上存在陷阱。因为已经假设三人分100元的规则是少数服从多数，因此只要有一人想到在其余两人中找一人结盟，例如博弈方1联合博弈方2，就可以实现对自己更有利的分配，如（150，150，0），因此纳什解缺乏稳定性。当然分配（150，150，0）也不稳定。因为博弈方3可以通过提议分配（0，180，120）拉拢博弈方2与自己结盟，从而瓦解博弈方1和2的联盟和分配（150，150，0）。当然（0，180，120）同样也不牢靠，因为博弈方1发现自己可能会偷鸡不着蚀把米时，还可以转而对博弈方3示好，提议方案（140，0，160）与博弈方3联合。这种联盟分化瓦解和重组的过程理论上可以不断进行下去，最终结果很难预料。但有一点可以肯定，就是把两人讨价还价的分析方法推广到联盟博弈分析是无效的。

如果博弈方人数进一步增加，联盟博弈的情况还会变得更加复杂。例如设一个社区有n户居民，每户产1袋垃圾，每袋垃圾有1单位负效用（放在家里的感觉或处理成本），但每户居民都可以选择把自己的垃圾扔到某个邻居的院子里，逃避自家垃圾的负效用。这些居民关于垃圾处置的选择，也是多人合作博弈的一个经典问题，称为“垃圾博弈”。在这个垃圾博弈中，如果每户都把垃圾留给自己，每户效用-1。如果每户都把垃圾随意扔给任意一个邻居，每户的期望效用仍然是-1。这实际上也是纳什解法的结果。但如果部分人家结成联盟，联盟成员保证不相互扔垃圾，那么联盟成员家庭的期望效用就会上升。极端情况是n-1户家庭结成联盟，共同约定都把垃圾扔给唯一的非联盟成员家庭，这时候联盟成员的期望效用各为$-\frac{1}{n-1}$，大大高于纳什解的-1，被排除在联盟之外家庭的期望效用为-（n-1）。当然排除在联盟外家庭必然要设法反击，例如它可以通过许诺接受其中任何一家可能收到的垃圾，动员前述联盟中的n-2户都把垃圾扔给原联盟中的另外一户，这样原联盟外这户受尽欺负的人家就只需要接收一袋而不是n-1袋垃圾。当然那户被出卖，收到n-2袋垃圾的原联盟成员家庭也不会善罢甘休，会设法通过利诱瓦解不利于自己的联盟，形成新的联盟……。这种联盟的形成和瓦解理论上也可以不断持续下去。

联盟博弈中博弈方的地位和关系并不一定都是对称的。例如某人出售一件商品，但有两人同时想购买。如果设卖方的估价是20元，买主1估价80元，买主2估价100元，而且3人的估价是三方共同知识，这个

商品交易问题也是一个多人合作博弈问题。用两人讨价还价的思想进行分析，卖方以60元的价格把商品卖给买主2，双方各得40元效用是最合理的结果。但如果买主1不甘心什么都得不到，就可能提高价格参与竞买，例如出价70元，竞买成功就有10元效用，而卖方得到更高的50元效用当然也愿意。不过买主2也可以再竞价，如出价80元，竞买成功买主2有20元效用，卖方有60元效用。当然一旦两个买主发现相互竞价会导致两败俱伤反而让卖方得利时，也许会转而联合起来对付卖方，例如都出价30元。只要买到商品的一方能给没有买到的一定补偿，称“旁支付”（side payment），两个买主的购买联盟就可能成功。这种三方较量还可以继续进行下去，较量的结果实际上就是联盟的形成和瓦解。

上面几个例子进一步解释了联盟在多人合作博弈中的核心意义。事实上联盟正是多人合作博弈与两人合作博弈最根本的区别所在，多人合作博弈分析必须分析其中的联盟问题。

9.3.2　联盟博弈的表示方法和主要概念

联盟博弈的特征和分析方法都与两人讨价还价有很大不同，因此联盟博弈的表示方法和概念也与两人讨价还价问题不同。首先，因为在联盟博弈中具有非常关键作用的联盟，实际上就是博弈方的集合，因此博弈方的集合在联盟博弈中非常重要。

设联盟博弈有n个博弈方，可以直接用数字1，2，…，n表示，他们构成集合N＝｛1，2，…，n｝。博弈中的联盟就是N的子集$S \subseteq N$。N的所有子集构成的集合记为P（N）。因为N有n个元素，因此N共有2^n个子集，包括N本身，单元素子集｛i｝（i＝1，…，n），以及空集$\varnothing$。在这些子集中非空子集有2^n-1个，能构成有意义联盟的至少两个元素的子集有2^n-n-1个。很显然，联盟博弈的参与人数越多，可能的联盟就越多，博弈也就越复杂。

联盟博弈的分配概念与两人讨价还价博弈是相似的。一般用向量$x=(x_1,\ldots,x_n)\in R^n$表示联盟博弈的分配，其中$x_i$为博弈方i的期望得益。联盟博弈的分配必须符合博弈问题的基本假设，以及博弈方的风险和效用偏好。此外联盟博弈的分配必须满足每个博弈方的得益都不少于其不参加任何联盟的得益，因为否则相关博弈方就不会参与联盟博弈，联盟博弈就无意义。满足这些要求的分配全体构成联盟博弈

的“可行分配集”。因为联盟博弈可以用有约束力的协议形成联盟统一行动和分配利益，因此分配在联盟博弈中有核心作用。

根据可行分配集的定义就可以得到，三人分300元联盟博弈的可行分配集为｛（x_1，x_2，x_3）|$0\leq x_i\leq 300$，$x_1+x_2+x_3\leq 300$｝，垃圾博弈问题的可行分配集为｛（x_1，…，x_n）|$-n\leq x_i\leq 0$，$x_1+\ldots+x_n=-n$｝，三人商品交易联盟博弈的可行分配集为｛（x_1，x_2，x_3）|$0\leq x_1$，$x_3\leq 80$，$0\leq x_2\leq 60$，$x_1+x_2+x_3\leq 80$｝。

联盟博弈另一个重要概念是“特征函数”（characteristic function）。特征函数是建立在联盟博弈中联盟的基础上的，反映联盟的价值和形成联盟基础的一个非常重要的概念。特征函数的定义如下：对于n人联盟博弈中的联盟S∈P（N），不管联盟外成员如何行为，联盟成员通过协调行为可保证实现的最大联盟总得益，称为联盟的“保证水平”，记为v（S）。一个联盟博弈所有可能联盟的保证水平v（S），构成P（N）→R的一个实值函数，该函数称为这个联盟博弈的“特征函数”。

根据特征函数的定义，一般联盟博弈特征函数值的计算方法为：

$$v(S)=\max_{x\in x_S}\min_{y\in x_{N/S}}\sum_{i\in S}u_i(x,y)$$

其中xs表示S中成员全部联合混合策略的全体，xN/S表示N/S中成员全部联合混合策略的全体，u_i（x，y）表示博弈方i对应策略组合（x，y）的期望得益。现实中常常通过对博弈的直接分析得到特征函数值。例如三人分300元博弈的特征函数为：v（$\varnothing$）=0；v（｛i｝）=0，i=1，2，3；v（｛i，j｝）=300，i，j=1，2，3且i≠j；v（｛1，2，3｝）=300。n户居民垃圾博弈的特征函数为：v（1）=-（n-1）；v（2）=-（n-2）；……；v（n-1）=-1；v（n）=-n，这里括号中数字为联盟中家庭户数，或者说联盟规模。三人商品交易博弈的特征函数为：v（$\varnothing$）=0；v（｛i｝）=0，i=1，2，3；v（｛1，2｝）=60；v（｛1，3｝）=v（｛2，3｝=v（｛1，2，3｝）=80。

特征函数是衡量联盟价值的重要基础，特别是对于可通过内部转移支付调节联盟成员利益不平衡的可转移效用博弈（TU），特征函数对形成何种联盟和博弈结果有决定作用，因此在联盟博弈中有重要地位。

事实上正是因为这个原因，联盟博弈有时也称为“特征函数型博弈”。联盟博弈也表示为B（N，v），其中v就是其特征函数。

特征函数还可以用来对联盟博弈进行分类。例如满足 $v(N) > \sum_{i\in N} v(\{i\})$ 的联盟博弈称为“本质博弈”，而满足 $v(N) = \sum_{i\in N} v(\{i\})$ 的联盟博弈称为“非本质博弈”。若一个联盟博弈的v（S）只取0和1，且单人联盟的特征函数值为0，而大联盟特征函数值为1，则称为“简单博弈”。在简单博弈中，特征函数值为1的联盟称为“胜利联盟”，特征函数值为0的联盟称为“失败联盟”。

9.3.3　优超和核

联盟博弈包含联盟，而联盟的形成和瓦解情况又非常复杂，因此联盟博弈分析比非合作博弈和两人讨价还价博弈都要复杂。由于联盟博弈最终还是博弈方的策略选择问题，因此类似非合作博弈的占优分析是有意义的。但是联盟博弈的本质又是讨价还价和利益分配问题，因此类似讨价还价纳什解法的公理化方法在联盟博弈分析中也有用。前一类方法是联盟博弈的“核”和“稳定集”分析，后一类方法则是“夏普里值”的赋值法分析。

联盟博弈的第一个基本的解概念是“核”。因为“核”是建立在“优超”概念基础上的，因此介绍核概念之前先介绍两个层次的优超概念。

定义（x关于S优超y）：对于联盟博弈B（N，v）的分配x、y，以及联盟 $S \subset N$ ，如果 $x_i > y_i$ ， $\forall i \in S$ 都成立，且 $\sum_{i\in S} x_i \leqslant v(S)$ ，则称“x关于S优超y”，记为 $x \succ_S y$ 。

定义（x优超y）：对于联盟博弈B（N，v）的分配x、y，如果 $\exists S \subset N$，使得 $x \succ_S y$，则称“x优超y”，记为 $x \succ y$。

根据优超的定义容易判断，在三人分300元博弈中，分配（150，150，0）关于联盟｛1，2｝优超（100，100，100），从而（150，150，0）是优超（100，100，100）的。同样的有（0，170，130）关于联盟｛2，3｝优超（150，150，0），因此（0，170，130）是优超（150，150，0）的。

有了优超概念以后，就可以定义联盟博弈的核了。

定义（核）：对于n人联盟博弈B（N，v），分配集中不被任何分配优超的分配的全体，称为该博弈的“核”（core），记为C（N，v）。

联盟博弈的“核”也可以定义在“瓦解”概念的基础上。为此先给出“瓦解”的定义，然后再定义“核”。

定义（瓦解block）：设x =（x_1，…，x_n）是联盟博弈B（N，v）的一个可行分配。如果联盟S使得

$$v(S) > \sum_{i \in S} x_i = x(S)$$

，也就是说联盟的特征函数值（保证水平）高于上述分配带给联盟成员得益的总和，就说“联盟S瓦解分配x”。

定义（核）：设B（N，v）是一个联盟博弈，在B（N，v）的可行分配集中，所有不会被任何联盟所瓦解的分配的集合，称为这个联盟博弈的“核”。

不难看出定义在瓦解概念上的核与定义在优超概念上的核实际上是相同的。事实上优超和瓦解之间就有对应关系。例如根据瓦解的定义不难判断，三人分300元博弈中两个优超关系中的联盟｛1，2｝和｛2，3｝，就是分别瓦解分配（100，100，100）和（150，150，0）的联盟。

把核作为联盟博弈的解具有合理性，因为核中的分配肯定不会被任何联盟推翻，因此在联盟博弈中具有稳定性。核是合作博弈理论最早出现的解概念，在博弈论中有非常重要的地位。核作为联盟博弈解概念的问题是，联盟博弈的核常常是空集，而且即使非空也不一定唯一。这很大程度上影响了这个解概念的作用。

例如前述三人分300元博弈的核就是空集C（N，v）= $\varnothing$ 。因为事实上不存在任何不被优超的分配。例如（100，100，100）关于{1，2}被（150，150，0）优超，而（150，150，0）关于联盟{2，3}被（0，170，130）优超等。

n户居民垃圾博弈的核也是空集C（N，v）= $\varnothing$ 。因为事实上该博弈的所有可行分配也都能够被优超。

如果三人分300元的规则改为必须全部同意，那么联盟博弈有非空的核C（N，v）=｛（x_1，x_2，x_3）|$0 \leq x_i \leq 300$，$x_1+x_2+x_3=300$｝。因为任何非三人联盟特征函数v（S）=0，因此无法瓦解任何x；而对于三人联盟{1，2，3}，因为$x_1+x_2+x_3=300$，所以不可能存在同时满足$y_1>x_1$，$y_2>x_2$，$y_3>x_3$和$y_1+y_2+y_3 \leq 300$的分配（y_1，y_2，y_3），

因此也无法瓦解任何x，从而证明上述集合构成该博弈的核。但这个博弈的核中显然有许多元素。

根据联盟博弈核的定义和有关博弈的性质，可以得到下列关于联盟博弈核的有用结论：

结论1：n人联盟博弈B（N，v）的核由所有满足以下条件的n维向量x=（x_1，…，x_n）组成：（1）对所有可能联盟，联盟成员的总得益之和不小于该联盟的特征函数值，即 $\forall S \subset N$，

$$\sum_{i \in S} x_i = x(S) \geqslant v(S)；(2)$$

大联盟成员总得益等于联盟特征函数值，即

$$\sum_{i\in N} x_i = x(N) = v(N)。$$

结论2：常和本质博弈的核是空的。

因为若常和本质博弈的核非空，存在x∈c（N，v），则

$$v(N) =$$

$$x(N) = \sum_{i\in N}[x(N) - x(N/\{i\})] \leqslant \sum_{i\in N}[v(N) - v(N/\{i\})] =$$

$$\sum_{i\in N} v(\{i\})。$$

这与本质博弈

$$v(N) > \sum_{i\in N} v(\{i\})$$

相矛盾。因此常和本质博弈的核心是空集，结论2必然成立。

结论3：在简单博弈中核非空的充要条件是存在有否决权的博弈方。

9.3.4 稳定集

另一个基于占优分析的联盟博弈解概念是稳定集（stable set）。稳定集是冯.诺伊曼和摩根斯坦首先提出的，因此也称为“vN-M解”。

[定义]（稳定集）：对于n人联盟博弈B（N，v），若分配集满足：

（1）内部稳定性，即不存在x，v∈w，使得x $\succ$ v；（2）外部稳定性，即 $\forall x \notin w, \exists$ y∈w，使得y $\succ$ x，则分配集w称为这个联盟博弈的一个“稳定集”。

联盟博弈的稳定集与核之间显然是有联系的。稳定集一般来说是包含核的，即若w是B（N，v）的稳定集，c（N，v）是B（N，v）的核，

则c（N，v）$\subset$ w。

三人分300元博弈和n户居民垃圾博弈的稳定集为空集。因为事实上这两个博弈所有的分配都能够被优超，因此这两个博弈的任何分配集都不可能满足稳定集的内部稳定性条件，当然不可能是稳定集。

如果三人分300元的规则改为必须全部同意，稳定集就非空了。事实上此时分配集{（x_1，x_2，x_3）|$0\leq x_i\leq 300$，$x_1+x_2+x_3=300$}就是稳定集。因为其中的分配都在帕累托效率边界上，不可能被任何三人联盟瓦解，而所有三人以下联盟的特征函数值都是v（S）=0，也不可能瓦解这些分配。同时该分配集以外的分配都不在帕累托效率边界上，因此肯定可以被这些分配之一优超。因此该分配集具有内外部稳定性，根据定义可知一定是稳定集。

稳定集很容易理解，也是联盟博弈重要的解概念之一。但稳定集作为联盟博弈的解概念同样也有问题，因为稳定集同样常常是空集，而非空时又常常不唯一。

9.3.5　夏普里值

夏普里值（Shapley value）是夏普里1953年提出的，从另一个角度分析联盟博弈的解概念和分析方法。夏普里值与两人讨价还价博弈的纳什解相似，也是一种公理化的分析方法。

夏普里首先给出了作为夏普里值基础的三个公理。第一个公理是对称公理，含义是博弈的夏普里值（对应分配）与博弈方的排列次序无关，或者说博弈方排列次序的改变不影响博弈得到的值。第二个公理是有效公理，含义是全体博弈方的夏普里值之和分割完相应联盟的价值，也即特征函数值。第三个公理是加法公理，含义是两个独立的博弈合并时，合并博弈的夏普里值是两个独立博弈夏普里值之和(4)。

夏普里证明了同时符合上述三个公理，描述联盟博弈B（N，v）各个博弈方价值的唯一指标是向量（$(\varphi_1, \cdots, \varphi_n)$），其中

$$\varphi_i = \sum_{S \in N} \frac{(n-k)!(k-1)!}{n!}[v(S)$$

$-v(S\backslash\{i\})]$, φ_i 公式中n是联盟博弈的总人数，k = |S|为联盟S的规模，即S包含的博弈方数量。向量（ $(\varphi_1, \cdots, \varphi_n)$ ）称为联盟博弈B（N，v）的“夏普里值”， φ_i 是博弈方i的夏普里值。

注意上述公式中v（S）- v（S\{i}），代表博弈方i参与或不参与联盟对联盟S特征函数值的影响，正好反映博弈方i对联盟S的贡献。

$$\frac{(k-1)!(n-k)!}{n!}$$

就是博弈方i以随机方式结盟时参与联盟S的概率。因此各个博弈方的夏普里值就是它们参与联盟博弈的期望贡献，正是衡量联盟博弈中每个博弈方价值的最好指标。

注意因为单独一个博弈方是否加入某联盟，常常对该联盟的利益没有影响，因此许多时候有v（S）- v（S\{i}）= 0，这时候称博弈方i是联盟S的“无为博弈方”，也就是对联盟S没有贡献的博弈方。由于每个博弈方常常对许多联盟是无为博弈方，而无为博弈方可以使夏普里值的计算得到简化，因此夏普里值的计算实际上并不像表面看起来那么困难。

此外根据对称性公理和计算方法可以看出，夏普里值有对称性，即如果联盟博弈各个博弈方的地位关系是对称的，那么他们的夏普里值相同。根据这个性质，以及各博弈方夏普里值之和分割完联盟价值的有效性公理，很容易通过直接分析得到对称联盟博弈的夏普里值。例如不管规则是少数服从多数还是要全部通过，三人分300元博弈的夏普里值都是（100，100，100）。同样的道理可以直接得到n户居民垃圾博弈的夏普里值为（-1，…，-1）。

如果三人分100元的规则改为博弈方1、2同意即可，那么这个联盟博弈的特征函数值为v（{1，2}）= v（{1，2，3}）= 300，其余联盟S的v（S）= 0，根据夏普里值的计算方法，可以得到

因此这个联盟博弈的夏普里值为（150，150，0）。实际上，因为博弈方3没有表决权，因此其对所有联盟的边际贡献都是0，夏普里值必然为0，而博弈方1、2地位是对称的，因此根据对称性博弈方1、2的夏普里值必须相同，再根据有效性就可以直接知道这个联盟博弈的夏

普里值为（150，150，0）。

$$\varphi_1=\varphi_2=\frac{(3-2)!(2-1)!}{3!}\times 300+\frac{(3-3)!(3-1)!}{3!}\times 300$$
$$=\frac{1}{6}\times 300+\frac{2}{6}\times 300=150$$
$$\varphi_3=0$$

与市场经济中按边际生产力分配的原则一样，在联盟博弈中按照各个博弈方的价值进行分配，也比较公平和容易被接受。夏普里值反映的正是各个博弈方在联盟博弈中的贡献和价值，因此夏普里值是联盟博弈中进行公平分配，避免无休止的联盟对抗，从而解决联盟博弈问题的有效方法。当然现实中的经济主体在接受这种分配方法之前可能会有一个过程。夏普里值是联盟博弈最重要的解概念之一。而且夏普里值作为一种分配原则，在资源管理、税负分担、公用事业定价等方面也有重要的应用。

夏普里值的思想在政治选举问题中也有推广应用。例如班扎夫（1965年）提出的政治选举中的班扎夫权力指数（Banzaf index of voting power），就是受夏普里值思想的启发构造的。该指数的思路是，投票者的权力体现在通过自己加入一个要失败的联盟可使它胜利，或者放弃一个要胜利的联盟可使其失败。换句话说，投票者的权力体现在是否联盟胜败的关键加入者（pivoting player）。因此可以把投票者作为关键加入者的获胜联盟的个数，作为衡量投票者权力的指标，称为“权力指数”。班扎夫权力指数与夏普里值的关系是显而易见的。实际上在选举博弈中夏普里值就等于班扎夫权力指数。

假设在一次投票表决中，规则是A、B、C分别有2、1、1票，获3票可通过提案。根据投票规则很容易知道，A是这个选举问题中3个联盟的关键加入者，B和C都是1个联盟的关键加入者，因此A、B、C的班扎夫权力指数分别为3、1、1。

本章内容提要

本章对合作博弈理论作了简单介绍。第一节通过与非合作博弈的对比等，对合作博弈的范畴、特征等作了简单介绍，论述了合作博弈本

质上是讨价还价，可以分两人讨价还价和多人联盟博弈两类，并介绍了合作博弈的一些基本概念。第二节介绍两人讨价还价问题。在对两人讨价还价合作博弈问题性质和特征等认真分析的基础上，通过对人们讨价还价心理等的分析，导出了两人讨价还价合作博弈分析的四个基本公理和纳什解法，以及扩展的K-S解法等。第三节对多人联盟博弈的特征性质等作了认真分析，并在此基础上逐步导出核、稳定集和夏普里值等联盟博弈分析概念和方法。合作博弈理论的内容非常丰富，本章的启发式介绍不可能涵盖合作博弈理论的全部内容，只能让读者对合作博弈理论的核心内容有一个初步的了解。

本章基本概念

两人讨价还价　联盟博弈　可行分配集　效用配置集　对称公理有效公理　线性变换不变性公理　独立于无关选择公理　纳什解　K-S解优超　瓦解　核　稳定集　夏普里值

本章思考题

1.为什么说合作博弈从本质上说都是讨价还价问题？

2.纳什解法的实质是不是博弈方的策略最优化？

3.核和稳定集之间的关系是什么？

4.合作博弈解的含义与非合作博弈解的含义有什么区别？

5.如果卖方的主观价值评价是50元，买方的主观价值评价是80元，而且双方的评价都是双方的共同知识。问该讨价还价问题的结果是什么？

6.在两人分1万元的讨价还价问题中，假设博弈方1风险中性，博弈方2是风险规避的，再假设不管谈判是否成功，这1万元中的2千元必须留给博弈方2，要求这个两人讨价还价问题的纳什解。

7.在破产博弈中，债权人1有债权100万元，债权人有债权500万元。若两人都是风险中性的，分别求可清偿资产为100万、300万和500万情况下的纳什讨价还价解和K-S讨价还价解。

8.分别求下列不同规则下的三人分300元博弈的特征函数、核、稳定集和夏普里值：（1）必须全部同意；（2）博弈方1同意即可；（3）博弈方1、2同意即可；（4）博弈方1有两票，博弈方2、3各有一票，四分之三票数通过有效。

【注释】

(1) 囚徒的困境就是典型例子。

(2) 注意这里的联盟与第二章防共谋均衡中的联盟概念有所不同，那

里的联盟是非合作博弈中的，无法用有约束力的协议加以保证，是建立在个体理性而不是联合理性基础上的，形成联盟的基础不同，稳定性比较差。

(3) 注意分配本身意味着合作博弈中的利益必须容易分割转让，例如现金和许多容易分割的实物等。当利益是很难分割的项目、选举输赢等时，分配会遇到一定的困难，必须借助某种旁支付（side payment）的补偿机制等。当然我们所分析的大多数合作博弈的利益都是容易分割转让的。

(4) 这里只给出这几个公理的基本含义，是为了避免引进众多概念和符号的麻烦，这些公理的严格数学表述可以参见夏普里（1953）。

第十章　博弈论的历史和发展简介

前面九章介绍了非合作博弈理论及其应用，也对进化博弈论和合作博弈理论作了简单介绍。现代博弈论包含的内容非常丰富，本教材的有限篇幅显然无法涵盖博弈论的所有内容。读者要全面深入地掌握现代博弈论的全部理论、原理和方法，还应该进一步阅读相关文献，包括博弈论的各种经典原著和应用研究文献等。为了让读者更好地了解博弈论，找到进一步学习和研究博弈论的方向，本章对博弈论的历史、发展及其内在逻辑，以及未来发展趋势等作一些介绍分析。

10.1　博弈论的起源和形成

博弈论进入主流经济学的时间并不长，经济学界普遍认识和重视博弈论，最早也是上个世纪80年代以后的事情。但博弈论实际上已经有相当长的历史。博弈本质上是人类的决策选择，特别是人们相互之间存在互动关系、策略对抗情况下的决策选择。人类作为高度智慧的生物，最重要的特征就是有很强的预见性。人们在社会经济活动中往往会自觉不自觉地对事物或对手行为进行判断预测，并根据这些判断预测选择或调整策略行为。根据博弈的定义，这些判断和决策调整实际上就是博弈。因此博弈实际上是人们早就在实践中不断运用的古老智

慧。当然人们的这些“原始”博弈行为通常都比较简单，更没有上升到理论，但它们对博弈思想和博弈论的产生和发展显然有潜移默化的影响。所以博弈论并不是某些天才思想家的灵光闪现创造的，而是来自于人们的社会实践，是人类实践经验和古老智慧的结晶和升华发展而来的。

如果按照有文献记载的最早博弈思想的标准，博弈论的历史也许可以追溯到2000多年前我国古代的齐威王田忌赛马，1500年前巴比伦犹太教法典中的婚姻合同问题等，因为这些典故中含有非常明显的博弈思想。当然那些时代的社会经济竞争程度很低，也没有现代意义上的经济学，当然不可能产生类似现代博弈论的经济博弈分析。如果按照现代经济学和博弈论中经常引述的，最早包含典型博弈思想文献的标准，那么古诺1838年关于寡头之间通过产量决策进行竞争的模型，可以看作博弈论早期研究的起点。但古诺并没有使用“博弈”（Game）这个词，也没有用这种分析方法分析更多的经济问题，更没有从对该模型的分析进一步发展出一般的博弈理论。因此虽然古诺模型是包含博弈思想的重要发明，对博弈论的发展有重要影响，但也只能算是对博弈问题的早期零星研究，而不能代表博弈理论的发端。1883年伯特兰德提出的通过价格进行博弈的寡头竞争模型与古诺模型有异曲同工之妙，也是包含博弈思想的经典文献，同样只是对博弈问题的早期零星研究。1881年埃奇沃斯（Edgeworth）提出的“合同曲线”也是最早市场博弈思想的理论，是合作博弈理论的重要解概念“核”的特例。

对博弈问题比较系统密集的研究是从上世纪初期开始的。上世纪初齐默罗（Zermelo）和波雷尔（Borel）对象棋博弈等的研究可以代表系统研究博弈理论的发端。齐默罗在1913年提出的关于象棋博弈的定理是博弈论的第一个定理，提出的“逆推归纳法”（Backward induction procedure）则是博弈论的第一种有一般意义的分析方法。1921—1927年期间波雷尔给出了混合策略的第一个现代表述，并给出了有数种策略的两人博弈的极小化极大解等。诺伊曼（von Neumann）和摩根斯坦（Morgenstern）1928年给出了扩展形博弈定义，证明了有限策略的两人零和博弈有确定的结果等。但这些研究都没有完成博弈论的理论体系。当然即使这些博弈理论的早期探索和早期文献并没有形成系统的博弈理论，它们对博弈论理论的产生也有直接推动作用，不仅现代博弈论正是从这些早期探索和文献中孕育出来，而且这些早期工作成果，直到现在都是被广泛引用的经典理论或范例，是讨论许多问题的起点。

当然，仅仅有一些零星研究和思想火花还不足以发展出博弈论的理论体系。对于一个理论的真正发展来说，重要的其实并不是谁曾经有过

与该理论相关的零星研究或天才思想闪念，而是自从哪些人的工作或者文献以后，其思想方法就不曾再被忘却，并且开始有越来越多的追随者。这与哥伦布虽然决不是到达美洲的第一人（因为在哥伦布到达之前很久，美洲早就有人居住），但由于哥伦布是发现美洲的最后一人（此后美洲对整个世界来说就再也没有“失落”过，所以不可能再有人“发现”美洲），因此哥伦布就可以享有新大陆发现者的荣誉是一样的。按照这样的思路，冯·诺伊曼和摩根斯坦1944年出版的《博弈论和经济行为》（〈Theory of Games and Economic Behavior〉），应该在博弈论的历史上享有类似哥伦布的新大陆发现者的地位，应该被看作是博弈论历史的真正起点。

冯·诺伊曼和摩根斯坦在上述著作中，引进了博弈论的扩展形（extensive form）表示和正规形（normal form）或称策略形（strategy form）、矩阵形（matrix form）表示，定义了极小化极大解（minmax solution），并说明了这种解在所有两人零和博弈中都存在，提出了稳定集（stable sets）解概念等，而且正式提出了创造一种博弈论的一般理论的主意。该书在总结以往博弈研究成果的基础上，给出了博弈论研究的一般框架、概念术语和表述方法，提出了较系统的博弈理论。虽然从现代的眼光看，该书并不全面，甚至与现代博弈理论在研究方向和重心方面有很大差距，但该书对博弈理论的发展所起的巨大促进作用是不可否认的。在诺伊曼和摩根斯坦以前，博弈论主要是数学家们研究的课题，主要是一种数学的而不是经济学的理论。该书的出版拓展了博弈论的范畴，使得博弈理论找到了经济学这个最好的用武之地、思想源泉和实验领域。虽然在诺伊曼和摩根斯坦这部著作出版后的相当长时期，博弈论仍然被许多人认为只是一门应用数学，但很大程度上正是因为诺伊曼和摩根斯坦著作的推动，博弈论最终完全融入了现代经济学体系，被广大经济学家所接受，对博弈论的发展起了巨大的推动作用。因此诺伊曼和摩根斯坦的《博弈论和经济行为》的出版，被公认为博弈论初步形成的标志。

10.2 博弈论的成长和发展

虽然1944年冯·诺伊曼和摩根斯坦的《博弈论和经济行为》出版，表明系统的博弈理论已经初步形成，但这时候博弈论仍然只是处于发展概念和框架体系的初期阶段，没有形成统一的分析方法、范式和解概念，研究者主要还是少数数学家，研究内容主要是少数类型的合作博弈和零和博弈，特别是独立的非合作博弈理论还没有形成，博弈论与经济问题的联系和在经济学中的应用还是很少。

博弈论的第一个研究高潮，出现在上世纪40年代末和50年代初。这个时期可以看作博弈论成长中的少年时期，是博弈论研究和发展历史上第二个极其重要的阶段。由于诺伊曼和摩根斯坦的奠基性著作，以及第二次世界大战期间博弈论在军事领域的应用两方面的推动作用，这个时期博弈论研究者的队伍已经有了较大的扩展。纳什（John Nash）加入博弈论研究者的队伍是这个阶段最重要的事件之一。纳什（1950）提出的均衡点[就是我们所说的“纳什均衡”（Nash equilibrium）]概念，是古诺模型和伯特兰德模型中均衡概念的自然一般化，现在早已成了大多数现代经济分析的出发点和关键分析概念。纳什均衡和证明纳什均衡存在性的纳什定理，将博弈论扩展到非零和博弈，最终成为非合作博弈理论奠基石的成果，对博弈论和经济学的发展都起了非常重要的推动作用。纳什同一个时期（1950、1953）提出的关于两人讨价还价的纳什解法，则是合作博弈理论最重要的解概念之一，对合作博弈理论的发展有非常重要的作用。后来许多合作博弈的解概念其实都是在纳什解的基础上发展出来的。此外纳什还提出了“纳什规划”（Nash program）等重要的博弈论思想。

除了纳什的上述奠基性成果以外，这个时期还涌现了其他许多重要的博弈理论家和博弈论研究成果。如1950年Melvin Dresher和Merrill Flood在兰德公司（美国空军建立的研究结构）首先进行了“囚徒的困境”（Prison’s dilemma）博弈的实验，另一个博弈论学者（Howard Raiffa）也独立进行了这个博弈实验（不过这个博弈是因为塔克（A.W.Tucker）的介绍而闻名于世的）。1952—1953年期间（L.S.Shapley）和（D.B.Gillies）提出“核”（Core）作为合作博弈的一般解概念，Shapley还提出了合作博弈的“夏普里值”（Shapley value）概念等。这些工作对博弈论的发展都起了非常重要的作用。因此奥曼（R.J.Aumann）认为，“（上个世纪）40年代末50年代初是博弈论历史上令人振奋的时期，原理已经破茧而出，正在试飞它们的双翅，活跃着一批巨人。”

除了上世纪40年代末50年代初以外，上世纪50年代中后期一直到70年代，也是博弈论的发展历史中产生重要理论成果的阶段，可以看作博弈论发展的青年期。1954—1955年提出了“微分博弈”（Differential games）的概念。奥曼则在1959年提出了“强均衡”（Strong equilibrium）概念。“重复博弈”（Repeated games）也是在上世纪50年代末开始研究的，这自然引出了关于重复博弈的“民间定理”（Folk theorem）。1960年（Thomas C.Schelling）的《冲突的策略》（The Strategy of Conflict）对社会经济军事等各方面问题的博弈分析，引进了“焦点”（Focal point）的概念。博弈论在进化生物学（Evolutionary Biology）中的公开应用也是在上世纪60年代初

出现的。

这个时期最重要的成果还有塞尔腾（Selten）的“子博弈完美纳什均衡”和“颤抖手均衡”。塞尔腾1965提出的，在博弈方选择“相机计划”（contingent plans）的博弈中，因为可能存在“空头威胁”（empty threats）的问题，因此不是所有的纳什均衡都合理，并提出用“子博弈完美纳什均衡”（subgame perfect Nash equilibrium）对纳什均衡作完美化精炼的思想，对于动态博弈理论具有非常重要的意义。塞尔腾1975年提出的“颤抖手均衡”（Trembling hand perfect equilibrium）概念则进一步对理性局限对动态博弈分析的影响提供了一种处理方法。海萨尼（Harsanyi）1967—1968的三篇后来成为在现代经济学和博弈论中占极其重要地位的信息经济学奠基石的，构造了不完全信息（Incomplete information）博弈理论的系列论文，也是这个时期里程碑式的成果。海萨尼在这些论文中提出了分析不完全信息博弈问题的标准方法，以及“贝叶斯纳什均衡”（Bayesian Nash equilibrium）的概念。此外海萨尼还在1973年提出了关于“混合策略”的不完全信息解释，以及“严格纳什均衡”（Strict Nash equilibrium）概念。

上世纪70年代博弈论发展中最重要的事件还包括“进化博弈论”（Evolutionary game theory）的重要发展，主要有（John Maynard Smith）1972年引进了“进化稳定策略”（Evolutionarily stable strategy，ESS）概念等。此外，“共同知识”（Common knowledge）在博弈论中的重要性，也因为奥曼1976年的文章而引起了广泛的重视。这个时期产生的博弈论成果还有很多。

总之，从上世纪40年代末直到70年代末是博弈论发展中最重要的一个阶段。虽然在这个时期博弈理论仍然没有成熟，理论体系还比较乱，概念和分析方法很不统一，而且在经济学中的作用和影响还比较有限，但这个时期博弈论研究的繁荣和进展却是非常显著的。除了理论发展自身规律的作用以外，全球政治、军事、经济特定环境条件的影响（战争和冷战时期的军事对抗和威慑策略研究的需要，经济竞争、国际经济竞争的加剧），以及经济学理论发展的需要等，对这一阶段博弈论研究的迅速发展都起了重要的作用。事实上正因为有了这个时期博弈论研究的繁荣发展，才可能有上世纪80、90年代博弈论的成熟和对经济学的博弈论革命。

上世纪80、90年代是博弈论走向成熟的时期。在这个阶段博弈论的理论框架，及与其他学科之间的关系等逐渐完整和清晰起来，博弈论在经济学中的应用领域越来越广泛，在经济学中的地位达到了最高峰。这个时期最重要的理论进展包括（Elon Kohlberg）1981引进“顺推归

纳法”（Forward induction），克瑞泼斯（David M.kreps）和威尔孙（Robert Wilson）1982年提出“序列均衡”（Sequential equilibria）概念，斯密（John Maynard Smith）1982年出版了《进化和博弈论》（〈Evolution and the theory of games〉），“可理性化性”（Rationalizability）概念于1984年由伯恩海姆（B.D.Bernheim）和皮尔斯（D.G.Pearce）提出，海萨尼和塞尔腾1988年提出了在非合作和合作博弈中均衡选择的一般理论和标准，1991年弗得伯格（D.Fudenberg）和泰勒尔（J.Tirole）首先提出了“完美贝叶斯均衡”（Perfext Bayesian equilibrium）的概念等。

这个时期对博弈论的发展贡献也许更大的是，正是在这个时期博弈论开始受到经济学家真正广泛的重视，并被看作重要的经济理论和经济学的核心分析方法，开始贯穿几乎整个微观经济学、产业组织理论，在宏观、金融、环境、劳动、福利、国际经济学等学科中也开始占越来越重要的地位，大有“吞噬”整个现代西方经济理论的气势。也正是在这个阶段开始，博弈论开始成为西方国家经济学专业和许多相关专业学生的一门必读课，有志于攻读经济学博士学位者，更是必须熟练掌握和运用博弈论的原理和方法。博弈论的思想、词汇也开始在经济学专业杂志上大量出现，不懂博弈论的学者开始在阅读经济学文献方面遇到越来越大的困难和限制，几乎到了不懂博弈论就意味着不懂现代经济学的地步。上述趋势由于90年代中期的两次诺贝尔奖而进一步得到加强。首先是1994年纳什、海萨尼（J.Harsanyi）、塞尔顿（R.Selten）这三位致力于博弈论的基础理论研究，对非合作博弈理论的产生和发展作出了巨大贡献的学者，共同获得经济学诺贝尔奖，使得博弈论作为重要经济学分支学科的地位和作用得到了权威性的肯定。此后是1996年，诺贝尔经济学奖又由博弈论和信息经济学家莫里斯（James A.Mirrlees）和维克瑞（William Vickrey），因为在不对称信息条件下激励机制问题（这种激励问题实际上就是一种不完全信息的博弈问题）方面的基础性研究而获得，更进一步强化了博弈论的发展趋势。

这个时期博弈论和经济学结合的程度，在经济学中的地位发展上升得这么快，首先是因为现代经济活动的规模越来越大，对抗性、竞争性越来越强，特别是寡头垄断或垄断竞争市场，竞争和决策较量更是厂商经营活动的核心内容，这些都使得人们越来越重视经济活动的环境条件及其变化，越来越重视竞争者或合作者的反应，因此经济决策的“博弈性”越来越强。在这种情况下，以给定环境条件下的个体理性行为分析为基础的局部均衡理论或一般均衡理论，比较静态分析，以及以它们为基础的经济理论，在解释现实经济问题时必然越来越力不从心。而将研究的重点投注于传统经济学研究中忽略掉的，或为了简

化讨论避而不谈的，经济活动中各个方面行为或决策时相互之间的反应或反作用，也可以称为策略和利益的互动性和相互依赖关系，投注于个体策略之间的相互制约和相互依存的博弈论，却不存在传统经济理论中由于上述忽略和回避造成的经济模型脱离实际的缺陷，因此在许多情况下它所得出的结论更加符合经济现实和更加具有应用性，对参与经济互动的各方或国家政府的决策互动有更强的指导作用。这正是为什么当传统西方经济学在经济预测和管理方面常常遇到困难的时候，博弈论却日益受到重视，能够飞速发展的最根本的原因。其次是由于社会经济活动中竞争不断加剧，信息技术和社会经济信息化的发展，使得人们认识信息的作用和规律的要求不断提高，从而促进了信息经济学的发展要求。而博弈论，特别是其中的不完全信息、不对称信息的博弈理论，正是信息经济学最主要的理论基础。因此信息经济学的发展也对博弈论的发展起了间接的促进作用。此外由于博弈论应用科学（数学和逻辑）的方法，更加全面而完整地分析决策过程，因而她的结论可信度很高，揭示社会经济事物内在规律的能力也比一般经济理论更强，更深刻。这也是博弈论受到人们重视，发展很快的原因之一。

正是在上述这些因素的有力促进，以及博弈论和经济学理论发展内在要求、规律的作用下，博弈论在最近20年中实现了飞速的发展。现代博弈论已经形成了一个相当庞大的体系，其中包含了理论和应用的众多分支，包括宏观博弈论，微观博弈理论，金融博弈理论等。博弈论在整个经济学的理论和应用领域引发了一场全面的影响深广的博弈论革命。这场革命不仅对经济理论和经济政策产生了重大的影响，而且对公司企业的微观经济活动也产生了重要的影响。在西方国家，许多大公司都专门聘请博弈论专家担任顾问和决策参谋，为公司的重要的经营决策，包括定价、定产、收购、兼并、投标、拍卖等活动提供重要的、决定性的参考意见。此外，由于博弈论研究的许多例子来自于日常生活和经济活动中的游戏和事物，而博弈论的理论结论当然也适用于这些游戏和事物，因此人们在日常游戏和体育竞技等方面也能够利用它。

10.3　博弈论的进一步发展

将上个世纪的80、90年代看作博弈论的成熟期，并不意味着此时博弈论的发展已经达到了顶峰和此后将进入衰退阶段。事实上，随着社会经济的不断发展和对经济分析要求的不断提高，以及人们对博弈分析价值的认识越来越充分，博弈论正受到前所未有的重视，博弈理论本身优美深刻的魅力也不断吸引更多人学习和应用博弈论，博弈论正在

迎来新的发展高潮。

首先，现代科学技术、交通、通讯手段等的不断发展，经济分工的不断加深，使得劳动生产力不断提高，经济活动的范围规模不断扩大，产品产业和经济形态越来越多样化，经济竞争越来越激烈，而经济全球化和地区经济一体化，政府对经济干预的加强，经济与政治、军事和外交、人口、环境资源保护的交互作用等，又使得现代经济运行的复杂程度越来越高，博弈性越来越强，因此现实经济的发展要求经济学进一步重视博弈分析的作用。其次，随着博弈论在经济、金融、贸易等领域中的应用越来越广泛，对博弈论的研究也越来越深入，这也使得博弈论的问题和不足不断暴露出来，从而推动了博弈论理论研究的进一步深入和发展。因此现代经济、社会、科学技术、经济学和博弈论自身发展的共同作用，使博弈论的进一步发展成为必然趋势。

未来博弈论最重要的发展之一是非合作博弈理论及其应用的进一步发展，包括信息经济学和微分博弈等的发展。1994年的诺贝尔经济学奖授予塞尔顿（Selten）、海萨尼（Harsanyi）和纳什（Nash）三位奠定非合作博弈理论基础的学者，使得非合作博弈理论在经济学中的作用和地位得到前所未有的提升。但这并不意味着非合作博弈理论的发展已经达到了顶峰。事实上，虽然非合作博弈理论已经形成比较完善的结构和分析方法体系，已经成为经济分析最有效的工具之一，但到目前为止的大多数非合作博弈模型都是比较简单的，只是针对完全信息和完全竞争等条件基础上的少数经济主体，在有限的离散时刻的少量离散选择的博弈分析。随着社会经济的发展，经济主体的决策和行为方式、合作和竞争的模式越来越多，利益关系越来越复杂，以往的建模方法很难满足经济博弈分析的需要，必须发展更加符合现实问题特征的模型和分析方法。

非合作博弈理论的发展方向之一是不完全信息博弈理论或信息经济学。随着社会经济的不断发展，经济竞争的越来越激烈和复杂，信息问题也更进一步凸现出来，这必然导致对现实经济中不完全信息、不完全竞争问题分析的不断深入，从而推动不完全信息博弈理论和信息经济学的发展。1996年莫里斯（Mirrlees）和维克瑞（Vickrey），2001年阿克罗夫（Akerlof）、斯潘塞（Spence）和斯蒂格利兹（Stiglitz）分别获得诺贝尔经济学奖，对信息经济学的发展起了很大的推动作用。拍卖理论和主观价值问题等的研究，认知科学的发展及和博弈论的结合，都会进一步推动必信息经济学的发展。

非合作博弈理论的另一个重要发展方向是微分博弈理论。随着经济的不断发展，市场范围的不断扩大，金融贸易等已经联结成24小时不间断连续运行的大市场。现代信息技术的发展等又使得人们经济竞争等

的反应速度大大加快。因此许多现代经济活动，特别是金融等现代经济领域的竞争，已经不再是以往间歇式的决策行为，而是变成了连续的策略对抗或互动的连续控制。研究这些连续决策和互动对抗问题，正是微分博弈理论的工作。因此现代经济的发展，必然会推动微分博弈理论的进一步发展。

博弈论未来的第二个重要发展趋势是合作博弈理论的发展。由于缺乏统一的核心解概念和难以标准化等原因，合作博弈理论的发展速度比较慢，相对受到冷落。但是最近几十年以来，现代经济已经由竞争为主的资本主义自由竞争经济，向竞争与合作并存，而且大量存在各种联盟关系的方向发展。这必然使得以研究个体理性决策行为为主的非合作博弈理论，在经济分析中遇到越来越多的困难，只有更多利用研究联合理性决策行为的合作博弈理论，才能更有效地分析和理解现代经济行为和社会经济规律。因此只要在分析方法等方面有所突破，合作博弈理论一定会有非常大的发展，很可能引发新的经济学革命。事实上，博弈论从合作博弈到非合作博弈，再到合作博弈的发展历程，既符合社会经济发展的要求，也符合人们认识能力的发展规律，正是科学理论发展螺旋式上升发展规律的体现。奥曼（Aumann）和谢林（Schelling）获得2005年诺贝尔经济学奖，其实就预示了合作博弈理论将得到更大的发展。

博弈论未来发展的第三个方面是实验博弈论的发展。实验博弈论是博弈论与实验经济学的结合。实验经济学是上世纪40年代末由史密斯（Smith）开创的。过去实验经济学并没有得到主流经济学的承认和接受，因为经济学的传统信条之一就是经济学是不能实验的。但是经济学研究的对象是人类的经济行为及其后果，特别是当经济分析深入到微观层次的时候，更是必须以人类的经济行为规律为基础，而实验是研究人类行为的重要方法之一，因此实验方法在经济学研究中其实有非常重要的应用，当经济学研究涉及到人类经济行为的设定、理性基础假设等问题时，实验方法是最有效的研究方法。由于博弈论的研究都是以微观经济行为和决策为基础的，现代博弈论对理性基础和有限理性问题等的研究，以及博弈论遇到的各种理论困难和悖论，引出了博弈基础理论研究许多有价值的课题，都需要用实验方法进行研究。因此实验经济学是博弈论研究最重要的方法之一。而现代行为科学、心理科学、计算机和仿真模拟技术，以及经济学实验技术等的发展，都为实验博弈论的发展提供了条件。史密斯（Smith）和卡尼曼（Kahneman）2002获得经济学诺贝尔奖，也对实验博弈论的发展起了很大的推动作用，预示着实验博弈论将成为未来博弈论研究的一个重要领域。

博弈论未来发展的第四个方面是进化博弈论。进化博弈论是博弈论和生物进化理论结合的产物，是利用生物进化模型研究有限理性情况下的人类行为及相关社会经济问题的有效方法。自从上世纪70年代产生以来，进化博弈论的理论和研究方法开始受到经济学和博弈论界的广泛重视。经济学和博弈论的理性基础、有限理性问题的研究，现代生物科学，包括基因科学等的发展，及与行为科学、社会学和经济学等的结合，都对进化博弈论的发展起了推动作用。目前进化博弈论的研究和应用都还只是处于比较初期的阶段，这个领域在未来也有很大的发展前途。

博弈论的未来发展并不一定局限在上述几个方面。随着社会经济的发展，以及博弈论研究和应用的不断深入，必然还会出现更多新的博弈论研究领域和方向，上述几个方面的交叉融合也可能产生新的理论和方法等。此外，博弈论在社会科学其他领域的应用也有很大发展空间。在现实需要，经济学和博弈论自身发展的要求，以及人类认识能力提高等的共同作用下，博弈论一定会有更大的发展。

本章内容提要

本章对博弈论的起源，博弈论几个重要的发展阶段，以及博弈论进一步发展的前景等作了简单的介绍分析。本章的分析也揭示了经济学发展的根本内在规律，并进一步揭示了博弈论未来发展的一些重要方向，包括合作博弈、非合作博弈、实验经济学、进化博弈论等主要的发展方向。本章的分析揭示了博弈论既是一门有相当长历史的学科，也是一门发展中的，充满活力的经济学前沿学科，在现代经济学中具有非常重要的作用和地位，并且具有进一步发展的巨大潜力等。

本章基本概念

博弈论的历史　博弈论的起源　博

弈论的形成　博弈论的发展　博弈论的成熟期　博弈论的进一步发展

本章思考题

1.为什么说博弈论是一门历史悠久的学科，同时又是一门新兴的学科？

2.为什么冯·诺伊曼和摩根斯坦的《博弈论和经济行为》常常被看作是博弈论历史的起点。

3.你认为哪些是博弈论发展的历史上最关键的时间、事件和人物。

4.你认为博弈论未来最重要的发展在哪些领域？为什么？

主要参考文献和建议阅读书目

1.Robert Gibbons，A Primer in Game Theory，Harvester Wheatsheaf，1992.

2.Roy Gardner，Games for Business and Economics，John Wiley & Sons，Inc.，1995.

3.Fudenberg，D. and J.Tirole，Game Theory，MIT Press，1991.

4.Kreps，D.，Game Theory and Economic Modeling，Oxford University Press，1990.

5.Weibull J.W.，Evolutionary Game Theory，MIT，1995.

6.Kuhn H.W.，Classics in Game Theory，Princeton University Press，1997.

7.冯·诺伊曼、摩根斯坦（1944）《博弈论与经济行为》，三联书店

2004中译本。

8.谢识予《纳什均衡论》，上海财经大学出版社，1999.7。

9.张维迎《博弈论与信息经济学》，上海三联书店、上海人民出版社，1996.8。

复旦大学出版社向使用本社《经济博弈论》作为教材进行教学的教师免费赠送多媒体课件，该课件有许多教学案例以及教学PPT。欢迎完整填写下面的表格来索取多媒体课件。

或者登陆www.fudanpress.com填写网上调查反馈表，将获赠电子书一本。

教师姓名:__________职务/职称:____________________

任课课程名称:____________________任课课程学生数:____________________

任课课程名称:____________________任课课程学生数:____________________

任课课程名称:____________________任课课程学生数:____________________

将开课课程名称:__________________将开课课程学生数:__________________

将开课课程名称:__________________将开课课程学生数:__________________

E-mail 地址:________________________________

联系电话:(O)________________(H)________________手机:________________

学校名称:________________________________

学校地址:____________________________邮编:____________________

学校电话总机(带区号):______________学校网址:____________________

系名称:____________________________系联系电话:__________________

需要赠送教材样书名称:________________________________

赠送教材样书地址:____________________________邮编:______________

您认为本书的不足之处是:

____

____

您的建议是:

____

____

请将本页完整填写后，剪下邮寄到上海市国权路579号复旦大学出版社 罗 翔 收

邮编：200433 联系电话：（021）65109717

E-mail：philiplaw208@yahoo.com.cn 传真：（021）65642892

复旦博学·经济学系列

（可供书目）

跨国公司与直接投资

张纪康 主编

经济社会学（第二版）

朱国宏 桂 勇 主编

企业营销

沈玉良 凌学岭 等著

现代西方人口理论

李竞能 编著

计量经济学教程

谢识予 编著

投资经济学（第二版）

金德环 编著